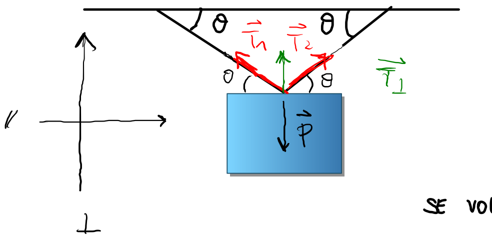
ESERCITAZIONE 26/03/2021 (#4) - STATICA, LEVE, FORZE VIVE.

#1) PANNELLI PUBBLICITARI

Un pannello pubblicitario, con massa m è sospeso tramite 2 fili (VEDI FIGURA)

- DETERMINARE T IN FUNZIONE DI θ ed m
- QUANTO VALE T se $\theta = 30°$ e $m = 2.0$ kg ?



$|\vec{T}_1|$ e $|\vec{T}_2|$ SONO UGUALI TRA LORO

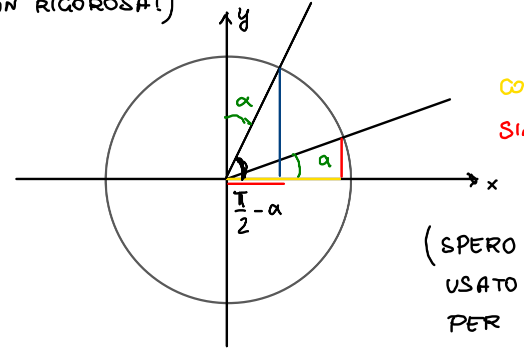
$$\vec{P} + \vec{T}_1 + \vec{T}_2 = 0$$

$$\begin{cases} \parallel: & -T_1^{\parallel} + T_2^{\parallel} = 0 \rightarrow T_1^{\parallel} = T_2^{\parallel} \\ \perp: & -P + T_1^{\perp} + T_2^{\perp} = 0 \rightarrow P = T_1^{\perp} + T_2^{\perp} \end{cases}$$

$$T_1^{\perp} = T_2^{\perp} = T^{\perp} \qquad 2T^{\perp} = P \rightarrow T^{\perp} = \frac{P}{2} \qquad T^{\perp} = T\cos\left(\frac{\pi}{2} - \theta\right) = T\sin\theta$$

$$T\sin\theta = \frac{P}{2} \rightarrow T = \frac{P}{2\sin\theta} = \frac{mg}{2\sin\theta} = \frac{2\,\text{kg} \cdot 9{,}81\,\text{m/s}^2}{2\sin(30°)} = 19.6\,\text{N}$$

SE VOLETE UNA GIUSTIFICAZIONE "GRAFICA" (E NON RIGOROSA!)



$\cos(\alpha)$

$\sin(\alpha) = \cos\left(\frac{\pi}{2} - \alpha\right)$

(SPERO SI CAPISCA, HO USATO COLORI CORRISPONDENTI PER SEGMENTI CORRISPONDENTI)

POSITIVO SE ENTRA NEL FOGLIO

#3) LA GRU

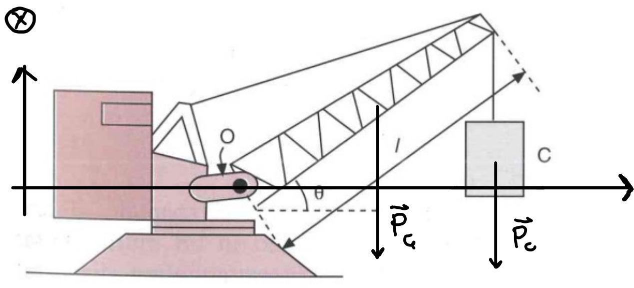


Figura 3.56

UNA GRU (FIGURA A LATO) HA MASSA $m = 3{,}0 \times 10^3$ kg ED È INCERNIERATA NEL PUNTO O. L'ESTREMITÀ ESTERNA SI TROVA A 5 METRI DAL PERNO, ED È INCLINATA DI 30° RISPETTO ALL'ORIZZONTALE MENTRE SOSTIENE UN CARICO CON $m' = 10^4$ kg
IL CENTRO DI GRAVITÀ DELLA GRU SI TROVA A DISTANZA $d = l/2$ DA O.

