Schemi a blocchi

Introduzione

Schemi a blocchi: generalità

Schemi a blocchi per sistemi dinamici lineari tempo-invarianti

Utili per

- rappresentare sistemi dinamici costituiti da **sottosistemi interagenti** tra loro.
- mettere in evidenza, in maniera **grafica**, le **interazioni** tra i sottosistemi componenti.
- agevolare la **determinazione della funzione di trasferimento** tra una particolare variabile d'**ingresso** ed una data variabile d'**uscita**.

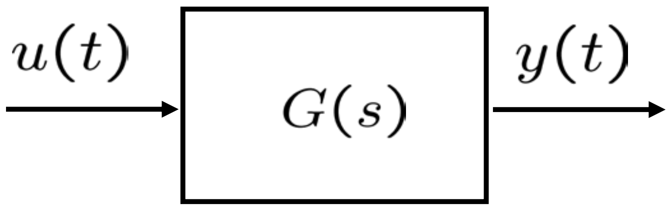
- Valgono **proprietà analoghe** nei due casi di **sistemi a tempo continuo** ed **a tempo discreto**:
  - per semplicità allora le **proprietà** verranno analizzate **solo nel caso di sistemi a tempo continuo**, mentre poi saranno applicate ad esempi sia a tempo continuo che a tempo discreto.

