LEZIONE # 2

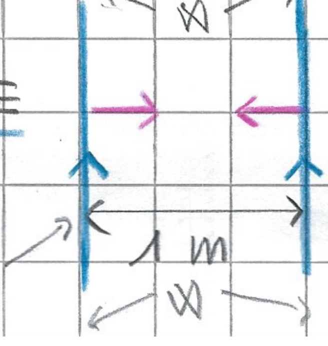
COME ABBIAMO VISTO LE COSTANTI SONO K_1, K_2, K_3 E α MA SOLO 2 SONO INDIPENDENTI, INFATTI K_1, $K_2 = K_1/c^2$, K_3, $\alpha = \frac{1}{K_3}$

LA SCELTA DI QUESTE DUE COST. DETERMINA IL SISTEMA DELLE UNITÀ DI MISURA

SISTEMA	K_1	K_2	α	K_3
ELETTROSTATICO (esu)	1	c^{-2}	1	1
ELETTROMAGNET. (emu)	c^2	1	1	1
GAUSS	1	c^{-2}	c	c^{-1}
HEAVISIDE LORENTZ	$\frac{1}{4\pi}$	$\frac{1}{4\pi c^2}$	c	c^{-1}
SI (MKSA)	$\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 10^{-7} c^2$	$\frac{\mu_0}{4\pi} \equiv 10^{-7}$	1	1

(VEDI TAB 2 SEC. 3 E TAB 3 SEC. 3 - JACKSON)

DEF. DI AMPÈRE



SEZIONE TRASCUR.

SE $F_m = 2 \times 10^{-7}$ N

$\Downarrow$

$I = 1$ A

ORA DOVIAMO LA NOSTRA ATTENZIONE SU DUE SISTEMI: GAUSS E SI. NEL CORSO UTILIZZEREMO IL SI DATO CHE È QUELLO PIÙ USATO SU BASE INTERNAZIONALE, MA NOI NE DAREMO ANCHE DELLE MOTIVAZIONI PIÙ FISICHE. TUTTAVIA, IL SISTEMA GAUSSIANO (COME DEL RESTO GLI ALTRI IN TABELLA) SEMBRA PIÙ APPROPRIATI PER DESCRIVERE L'EM PER RAGIONI FONDAMENTALI COME L'USO DI UNA SINGOLA COSTANTE C O LE STESSE DIMENSIONI PER IL CAMPO $\bar{E}$ E $\bar{B}$ CHE SEMBRA CONSISTENTE CON IL FATTO CHE SI TRATTA DI UN SOLO "OGGETTO": IL CAMPO EM.

OSSERVAZIONE: QUALE È IL RAPPORTO E/B NEL SI E IN QUELLO DI GAUSS?

$$E/B = \frac{L}{T} \cdot \frac{1}{\alpha}$$ ($L/T = V \Rightarrow V = C$ NELLO SPAZIO LIBERO E $V_M < C$ NELLA MATERIA)

NEL SI $\quad \alpha = 1 \quad L/T = C \Rightarrow E = CB$

GAUSS $\quad \alpha = C \Rightarrow E = B\, C \cdot \frac{1}{C} \Rightarrow E = B$

QUESTO RISULTATO MODIFICA ANCHE LE COST. NELLA FORZA DI LORENTZ

SI $\Rightarrow \bar{F} = q(\bar{E} + \bar{V} \times \bar{B})$

GAUSS $\bar{F} = q\left(\bar{E} + \frac{\bar{V}}{C} \times \bar{B}\right)$

A QUESTA RELAZIONE GIUNGIAMO STABILENDO LA RELAZIONE TRA IL CAMPO B_{SI} E B_G. PER CAMPI $\bar{E}$ UGUALI NEL SI E GAUSS LA RELAZIONE TRA I CAMPI MAGNETICI DIVENTA $\bar{B}_G = c\bar{B}_{SI} \Rightarrow \bar{F}_G = q\left(\bar{E} + \frac{\bar{v}}{c} \times \bar{B}\right)$

LA FORZA DI LORENTZ ESPRESSA IN UNITÀ G. CONTIENE UN'INFORMAZIONE IMMEDIATA: PER $v \ll c$ IL TERMINE "MAGNETICO" È PICCOLO O TRASCURABILE. QUESTO NON ERA EVIDENTE PER F_{SI}