QUAL È DIREZIONE, VERSO E MODULO DEL MOMENTO RISULTANTE RISPETTO AD O, DELLE FORZE DI GRAVITÀ AGENTI SUL SISTEMA?

(PROBLEMA E FIGURA TRATTI DAL RAGOZZINO)

LE UNICHE FORZE CHE CONTRIBUISCONO AL MOMENTO ANGOLARE SONO I PESI DELLA GRU E DELLA CASSA:
SCRIVENDO L'EQUAZIONE PER LA STATICA OTTENGO CHE

$$M^G_{TOT} = m_c g l \cos\theta + m_G \frac{l}{2} g = \frac{gl}{2}\left(2m_c\cos\theta + m_G\right) = \frac{9.81\ m/s^2\ 5\ m}{2}\left(2\cdot 10^4\ kg\cos(30°) + 3\cdot 10^3\ kg\right)$$

$$= 4{,}89 \times 10^5\ N\cdot m$$

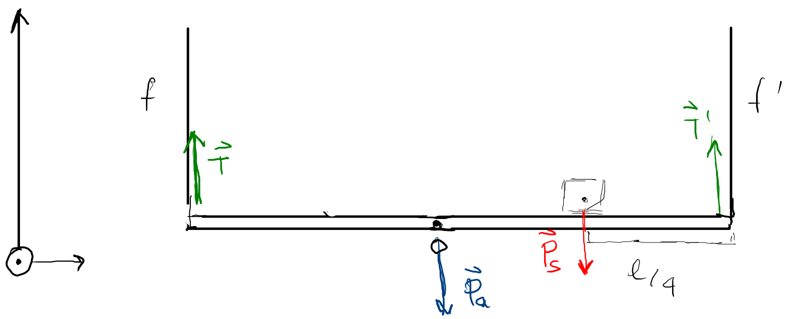
IL MOMENTO TOTALE HA DIREZIONE PERPENDICOLARE AL PIANO DEL FOGLIO E VERSO ENTRANTE. IL MODULO È QUELLO CALCOLATO.

#4) IL LAVAVETRI $\qquad (T = |\vec{T}|)$

SU UNA TAVOLA ORIZZONTALE, CON LUNGHEZZA l E MASSA m_a, SOSTENUTA AGLI ESTREMI DA 2 FUNI f e f' (VERTICALI) E' APPOGGIATO UN SECCHIO PIENO DI ACQUA, CON MASSA m_s, A DISTANZA $l/4$ DA UNA DELLE FUNI

- DETERMINARE LA TENSIONE T DELLE FUNI
- QUANTO VALE T SE $m_a = 15$ kg e $m_s = 12$ kg?

⊗ ENTRANTE



$$\begin{cases} \sum \vec{F}_{SISTEMA} = 0 & (1) \\ \sum \vec{M}_{SISTEMA} = 0 & (2) \end{cases}$$

$\vec{P}_a = m_a \vec{g}$

$\vec{P}_s = m_s \vec{g}$

(1) $\vec{P}_a + \vec{P}_s + \vec{T} + \vec{T}' = 0$

$\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$

$\vec{M}_T + \vec{M}_{T'} + \cancel{\vec{M}_{P_a}} + \vec{M}_{P_s} = 0 \longrightarrow$ VERSIONE SCALARE $\longrightarrow -\frac{Tl}{2} + \frac{T'l}{2} + 0 - \frac{l m_s g}{4} = 0$

