CAMPO VETTORIALE

definito $\forall \bar{r}$ e $\forall t$

vettore !

ESEMPI: CAMPO ELETTRICO $(\bar{E})$ E CAMPO MAGNETICO $(\bar{B})$

$\vec{E}(\bar{r}, t)$

$\vec{B}(\bar{r}, t)$

carica elettrica

massa

velocità

particella q, m, $\vec{v}$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \bar{v} \times \vec{B})$$

forza di Lorentz

RAPPRESENTAZIONE DEI CAMPI VETTORIALI

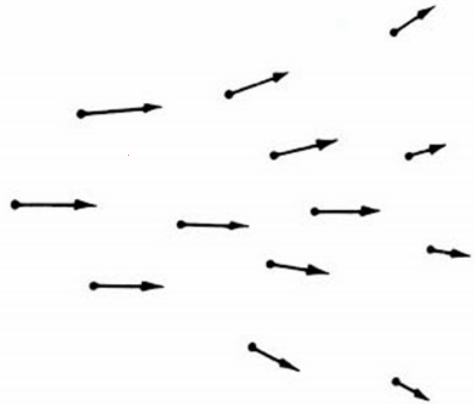


Fig. 1–1. Un campo vettoriale si può rappresentare tracciando un sistema di frecce le cui grandezze e direzioni indicano i valori del campo vettoriale nei punti dai quali le frecce sono spiccate.

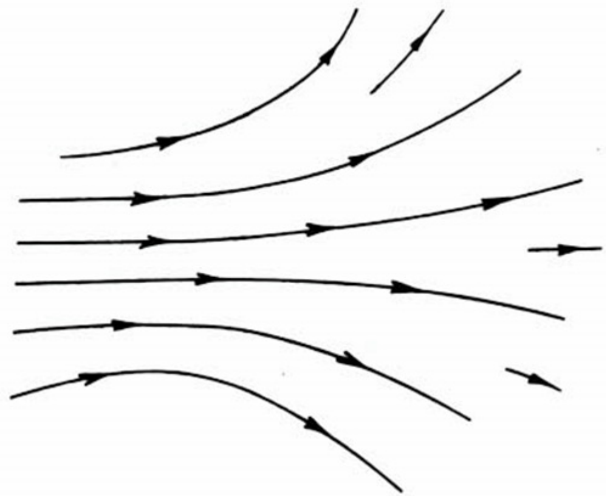
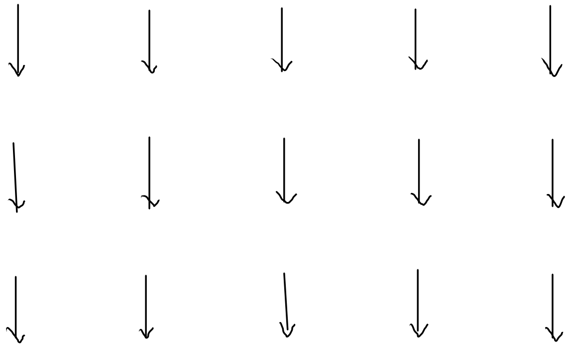
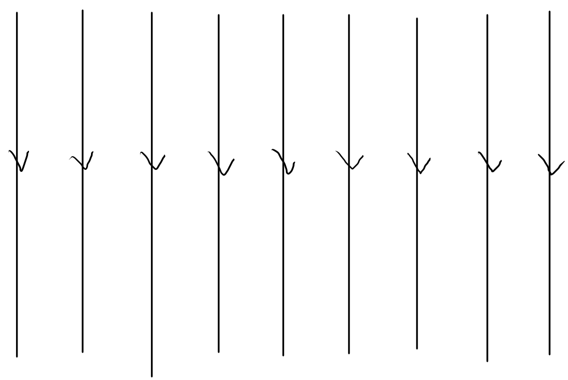


Fig. 1–2. Un campo vettoriale può essere rappresentato tracciando delle linee che sono tangenti alla direzione del campo vettoriale in ogni punto e prendendo la densità di queste linee proporzionale al modulo del campo.