DI CONSEGUENZA ANCHE PER IL POTENZIALE VETTORE $\bar{A}$ VALE $\bar{A}_G = c\bar{A}_{SI}$

LA TABELLA PRECEDENTE PERMETTE DI COSTRUIRE DELLE RELAZIONI SEMPLICI PER PASSARE DA UN SISTEMA ALL'ALTRO

SI <-> GAUSS

$$\underset{SI}{4\pi\varepsilon_0} = \underset{G}{1} \Rightarrow \varepsilon_0 = \frac{1}{4\pi}$$

QUINDI SI SOSTITUISCE NEL SI ε_0 CON $1/4\pi$

ANALOGAMENTE

$$\underset{SI}{\frac{4\pi}{\mu_0}} = \underset{GAUSS}{\frac{1}{c^2}} \Rightarrow \mu_0 = \frac{4\pi}{c^2}$$

ESERCIZIO: SI TRASFORMINO LE EQS. DI MAXWELL NELLO SPAZIO LIBERO E NELLA MATERIA DA SI -> GAUSS

• SPAZIO GEOMETRICO E SPAZIO FISICO

VI RICORDO QUI LA DEF. DI SPAZIO FISICO DI EINSTEIN E RIPORTATA NELLA SINOSSI DEL CORSO.

NOI POSSIAMO PORCI LA DOMANDA: COSA INTENDIAMO PER SPAZIO?

• SPAZIO GEOMETRICO

SONO SPAZI ASTRATTI COSTRUITI SULLA BASE DI POSTULATI. IL PROBLEMA CHE SI PONE NEL CASO DELLA INTERPRETAZIONE DEI FENOMENI FISICI È LA RELAZIONE TRA LE LEGGI DELLA FISICA - IN PARTICOLARE LE LEGGI DI CONSERVAZIONE (TEOREMA DI NOETHER) - E LE PROPRIETÀ DELLO SPAZIO, IN PARTICOLARE IN RELAZIONE ALLE SUE PROPRIETÀ DI SIMMETRIA, ISOTROPIA E OMOGENEITÀ. NEL NOSTRO CORSO VEDREMO DUE SPAZI: EUCLIDEO E MINKOWSKI, $\mathbb{R}^3$ E $\mathbb{R}^{1,3}$ ($\mathbb{M}$) RISPETTIVAMENTE

• SPAZIO FISICO

È UNO SPAZIO DEFINITO DA PROPRIETÀ, GRANDEZZE O COSTANTI FISICHE E QUINDI È IL "CONTENITORE" DI FENOMENI FISICI OSSERVABILI.

NON TUTTI I FENOMENI FISICI OSSERVABILI SONO PROPRIAMENTE DESCRITTI IN SPAZI PIANI. UN ESEMPIO SONO LA RELATIVITÀ GENERALE, LA TEORIA QUANTISTICA DEI CAMPI E LA STESSA E.D. CHE PUÒ ESSERE DESCRITTA IN UNO SPAZIO $\mathbb{R}^3$ MA USANDO IL TEMPO COME VARIABILE. INFATTI COME VEDREMO È MEGLIO DESCRITTA NELLO SPAZIO DI MINKOWSKI OVVERO IN UNO SPAZIO A 4-DIMENSIONI DOVE LA 4-DIMENSIONE È IL TEMPO • C (ct) AL FINE DI RENDERE IL TEMPO OMOGENEO CON LE 3-DIMENSIONI SPAZIALI. PER QUESTO LO INDICHIAMO CON $\mathbb{R}^{1,3}$

. DOMANDA: LA LEGGE DI GAUSS (TEOREMA DI GAUSS IN GENERALE) $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \rho/\varepsilon_0$ È COMPATIBILE CON UNO SPAZIO $\mathbb{R}^n$ CON $n<3$?

OSSERVAZIONI: TUTTE LE INTERAZIONI FISICHE SI BASANO SU AZIONI A DISTANZA.