Schemi a blocchi

Elementi base
Regole di elaborazione

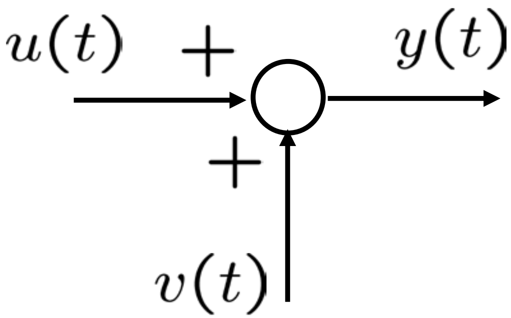
- Elementi base

Blocco



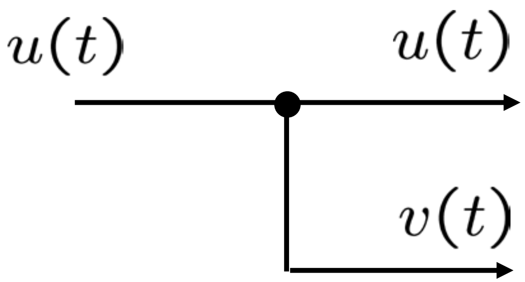
$$Y(s) = G(s)U(s)$$

Nodo sommatore



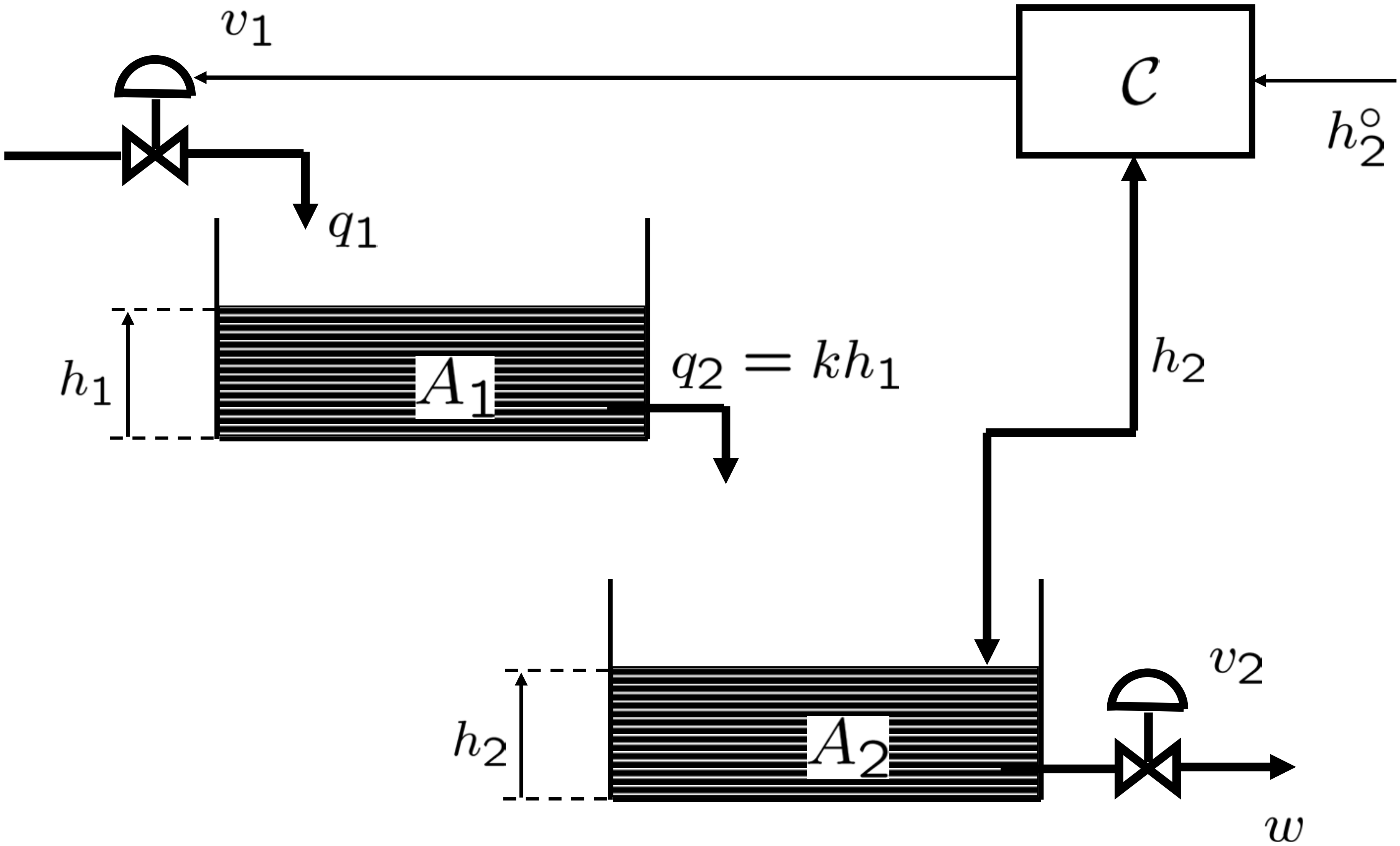
$$Y(s) = U(s) + V(s)$$

Punto di diramazione

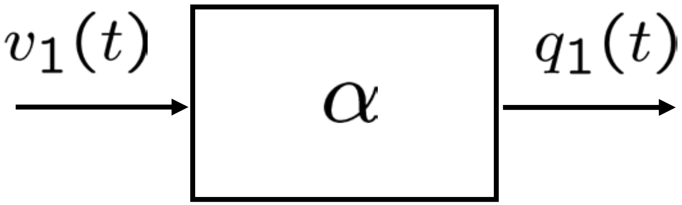


$$U(s) = V(s)$$

Esempio



- Valvola 1

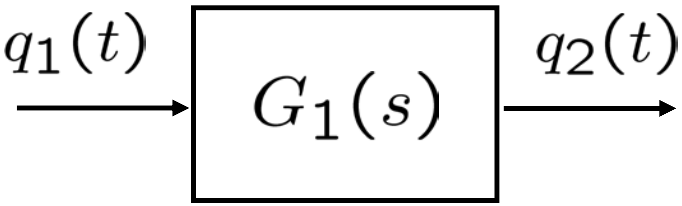


$$Q_1(s) = \alpha V_1(s)$$

- Serbatoio 1

$$\begin{cases} A_1 \dot{h}_1 = q_1 - k h_1 \\ \\ q_2 = k h_1 \end{cases}$$

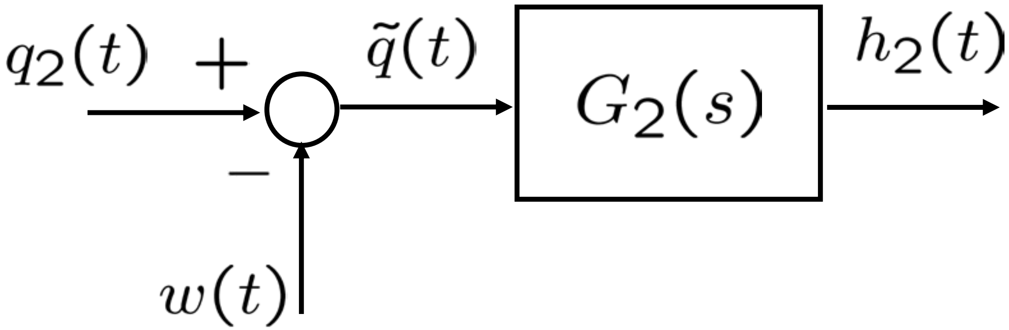
$$G_1(s) = C(sI - A)^{-1}B + D = k(A_1 s + k)^{-1} = \frac{k}{A_1 s + k}$$



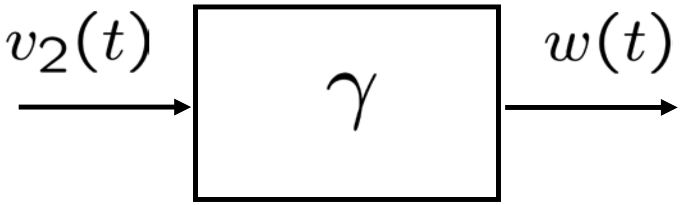
- Serbatoio 2

$$A_2\dot{h}_2 = \underbrace{q_2 - w}_{\tilde{q}}$$

$$H_2(s) = G_2(s)\tilde{Q}(s) = \overset{G_2(s)}{\boxed{\frac{1}{sA_2}}}[Q_2(s) - W(s)]$$