$|\vec{M}_T| = |\vec{r} \times \vec{T}| = \frac{lT}{2}$

$|\vec{M}_{T'}| = |\vec{r} \times \vec{T}'| = \frac{lT'}{2}$

$|\vec{M}_S| = |\vec{r} \times \vec{P}_s| = \frac{l m_s g}{4}$

$$\begin{cases} \text{(1)} \quad T = (m_s + m_a) g - T' \\ \text{(2)} \quad -T\ell + T'\ell - \frac{\ell m_s}{2} g = 0 \end{cases}$$

$$-\cancel{\ell}\left((m_s + m_a) g - T'\right) + T'\cancel{\ell} - \frac{\cancel{\ell} m_s}{2} g = 0$$

$$-(m_s + m_a) g + T' + T' - \frac{m_s}{2} g = 0$$

$$T' = \frac{1}{2}\left((m_s + m_a) g + \frac{m_s}{2} g\right) = \frac{1}{2}\left(m_a g + \frac{3 m_s}{2} g\right) = \left(\frac{m_a g}{2} + \frac{3 m_s g}{4}\right)$$

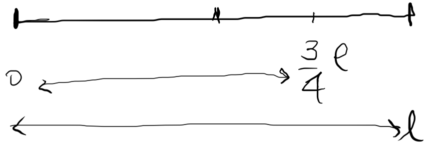
$$= g\left(\frac{m_a}{2} + \frac{3 m_s}{4}\right)$$

$$T = g(m_s + m_a) - T' = g\left(\frac{m_s}{4} + \frac{m_a}{2}\right)$$

$m_a = 15 \text{ kg} \quad m_s = 12 \text{ kg}$

$$T' = 9{,}81 \frac{m}{s^2}\left(\frac{15 \text{ kg}}{2} + \frac{3}{4} 12 \text{ kg}\right) = 162 \text{ N} \qquad T = 9.81 \frac{m}{s^2}\left(\frac{12}{4} \text{ kg} + \frac{15}{2} \text{ kg}\right) = 103 \text{ N}$$

RISPETTO ALL' ALTRO PUNTO:



$$\begin{cases} T' = g(m_s + m_a) - T \\ +\dfrac{m_a g \cancel{l}}{2} + \dfrac{3 m_s g \cancel{l}}{4} - T\cancel{l} = 0 \end{cases}$$

$$T = \frac{m_a g}{2} + \frac{3}{4} m_s g = g\left(\frac{m_a}{2} + \frac{3}{4} m_s\right)$$

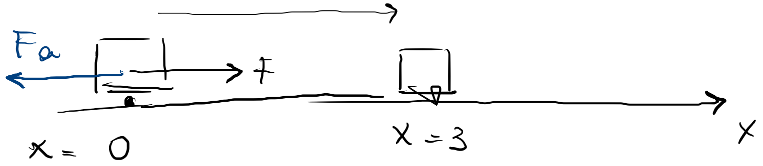
UGUALE A PRIMA!
(E PURE PIÙ FACILE, OTTIMA SCELTA!)

PROVATE (SE VOLETE) A RIFARLO USANDO COME FULCRO IL PUNTO DI APPLICAZIONE DI T' SULLA TAVOLA (CONSIDERANDO SEMPRE LA TAVOLA COME SE FOSSE SENZA SPESSORE)

#5) IL TRASLOCO

LUNGO UN PERCORSO CON LUNGHEZZA $l = 3.0$ m UN INDIVIDUO TRASCINA UNA SCATOLA CON $m = 15$ kg, CON VELOCITÀ COSTANTE
LA FORZA ESERCITATA È DIRETTA ORIZZONTALMENTE E IL COEFFICIENTE DI ATTRITO È PARI A $\mu = 0.2$.