- LE INTERAZIONI AVVENGONO IN UNO SPAZIO FISICO DEL QUALE DOBBIAMO DEFINIRE LA METRICA (DISTANZA TRA DUE PUNTI (EVENTI) DELLO SPAZIO. IN $\mathbb{R}^3 \Rightarrow$

$$(ds)^2 = (dx)^2 + (dy)^2 + (dz)^2.$$

L'IMPORTANZA DELLA SCALA DI ENERGIA DELLE INTERAZIONI. L'E.D. STUDIA L'INTERAZIONE TRA CARICHE ELETTRICHE A ENERGIE $\ll$ GeV E CHE HANNO ORIGINE DALLA FORZA E.M.

LE ALTRE SONO: NUCLEARE FORTE - NUCLEARE DEBOLE - GRAVITAZIONALE. LA SEGUENTE TABELLA RIASSUME ALCUNI CONCETTI E PROPRIETÀ DELLE FORZE FONDAMENTALI

FORZA	Q.F.T.	MEDIAT.	TIPO	MASS MED.	AZIONE
EM	QED	SINGOLO FOTONE	ATTRAT. REPUL.	0	∞
DEBOLE	QWD (QFD) QUANT. FLAVOR DYN.	$W^{\pm}$, Z^0 (BOSONI)	ATTRAT. REPUL.	$m_W \simeq 80.4$ $m_Z \simeq 91.2$ IN GeV/c^2	$\sim 1 fm$ ($10^{-15} m$)
FORTE	Q.C.D	OTTETTO DI GLUONI	ATTRAT. REPUL.	$= 0.000$	$\sim 1 fm$ ($10^{-15} m$)
GRAVITAZ.	Q.G.D.	SINGOLO GRAVITONE (SOLO IPOTIZ.)	SOLO ATT.	$= 0.000$	∞

- LE FORZE DI INTERAZIONE DEBOLE E QUELLA E.M. SONO DESCRITTE COME LA STESSA INTERAZIONE. A ENERGIE > 246 GeV LE LORO INTERAZIONI SONO INDISTINGUIBILI. IN UN UNIVERSO MOLTO CALDO ($> 10^{15} K$) (BIG-BANG) QUESTE FORZE SAREBBERO INDISTING. CON IL "RAFFREDDAMENTO" (EPOCA DEI QUARK) SI SONO "SEPARATE".
- CENNI AL FOTONE - FOTONE VIRTUALE

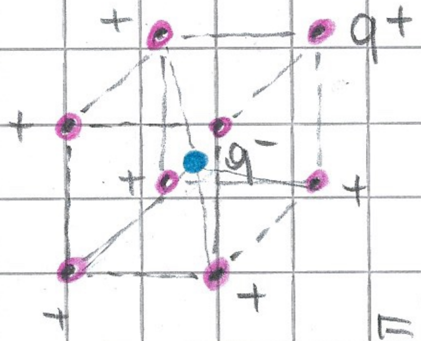
SPAZIO E MATERIA

I FENOMENI FISICI E LO SPAZIO IN CUI SI COLLOCANO È LA PRIMA IMPORTANTE

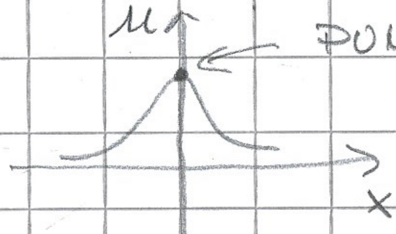
CONNESSIONE TRA FISICA E GEOMETRIA

E.D. E SPAZIO $\mathbb{R}^3$.

NEL CASO STATICO $\bar{E}$ SI POTREBBE DEFINIRE SOLO CON LA METRICA DELLO SPAZIO EUCLIDEO. MA NESSUNA CONFIG. DI CARICHE E' STATICA IN ASSENZA DI VINCOLI ESTERNI - TEOREMA DI EARNSHOW - (VEDI D.G. PROB. 3.2)



- OGNI CONFIGURAZIONE DI CARICHE DA LUOGO A POTENZIALI CHE NON HANNO UN MINIMO E SONO QUINDI INSTABILI. QUESTA E' UNA DIRETTA CONSEGUENZA DELLA EQ. DI LAPLACE CHE NON AMMETTE LIMITI LOCALI PER V. DI FATTO PER UNA CONF. DI q COME IN FIGURA LA CARICA POSTA AL CENTRO SI TROVA SU UN PUNTO INSTABILE