ESEMPIO 1: FORZA PESO $\vec{P} = m\vec{g}$



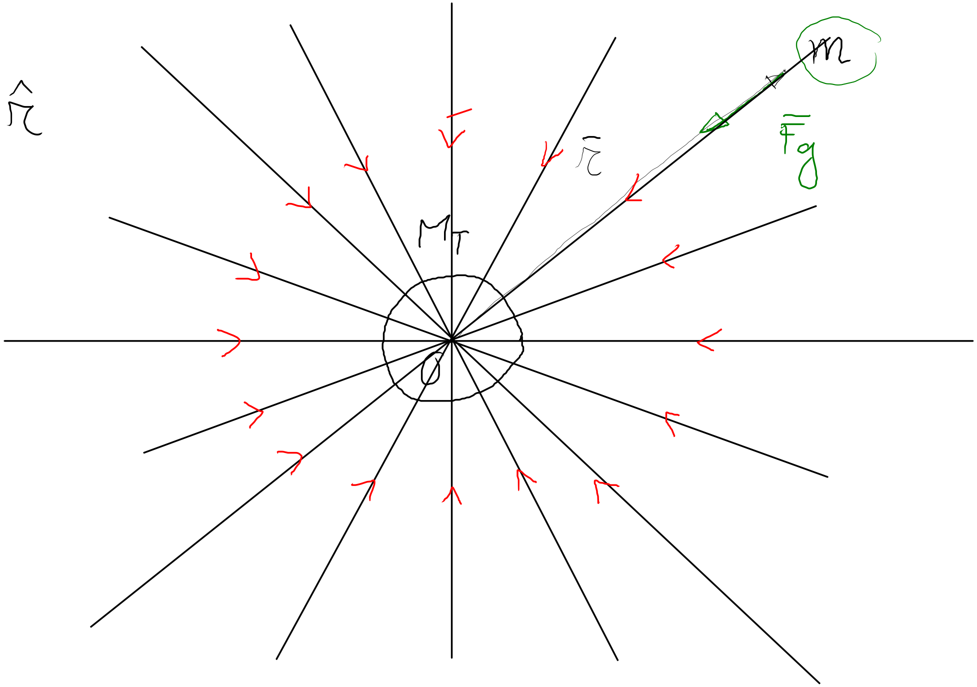
$$\vec{P} = m \cdot \vec{g}$$



ESEMPIO 2: FORZA GRAVITAZIONALE

$$\vec{F}_g = -G \frac{M_T m}{r^2} \hat{r} \qquad r = |\vec{r}|$$

$$-G \frac{M_T}{r^2} \hat{r}$$



FORZE CONSERVATIVE E CAMPI DI FORZE

$$\left.\begin{aligned} \mathcal{L} &= -\Delta U \\ \mathcal{L} &= F \cdot \Delta x \end{aligned}\right\} \quad F \cdot \Delta x = -\Delta U$$

$$F = -\frac{\Delta U}{\Delta x}$$

$$F = -\frac{dU}{dx}$$

che può essere generalizzata in 3D:

$$U(\vec{r}) = U(x, y, z) \qquad \boxed{\vec{F} = -\overline{\text{grad}}\, U = -\bar{\nabla} U}$$

$$\bar{\nabla} U = \frac{\partial U}{\partial x}\hat{i} + \frac{\partial U}{\partial y}\hat{j} + \frac{\partial U}{\partial z}\hat{k}$$

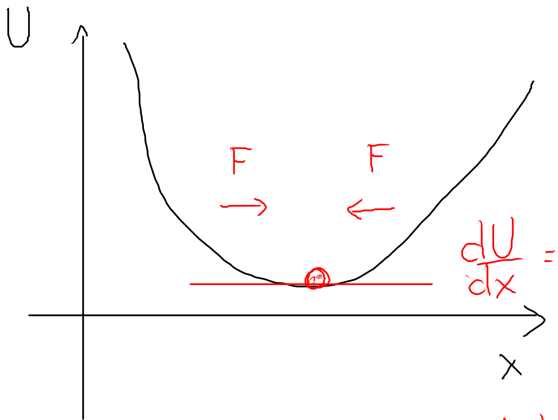
Esempio: $\bar{P} = m\bar{g}$

$U = mgz$ ← altezza rispetto al suolo

$$\bar{P} = -\bar{\nabla} U = \cancel{0}\,\hat{i} + \cancel{0}\,\hat{j} - mg\,\hat{k} = m\vec{g}$$