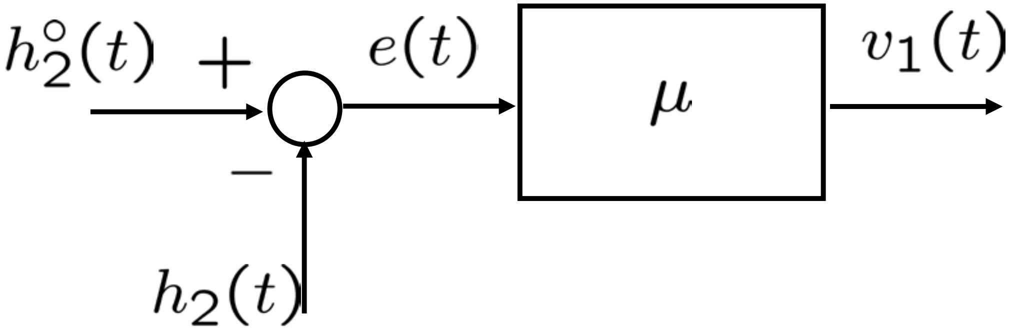
- Valvola 2



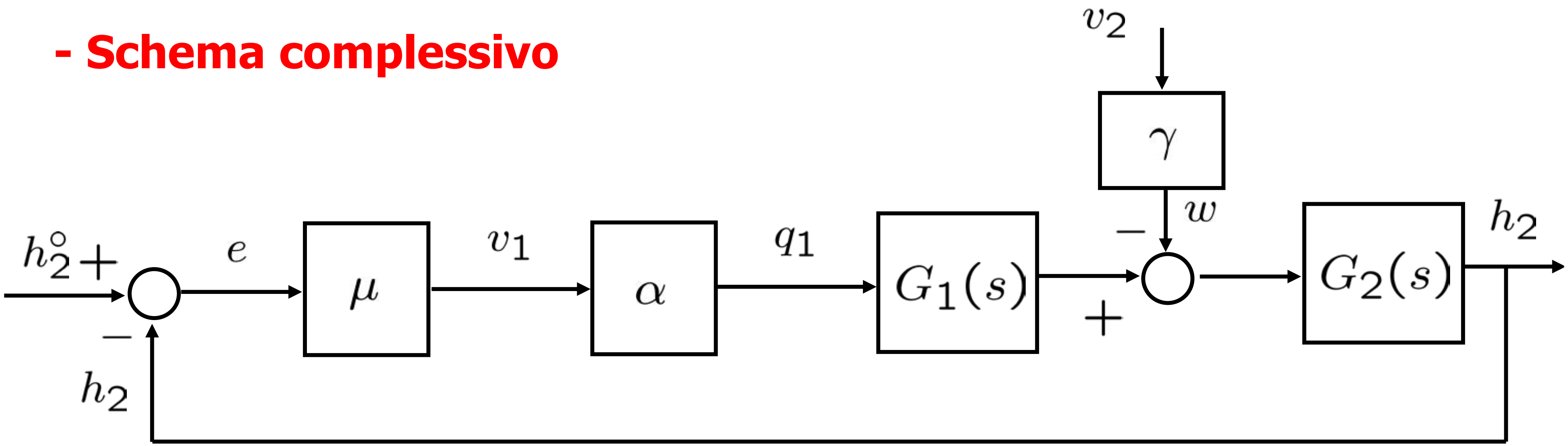
$$W(s) = \gamma V_2(s)$$

- Controllore proporzionale

$$v_1(t) = \mu \, \underbrace{\left[h_2^\circ(t) - h_2(t)\right]}_{e(t)}$$



- Schema complessivo



FDT tra h_2° e h_2 ?

FDT tra v_2 e h_2 ?

FDT tra v_2 e e ?

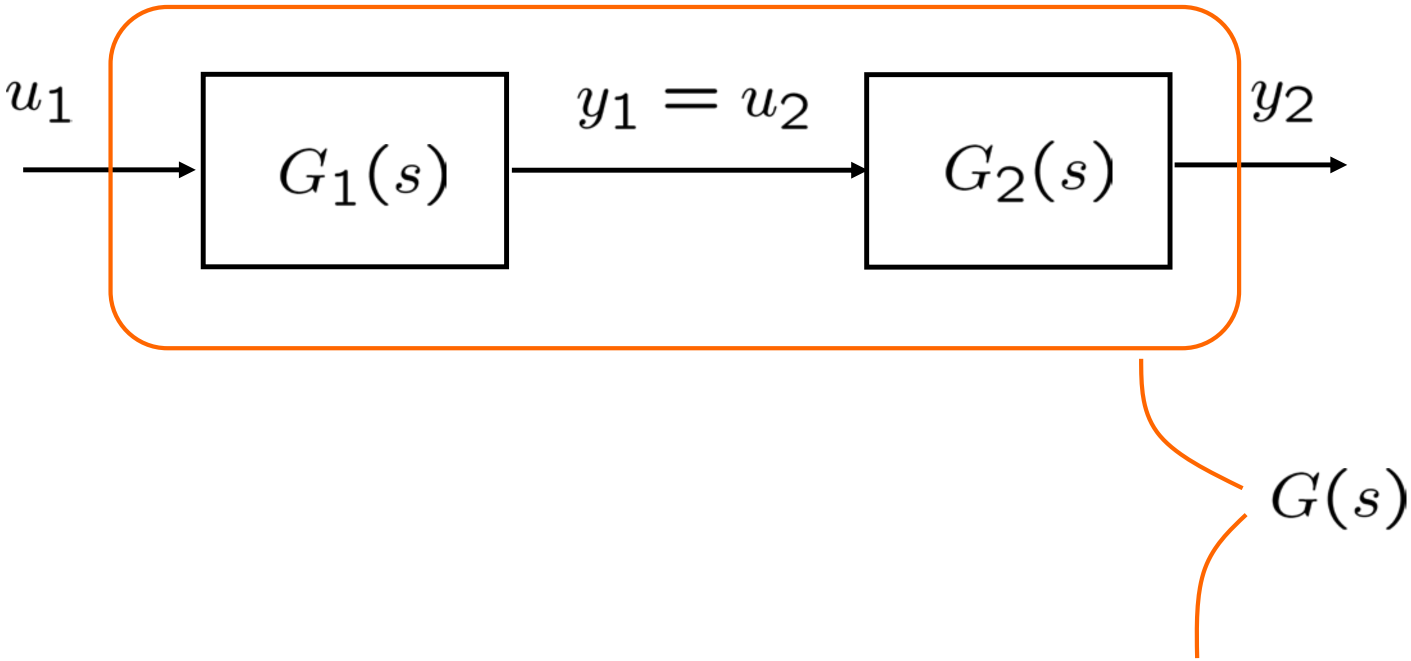
....