QUINDI DI FATTO ELETTROSTATICA E' POSSIBILE SOLO IN PRESENZA DI VINCOLI. $\Rightarrow$ PER $\bar{B}$ NON ESISTONO CONDIZIONI STATICHE NEMMENO CON VINCOLI - DATO CHE $\bar{B}$ E' DOVUTO A CARICHE IN MOTO $\Rightarrow$ DOBBIAMO INTRODURRE UN PARAMETRO TEMPO "t". "t" NON E' UN'OSSERVABILE E A RIGORE NEPPURE UNA VARIABILE, NEL SENSO CHE NON LO POSSIAMO MODIFICARE A

PIACIMENTO, ANCHE SE A VOLTE, USIAMO PER "t" IL TERMINE VARIABILE. QUINDI, A RIGORE, $\mathbb{R}^3$ NON PUÒ CONTENERE LE INTERAZIONI E.D. INVECE $\mathbb{R}^{1,3}$ SI!

PER CAPIRCI MEGLIO FACCIAMO IL SEGUENTE ESEMPIO. ABBIAMO VISTO PRIMA L'EQ. DI CONTINUITÀ DELLA CARICA: $\underbrace{\bar{\nabla}\circ\bar{J}}_{\text{OPER. SPAZIALE}} = -\underbrace{\partial_t}_{\text{OPER. TEMP.}}\rho(\bar{r},t)$

$\Rightarrow$ $\bar{J}$ È UN VETTORE IDENTIFICATO DA $\bar{r}\in\mathbb{R}^3$ A UN CERTO TEMPO t $\Rightarrow$ È UNA GRANDEZZA FISICA DELLO SPAZIO-TEMPO $\Rightarrow \mathbb{R}^{1,3}$. IN MODO ESPLICITO $\bar{J}$ È FUNZIONE DELLE SEGUENTI COORDINATE $\bar{J}(ct,x,y,z)$. MA CI SONO ANCHE GLI OPERATORI $\bar{\nabla}\circ$ E ∂_t. NOTIAMO CHE SONO TUTTI OPERATORI DIFFERENZIALI E QUINDI FORMALMENTE POSSIAMO USARE LA NOTAZIONE $\partial_\mu \equiv (\partial_t, \bar{\nabla})$ CON $\mu = 0,1,2,3$ E $J(ct,x,y,z)$ LO POSSIAMO SCRIVERE COME J^μ DOVE $J^{\mu=0} \equiv c\rho$, $J^{\mu=1,2,3} \equiv \bar{J}^{x,y,z}$.

QUINDI L'EQ. DI CONTINUITÀ DIVENTA

$$\partial_\mu J^\mu = 0$$

QUESTO È UN ANTICIPO (VEDREMO MOLTO IN DETTAGLIO TUTTO QUESTO) DEL FORMALISMO

TENSORIALE.

OSSERVAZIONE ∂_μ È L'OPERATORE DIVERG. NELLO SPAZIO $\mathbb{R}^{1,3}$. $\Rightarrow J^\mu$ (4-VETTORE DENSITÀ DI CORRENTE HA DIVERGENZA = 0 IN $\mathbb{R}^{1,3}$.

VEDIAMO DI GIUSTIFICARE QUESTA AFFERMAZIONE $\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = \partial_t \rho(t,\bar{r})$. IN $\mathbb{R}^{1,3}$ LE COORDINATE SONO $(-ct, x, y, z) = (x^0, x^1, x^2, x^3)$
(↑ LO GIUST. PIÙ AVANTI)

IN $\mathbb{R}^3$ $\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = \partial_x J_x + \partial_y J_y + \partial_z J_z = \sum_{i=1}^{3} \partial_{x^i} J^i$

IN $\mathbb{R}^{1,3}$ $\partial_\mu J^\mu = 0$. CON $\mu = 0$ HO $\frac{\partial J^0}{\partial x^0} = -\frac{1}{c}\frac{\partial J^0}{\partial t}$

$= -\frac{c\,\partial\rho}{c\,\partial t} = -\partial_t \rho$, MENTRE $\mu = 1,2,3$

$\Rightarrow$ DIVERGENZA SPAZIALE, $\bar{\nabla}\cdot\bar{J} = 0$
DATO CHE SE $\rho(t,\bar{r})$ NON VARIA NEL TEMPO $\bar{J}$ NON HA DIVERGENZA.
QUINDI SOLO LA COORDINATA x^0 IN $\mathbb{R}^{1,3}$ CONTRIBUISCE ALLA DIVERGENZA.