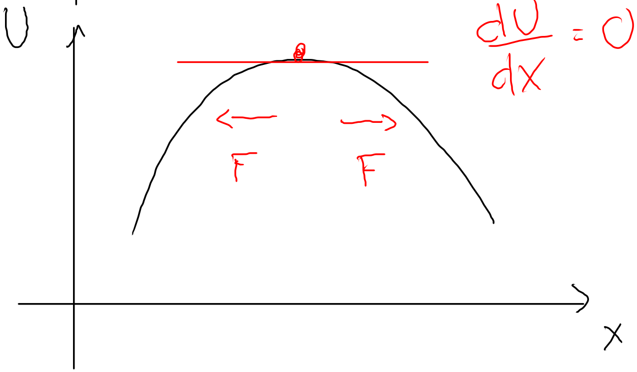
$$\vec{F} = -\vec{\nabla} U$$

$$F = -\frac{dU}{dx}$$



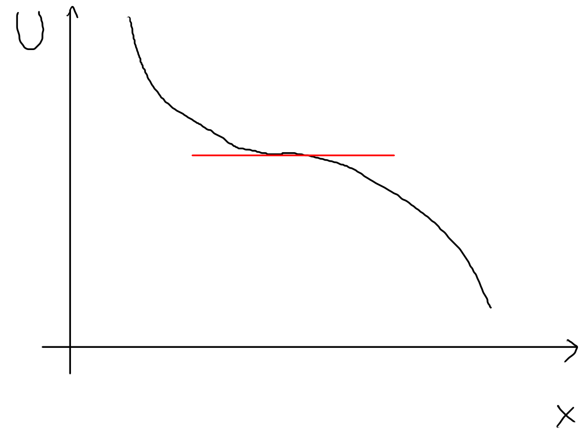
$$\frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow F = 0$$

equilibrio stabile

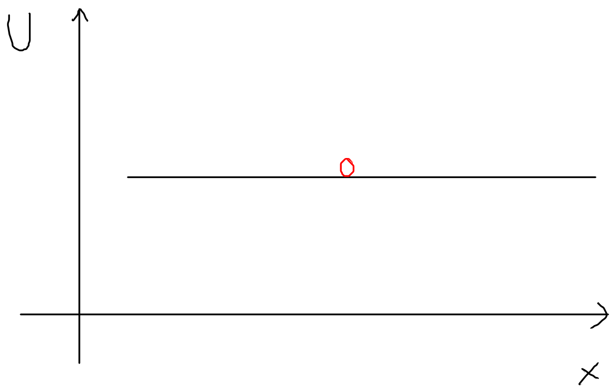


$$\frac{dU}{dx} = 0 \Rightarrow F = 0$$

equilibrio instabile



equilibrio instabile



equilibrio indifferente

$$U = mgz$$
$$\bar{P} = -mg\hat{k} = m\bar{g}$$

$$U = mgz \Big|_{z=cost}$$
$$\bar{P} = 0$$

FORZE CONSERVATIVE

$\rightarrow \quad \bar{P} = m\bar{g} \qquad\qquad U = mgz$ ← altezza rispetto al suolo ($U = mgh$)

$\rightarrow \quad \bar{F} = -k\vec{x} \qquad\qquad U = \frac{1}{2}kx^2$

$\rightarrow \quad \vec{F}_g = -\frac{G M_T m}{r^2}\hat{r} \qquad\qquad U = -\frac{G M_T m}{r}$

dim: $\vec{F}_g = -\bar{\nabla} U$

$$= -\frac{\partial}{\partial r} U(r)\,\hat{r} + \dots$$

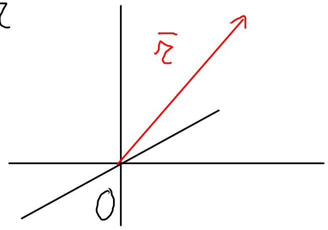
termini nulli perché $U(\bar{r}) = U(r)$