- Regole di elaborazione negli schemi a blocchi

- Blocchi

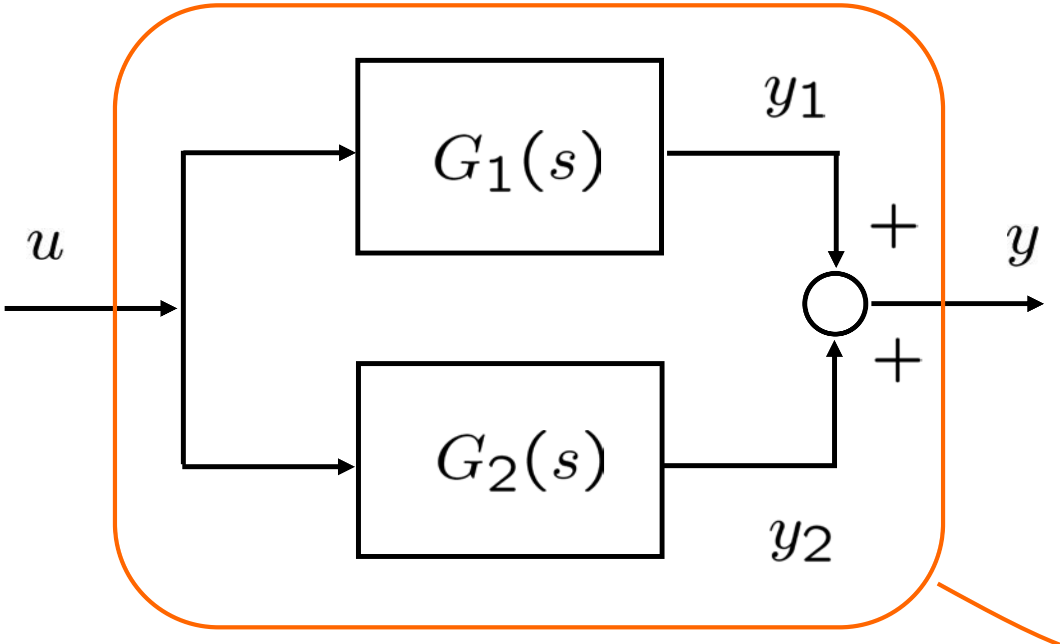
- in serie
- in parallelo
- in retroazione