1) QUAL È IL LAVORO COMPIUTO DALL' INDIVIDUO?
2) DALL' ATTRITO?
3) DALLA GRAVITÀ?



$$\mathcal{L}^{p} = \int_i^f \vec{F} \cdot d\vec{r} = \int_0^3 F(x)\,dx = F \int_0^3 dx = F\,\Delta x = F \cdot 3\text{ m}$$

$$\overset{!}{=} mg\mu\Delta x = 15\text{ kg} \cdot 9{,}81\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\; 0.2\; 3\text{m} = 88.3\text{ J}$$

$$\mathcal{L}^{a} = -\mathcal{L}^{p} = -88.3\text{ J}$$

$$\mathcal{L}^{g} = 0\text{ J}$$

#6) QUAL È L'ENERGIA CINETICA DI UNA VETTURA, CON MASSA $M = 1300$ kg CHE VIAGGIA A $v = 90$ km/h? QUALE L'ENERGIA CINETICA DI UN SASSO ($m = 250$ g) CHE SI MUOVE CON $v = 10$ m/s?

$$K_{AUTO} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\, 1300\,\text{kg} \left(\frac{90}{3.6}\, \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 4.06 \times 10^5\ \text{J}$$

$$\text{N}\,\text{m} = \text{kg}\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\,\text{m}$$

CONVERSIONE IN m/s

LE UNITÀ DI MISURA SONO CONSISTENTI E CORRETTE

$$K_{SASSO} = \frac{1}{2} m v^2 = \frac{1}{2}\, 0.25\ \text{kg} \left(10\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 12.5\ \text{J}$$

7) CURLING!

DURANTE UNA PARTITA DI CURLING UN GIOCATORE LANCIA IL DISCO CON $v_1 = 3\ m/s$ SE IL COEFFICIENTE DI ATTRITO $\mu = 0.1$, QUAL È LA LUNGHEZZA DEL PERCORSO COMPIUTO PRIMA DI FERMARSI?

$$\mathcal{L} = \Delta K \qquad\qquad K = \frac{1}{2} m v^2$$

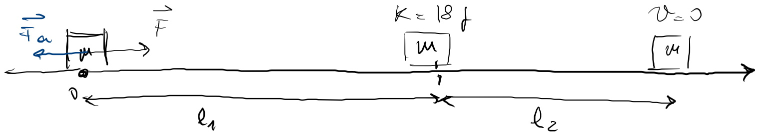
$$\mathcal{L} = -F_A \Delta x = -mg\mu\Delta x$$

$$\Delta K = K_F - K_1 = \frac{1}{2} m \cancel{v_F^2} - \frac{1}{2} m v_1^2 = -\frac{1}{2} m v_1^2$$

$$+\cancel{m} g \mu \Delta x = +\frac{1}{2} \cancel{m} v_1^2 \Rightarrow \boxed{\Delta x = \frac{v_1^2}{2g\mu}} = \Delta x = \frac{(3\ m/s)^2}{2 \cdot 9{,}81\ \frac{m}{s^2}\ \mu} = 4.6\ m$$

#8) ESAME 13/06/16, ESERCIZIO I

Una cassa con massa m = 40kg, inizialmente ferma, viene spinta da una persona su un pavimento orizzontale con una forza F = 130N, fino a che l'energia cinetica della cassa è pari a 18J. A questo punto la persona smette di spingere la cassa, la quale si muove libera.
Supponendo che il piano di movimento sia scabro, con coefficiente di attrito dinamico = 0.3, calcolare:
- La lunghezza del percorso l1 compiuto dalla cassa mentre agisce F
- L'intervallo di tempo durante il quale la forza viene esplicata
- La lunghezza l2 del percorso compiuto dalla cassa dall'istante in cui non viene più spinta dalla persona



$$\begin{cases} P = N \\ \vec{F} + \vec{F}_A = m\vec{a} \end{cases} \rightarrow F - mg\mu = ma$$

$$\mathcal{L} = \Delta K = \underset{K_F}{18\,J} - \underset{K_i}{0\,J} = 18\,J$$

$$\mathcal{L} = (F - mg\mu)\Delta x \longrightarrow (F - mg\mu)\Delta x = \Delta K \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta K}{F - mg\mu} = \frac{18\,J}{130\,N - 40 \cdot 9{,}81 \cdot 0{,}3}$$

$$x(t) = \cancel{x_0} + \cancel{v_0}t + \frac{1}{2}at^2 = \frac{1}{2}at^2$$

$$\Delta x = x(\bar{t}) - \cancel{x(0)} = \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \frac{2\Delta x}{a} = 3{,}06\ s$$