$$= -\left(-G M_T m \frac{\partial}{\partial r}\left(\frac{1}{r}\right)\right)\hat{r}$$

$$= G M_T m \left(-\frac{1}{r^2}\right)\hat{r}$$

$$= -G\frac{M_T m}{r^2}\hat{r}$$

$r = |\bar{r}|$



POTENZA

$$P_m = \frac{\mathcal{L}}{\Delta t} \qquad \frac{J}{s} = W \quad (\text{Watt})$$

potenza media

$$P = \frac{d\mathcal{L}}{dt}$$

potenza istantanea

$$P = \frac{\bar{F} \cdot d\bar{r}}{dt} = \bar{F} \cdot \underbrace{\frac{d\bar{r}}{dt}}_{\bar{v}} = \bar{F} \cdot \bar{v}$$

RENDIMENTO

lavoro erogato dalla macchina

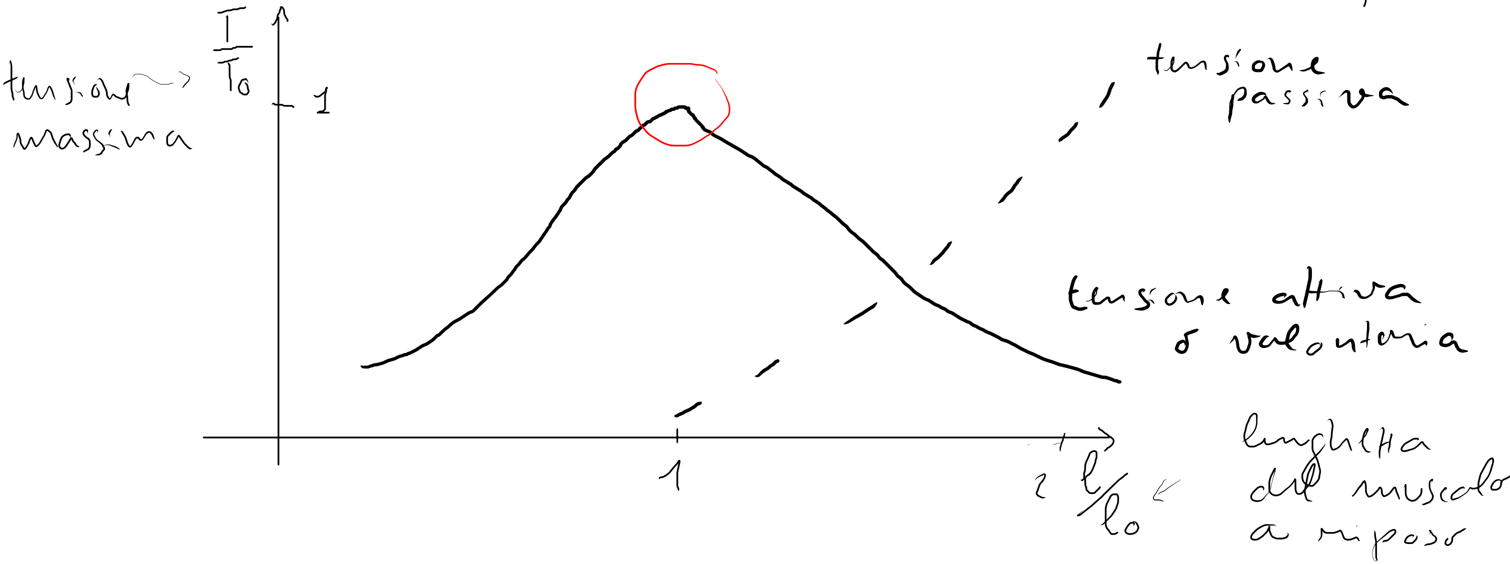
$$\eta = \frac{\mathcal{L}}{E} \cdot 100$$