- Blocchi in serie



$$Y_2(s) = G_2(s)U_2(s) = G_2(s)Y_1(s) = \boxed{G_2(s)G_1(s)}\,U_1(s)$$

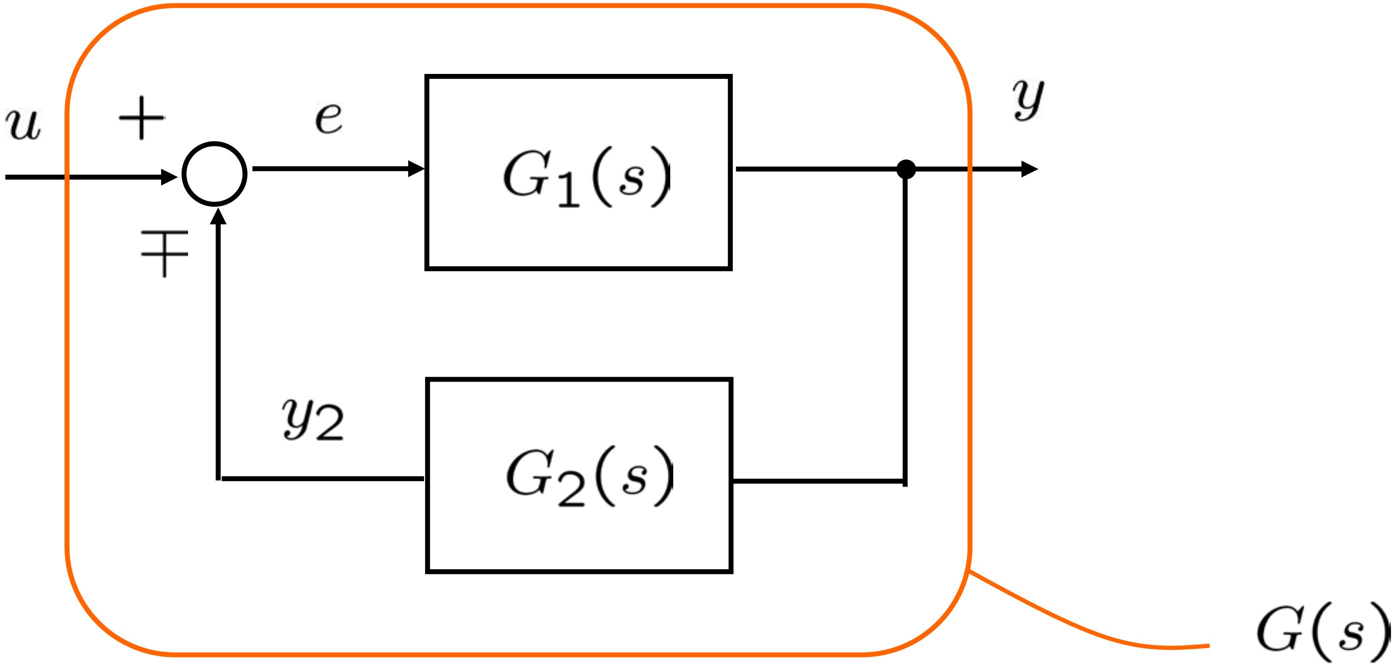
- Blocchi in parallelo



$$Y(s) = Y_1(s) + Y_2(s) = G_1(s)U(s) + G_2(s)U(s)$$

$$= \underbrace{\boxed{[G_1(s) + G_2(s)]}}_{G(s)} U(s)$$

- Blocchi in retroazione

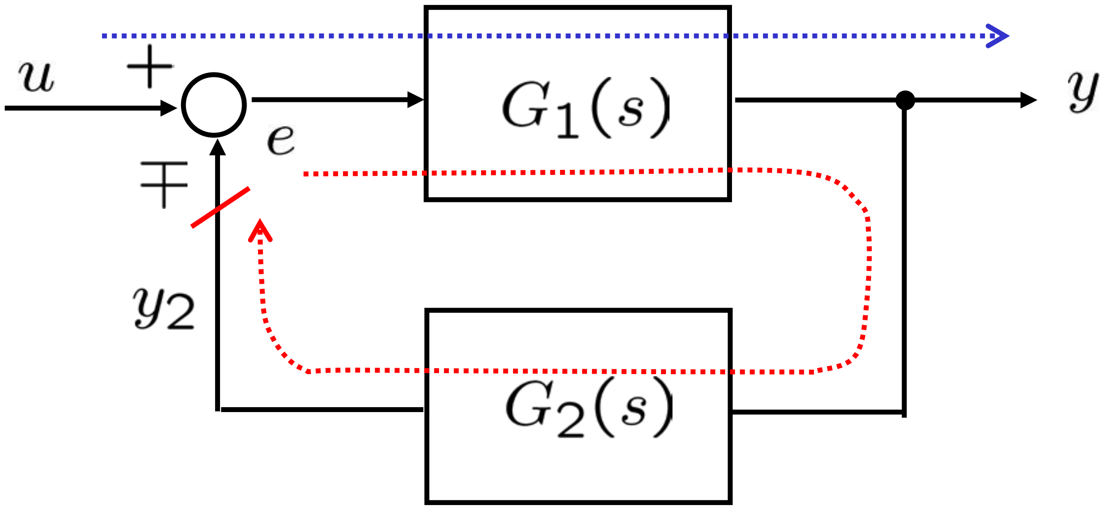


$$Y(s) = G_1(s)E(s) = G_1(s)\,[U(s) \mp Y_2(s)]$$

$$= G_1(s)\,[U(s) \mp G_2(s)Y(s)]$$

$$Y(s)\,[1 \pm G_1(s)G_2(s)] = G_1(s)U(s)$$

$$Y(s) = \boxed{\frac{G_1(s)}{1 \pm G_1(s)G_2(s)}}\,U(s)$$

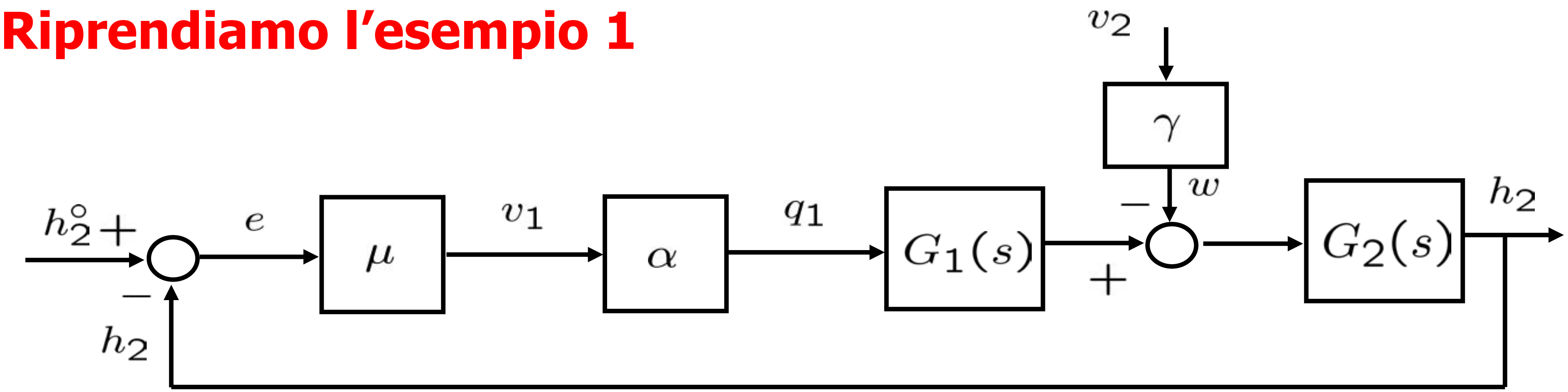


$$G(s) = \frac{\text{FDT “IN ANDATA”}}{1 \pm \text{ FDT “D’ANELLO”}}$$

FDT “IN ANDATA” = Prodotto delle FDT tra u e y in anello aperto