3) $\mathcal{L} = \Delta K$

$$\mathcal{L} = -F_a \cdot \Delta x = -\mu_d g m \Delta x \qquad -\mu_d g m \Delta x = \Delta K \longrightarrow \Delta x = -\frac{\Delta K}{\mu_d g m}$$

$$\Delta K = K_F - K_i = 0 - 18\,J = -18\,J \qquad \left(\cancel{+0{,}3\ 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\ 40\,kg\ \Delta x = +18}\right)$$

$$\Delta x = \frac{18\,J}{0{,}3\ \ 9{,}81\,\frac{m}{s^2}\ \ 40\,kg} = 0{,}153\ m$$

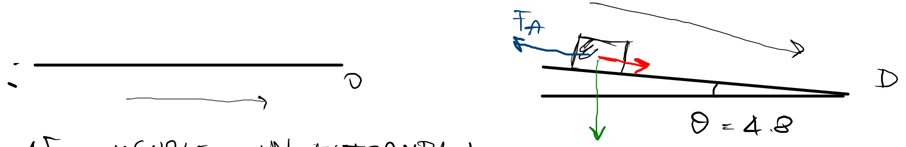
#9) PROVA ESAME 01/02/2019 (ES 1, TERZO PUNTO)

Un'auto con m = 1300kg inchioda e comincia a slittare. Il coefficiente di attrito dinamico risulta pari a 0.52.
Nei punti precedenti abbiamo calcolato l'intensità della forza frenante per la strada in piano e in discesa (inclinata di 4.8° rispetto all'orizzontale).

RICORDIAMO CHE

$$F_O = \mu_d mg = 6.62 \text{ kN}$$
$$F_D = \mu_d mg\cos\theta = 6.60 \text{ kN}$$

Punto 3:
- Determinare il rapporto $\frac{\Delta x_O}{\Delta x_D}$, CON Δx DISTANZA DI ARRESTO NEI 2 CASI.



v_1 = UGUALE IN ENTRAMBI I CASI

$$\Delta K = K_F - K_1 = 0 - K_1 = -K_1 \quad \text{(IN ENTRAMBI I CASI)}$$

$$O \rightarrow \quad \mathcal{L}^{O} = -F_a \Delta x_O = -K_1 = \Delta K$$

$$D \rightarrow \quad \mathcal{L}^{TOT} = \mathcal{L}_D^{F_A} + \mathcal{L}_D^{g} = -F_D \Delta x_D + mg\sin\theta \Delta x_D = -K_1 = \Delta K$$
$$= \Delta x_D (mg\sin\theta - F_D)$$

$$\Delta K = \Delta x_D (mg\sin\theta - F_D)$$
$$\Rightarrow \quad +F_a \Delta x_O = \Delta x_D (F_D - mg\sin\theta)$$
$$\Delta K = -F_a \Delta x_O$$

$$\frac{\Delta x_O}{\Delta x_D} = \frac{F_D - mg\sin\theta}{F_O} = 0.84$$

#9 UNA FORZA CHE AGISCE NEL PIANO xy È DATA DA $\vec{F} = 10\,N\,\hat{i} + 3\,\frac{N}{m}\,\hat{j}$ OVE x È IN METRI e $\hat{i}$ e $\hat{j}$ SONO I VERSORI DEGLI ASSI x e y. SI SUPPONGA CHE $\vec{F}$ AGISCA SU UNA PARTICELLA MENTRE QUESTA SI SPOSTA DA $(x_i; y_i) = (4\,m; 1\,m)$ FINO A $(x_F; y_F) = (4\,m; 4\,m)$

- CHE LAVORO FA $\vec{F}$ SE LA PARTICELLA SI MUOVE DA i A f LUNGO LA VIA PIÙ BREVE?

- CHE LAVORO FA $\vec{F}$ SE LA PARTICELLA SEGUE:
  $(x_1, y_1) \rightarrow (x_P\ y_P) = (0, 1)\,m \rightarrow$