- CENNO ALLE PROPRIETÀ DI SIMMETRIA IN E.D.

- P = PARITÀ (INVERSIONE SPAZIALE
$\bar{r} \to -\bar{r}$ $\Rightarrow$ RIFLESSIONE SPECULARE

T = INVERSIONE TEMPORALE $(t \to -t)$

C = INVERSIONE CARICA ELETTRICA $\overset{+}{\bullet} \to \overset{-}{\bullet}$

ME INVERSIONE CARICA
MAGNETICA $\bar{m} \to -\bar{m}$

IN GENERALE SE UNA GRANDEZZA FISICA NON CAMBIA SEGNO QUANDO SI APPLICA UN'OPERAZIONE DI SIMMETRIA SI DICE PARI RISPETTO A QUELLA OPERAZIONE DI SIMMETRIA. VICEVERSA SI DICE DISPARI.

ESEMPI: $\rho(t,x,y,z)$. LA DENSITÀ DI CARICA ELETTRICA È PARI RISPETTO ALLA INVERSIONE DELLE COORD. $\Rightarrow \rho(t,x,y,z) = \rho(t,-x,-y,-z)$ $\Rightarrow$ PARITÀ P. È PARI ANCHE PER INVERSIONE TEMPORALE $t \to -t$ $\rho(t,x,y,z) = \rho(-t,x,y,z)$
$\rho(t,x,y,z)$ È INVECE DISPARI RISPETTO ALLA INVERSIONE DELLA CARICA $q^+ \to q^-$
$\rho^+(t,x,y,z) = -\rho^-(t,x,y,z)$. QUESTE OPERAZIONI SI SCRIVONO COSÌ: $P\rho = \rho$; $T\rho = \rho$
$C\rho = -\rho$.

CONSIDERIAMO ORA DELLE GRANDEZZE MECCANICHE

$$P\bar{r} = -r \; ; \; T\bar{r} = r \; ; \; \bar{v} = \frac{d\bar{r}}{dt} \Rightarrow P\bar{v} = -v$$

$$T\bar{v} = -v \; ; \; \bar{a} = \frac{d^2\bar{r}}{dt^2} \; ; \; P\bar{a} = -a \quad T\bar{a} = a$$

PROBLEMA: SI APPLICHINO LE OPERAZIONI P E T ALLE SEGUENTI GRANDEZZE E SI DEFINISCA LA LORO PARITÀ

$\bar{F}$, $\bar{L}$, $\bar{T}$, E_v, W = LAVORO

LE OPERAZIONI P, T, C, M SI APPLICANO ANCHE AGLI OPERATORI $T\partial_t = -\partial_t \Rightarrow$ DISPARI

$P\partial_t = \partial_t \Rightarrow$ PARI

$\bar{\nabla} = \partial_x \hat{i} + \partial_y \hat{j} + \partial_z \hat{z}$ SEGUE LE SEGUENTI REGOLE DI PARITÀ

$T\bar{\nabla} = \bar{\nabla}$; $P\bar{\nabla} = -\bar{\nabla}$; $C\bar{\nabla} = \bar{\nabla}$; $M\bar{\nabla} = \bar{\nabla}$

$\Rightarrow$ LE STESSE PARITÀ VALGONO PER $\bar{\nabla}\cdot$; $\bar{\nabla}\times$

PROBLEMA SI CONSIDERINO LE SEGUENTI GRANDEZZE FISICHE PER UN CONDENSATORE A FACCIE PIANE E PARALLELE SEPARATE DA UN MATERIALE CON χ_e (SUSCETTIBILITÀ ELETTRICA): $\bar{E}$, $\bar{D} = \varepsilon_m \bar{E}$, $\bar{P} = \bar{D} - \varepsilon_0 \bar{E}$, $\bar{p} = q \cdot \bar{r}$ E SI CALCOLI LA LORO PARITÀ RISPETTO A P, T, E C

PROBLEMA