FDT “D’ANELLO” = Prodotto delle FDT lungo l’anello spezzandolo in un punto qualunque

- Riprendiamo l'esempio 1

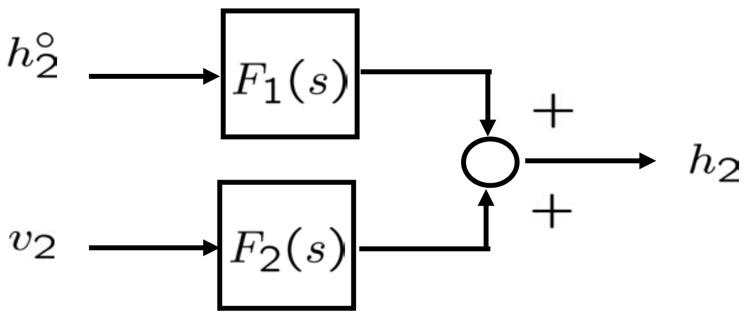


Utilizzando la sovrapp. degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta mettendo a 0 gli altri.
In questo caso poniamo prima $v_2 = 0$ e poi $h_2^\circ = 0$

$$(v_2 = 0) \qquad \frac{H_2(s)}{H_2^\circ(s)} = \frac{\mu\alpha G_1(s)G_2(s)}{\boxed{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)}} = F_1(s)$$

$$(h_2^\circ = 0) \qquad \frac{H_2(s)}{V_2(s)} = \frac{-\gamma G_2(s)}{\boxed{1 + \mu\alpha G_1(s)G_2(s)}} = F_2(s)$$

Sono uguali (non e` un caso!!!)



(sovrapposizione degli effetti)

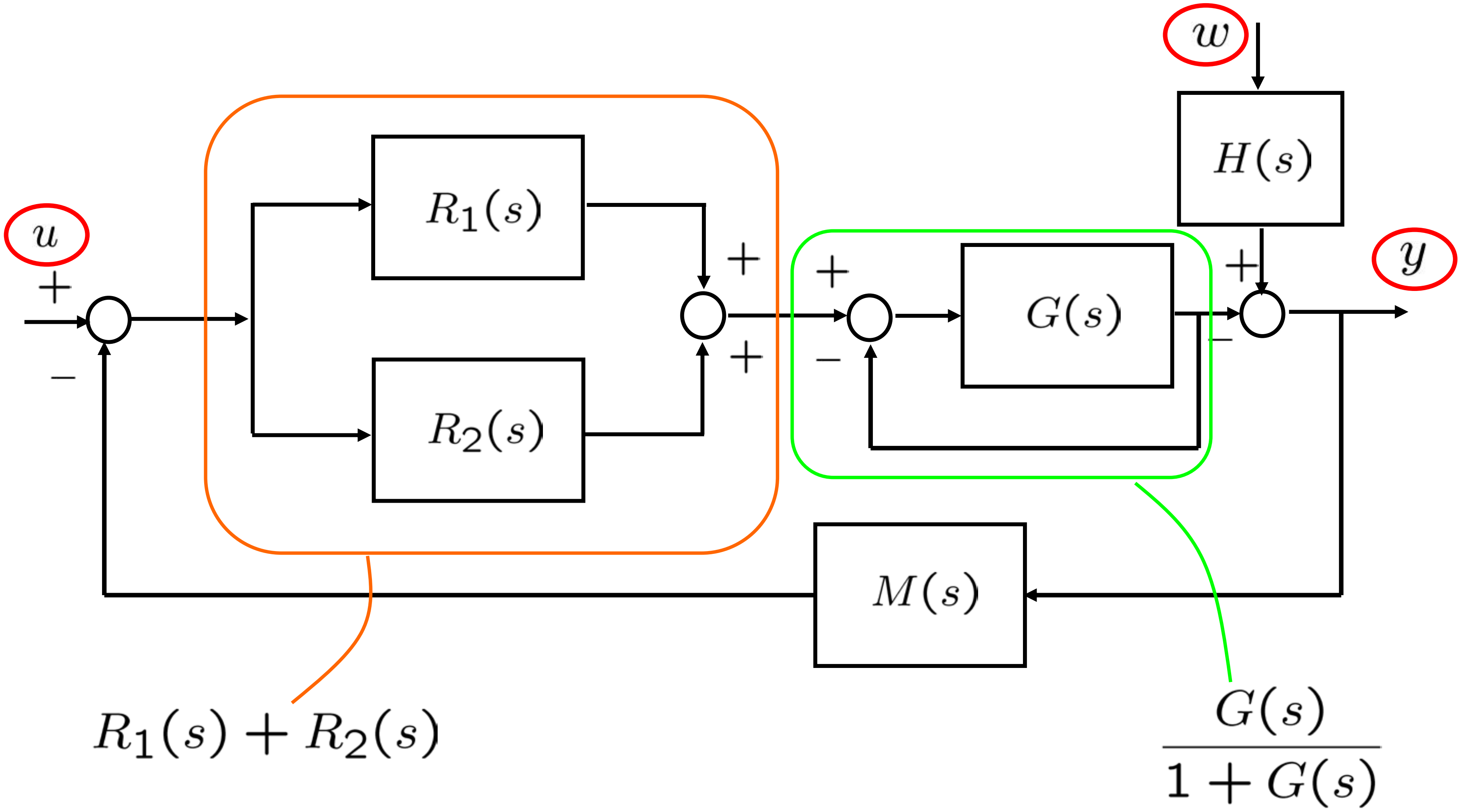
Sostituendo le formule per $G_1(s)$ e $G_2(s)$

