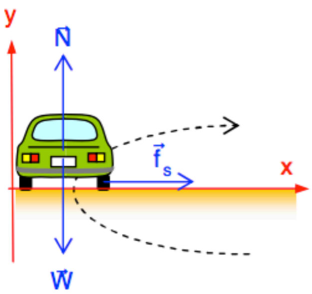
Forza centripeta – esempi



Esempio 4

Un'automobile di massa $m = 1500\,\text{Kg}$ percorre una curva circolare di raggio $r = 40.0\,\text{m}$ alla velocità di $15.0\,\text{m/s}$. Si trovi quanto vale la forza centripeta. Sapendo poi che il coefficiente di attrito statico fra pneumatici ed asfalto è $\mu_s = 0.950$, si calcoli la massima velocità alla quale l'auto può percorrere la curva e la forza centripeta in questo secondo caso.

La forza centripeta è fornita tutta dalla forza di attrito statico $\vec{f}_s$, e la sua direzione è perpendicolare a quella in cui avanzano le ruote. Nel primo caso $\vec{f}_s$ non raggiunge il suo valore massimo, ma sappiamo però che la sua intensità soddisfa la condizione $0 \le \left|\vec{f}_s\right| \le \mu_s \left|\vec{N}\right|$. Indicando con x la direzione radiale istantanea come in figura, si ha:

$$f_{sx} = ma_x \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{f}_s\right| = m\frac{\left|\vec{v}\right|^2}{r} = 1500 \times \frac{15.0^2}{40.0} = 0.844 \times 10^4\ \text{N}$$

Per avere la velocità massima dobbiamo calcolare invece proprio la massima forza di attrito statico $\mu_s \left|\vec{N}\right|$ e quindi trovare $\left|\vec{N}\right|$. Dall'equilibrio in direzione verticale si ha:

$$N_y + W_y = 0 \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{N}\right| - mg = 0 \quad \Rightarrow \quad \left|\vec{N}\right| = mg$$

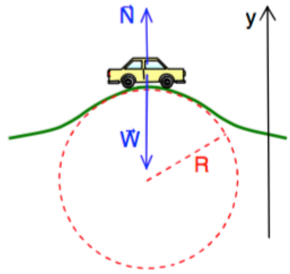
che sostituito nella relazione precedente:

$$f_{sx\,\max} = ma_x \quad \Rightarrow \quad \mu_s \left|\vec{N}\right| = m\frac{\left|\vec{v}\right|^2}{r} \quad \Rightarrow \quad \mu_s \cancel{m} g = \cancel{m}\frac{\left|\vec{v}\right|^2}{r}$$

$$\left|\vec{v}\right| = \sqrt{\mu_s g r} = \sqrt{0.950 \times 9.81 \times 40.0} = 19.3\,\text{m/s}.$$

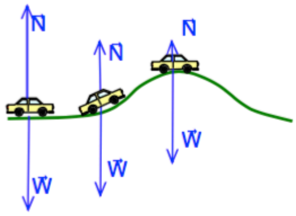
In questo caso per la forza centripeta risulta

$$\sum F_r = m\frac{|\vec{v}|^2}{r} = 1500 \times \frac{19.3^2}{40.0} = 1.40 \times 10^4 \text{ N}.$$



Esempio 5

Un'automobile di massa $m = 1300\,\text{Kg}$, che viaggia alla velocità costante di $|\vec{v}| = 10.5\,\text{m/s}$, passa sopra ad un dosso il cui profilo può essere considerato una circonferenza di raggio $R = 15.0\,\text{m}$. Si dica, senza svolgere alcun calcolo, se quando l'auto raggiunge la sommità, la forza normale esercitata dal terreno è maggiore, minore od uguale al peso della vettura. Si calcolino quindi le intensità della forza centripeta e della forza normale in quel momento.



Quando si trova nel punto più alto l'auto sta descrivendo una circonferenza, quindi deve agire su di lei una forza verticale che punta verso il centro. Questo significa che la somma delle forze che agiscono in verticale deve puntare in basso, cioè la forza $\vec{N}$ deve avere un'intensità minore di quella del peso $\vec{W}$. E' ben nota infatti la sensazione di "alleggerimento" che da passeggeri si sperimenta sulla sommità dei dossi: quello che si percepisce è proprio la diminuzione della forza normale, che come sappiamo, invece, quando siamo in quiete resta sempre uguale al peso.

La forza centripeta è il risultato delle azioni congiunte di $\vec{N}$ e $\vec{W}$, che in verticale si sottraggono. Osservando la direzione dell'asse verticale si ha $a_y = -\frac{|\vec{v}|^2}{R}$, da cui si ricava per la forza centripeta:

$$N_y + W_y = ma_y \Rightarrow \sum F_r = |\vec{N}| - mg = -m\frac{|\vec{v}|^2}{R} = -1300 \times \frac{10.5^2}{15.0} = -9.56 \times 10^3 \text{ N}$$

mentre per la normale:

$$|\vec{N}| - mg = -9.56 \times 10^3 \text{ N} \quad \Rightarrow \quad |\vec{N}| = 1300 \times 9.81 - 9.56 \times 10^3 = 3.20 \times 10^3 \text{ N}$$