energia necessaria a far funzionare la macchina

LAVORO E POTENZA MUSCOLARE

1) CONTRAZIONE MUSCOLARE ISOMETRICA

non c'è $\mathcal{L}$ in senso fisico



2) CONTRAZIONE MUSCOLARE ISOTONICA

c'è $\mathcal{L}$ in senso fisico

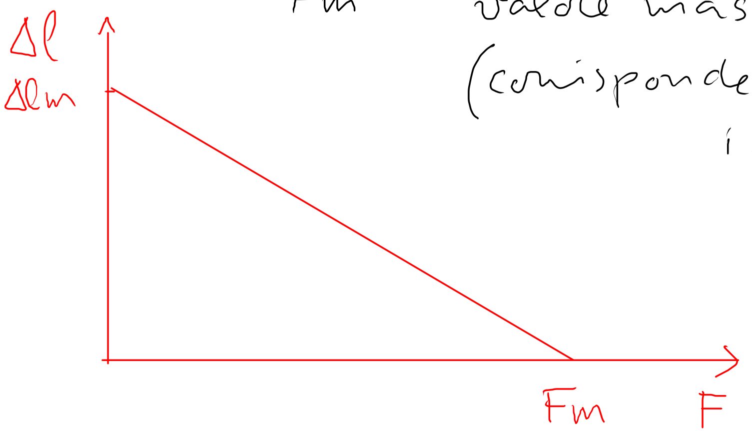
2a) ACCORCIAMENTO Δl

$$\Delta l = \Delta l_m \cdot \frac{F_m - F}{F_m}$$

Δl_m accorciamento massimo (per $F = 0$)

F azione carico esterno sul muscolo

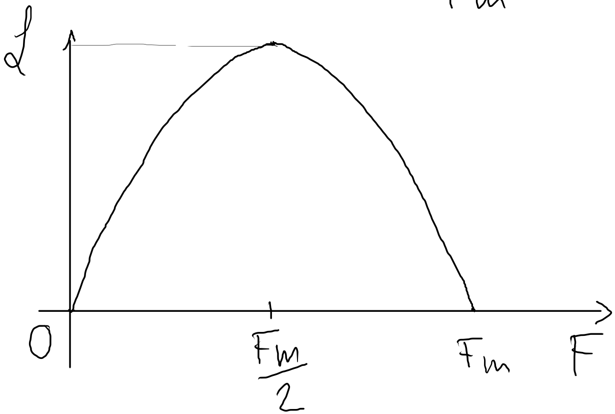
F_m valore massimo carico esterno (corrisponde alla max tensione isometrica T_0)



2b) LAVORO

$$\mathcal{L} = F \cdot \Delta l = F\, \Delta l_m \frac{F_m - F}{F_m} = F \cdot \Delta l_m \left(1 - \frac{F}{F_m}\right)$$

$$= F \cdot \Delta l_m - \frac{F^2}{F_m} \Delta l_m$$



parabola con vertice

$$+\frac{\cancel{\Delta l_m}}{\frac{2\cancel{\Delta l_m}}{F_m}} = \frac{F_m}{2}$$

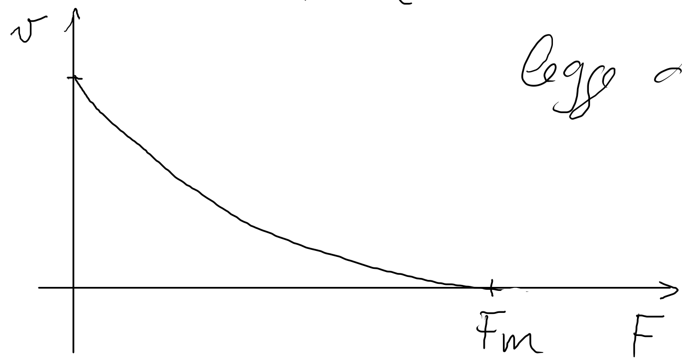
$$\mathcal{L}_{max} = \frac{F_m}{2} \Delta l_m - \frac{F_m^{\cancel{2}}}{4\cancel{F_m}} \cdot \Delta l_m$$

$$= \frac{F_m \cdot \Delta l_m}{4}$$

2c) POTENZA

$$P = F \cdot v \qquad v = b\,\frac{F_m - F}{F + a} \qquad a \gg F_m$$

Legge di Hill



$$P_L = F \cdot v = F\,b\,\frac{F_m - F}{F + a}$$

$$P_Q = \frac{Q}{\Delta t} = \frac{Q v}{\Delta \ell}$$

$$P_T = P_L + P_Q$$