$$G_1(s) = \frac{k}{A_1 s + k} \qquad G_2(s) = \frac{1}{sA_2}$$

$$F_1(s) = \frac{\mu\alpha G_1(s) G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s) G_2(s)} = \frac{\dfrac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1 s + k)}}{1 + \dfrac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1 s + k)}} = \frac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1 s + k) + \alpha\mu k}$$

$$F_2(s) = \frac{-\gamma G_2(s)}{1 + \mu\alpha G_1(s) G_2(s)} = \frac{-\dfrac{\gamma}{sA_2}}{1 + \dfrac{\alpha\mu k}{sA_2(A_1 s + k)}} = -\frac{\gamma(A_1 s + k)}{sA_2(A_1 s + k) + \alpha\mu k}$$

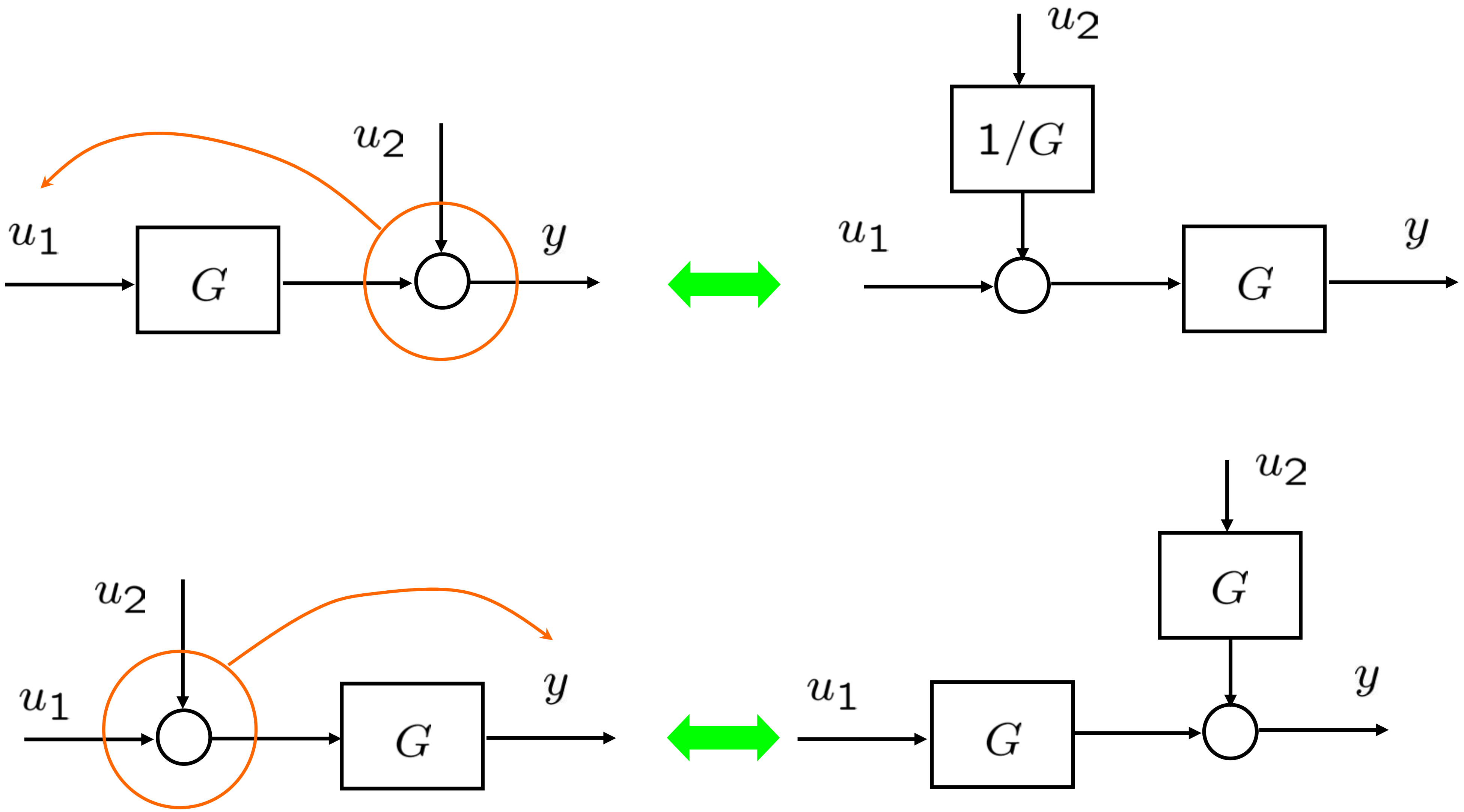
- Esempio

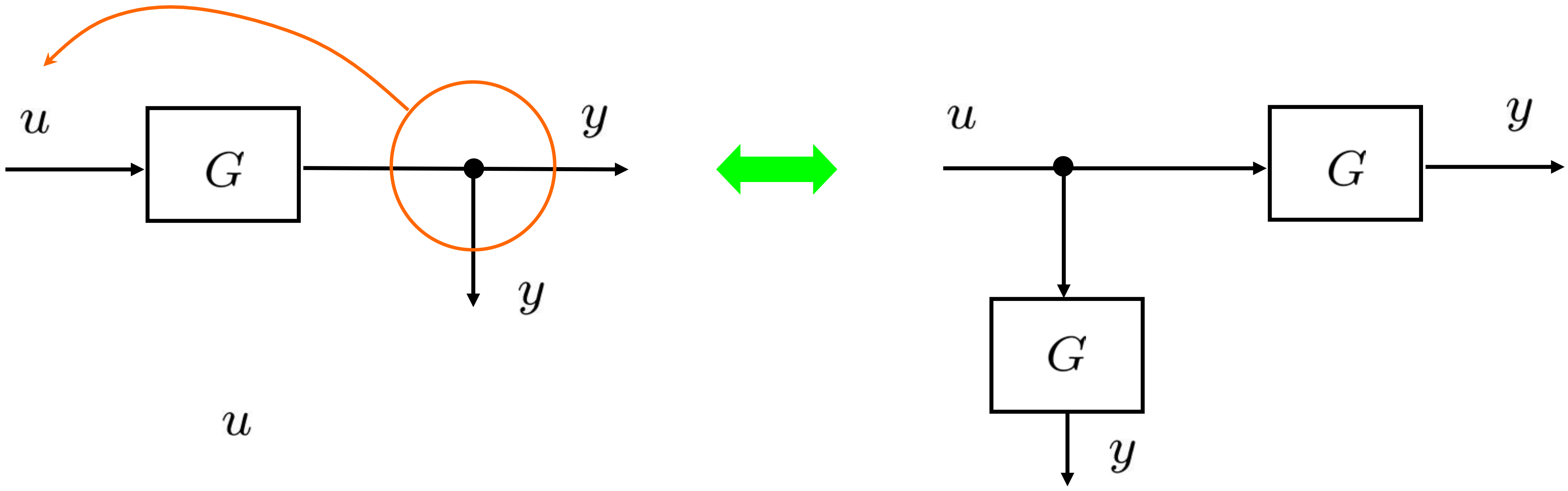


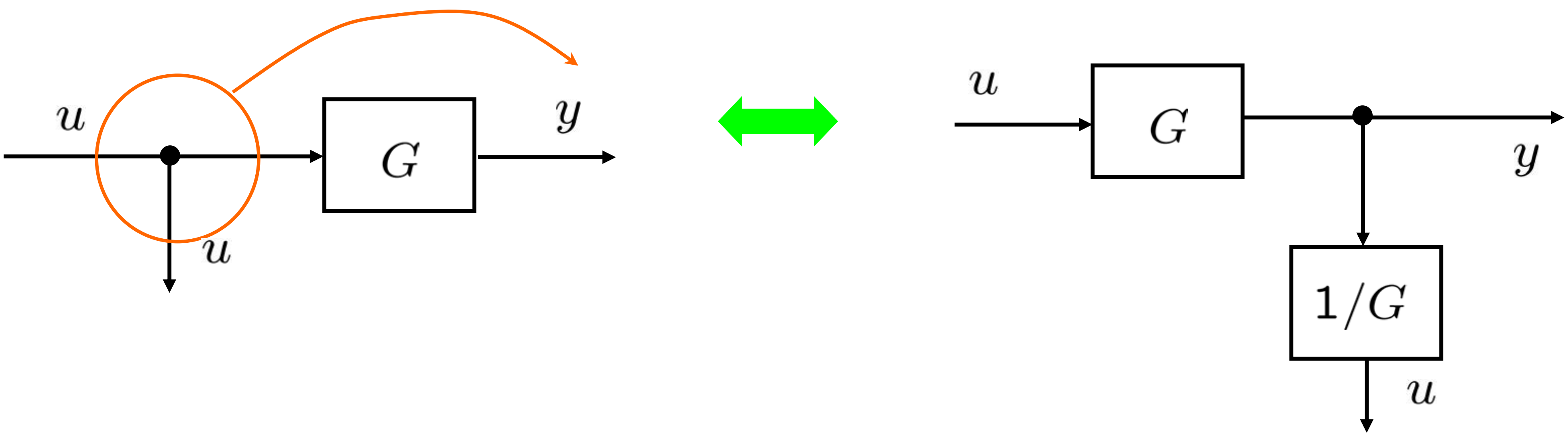
$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-[R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}}{1 - [R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}M(s)}$$

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{H(s)}{1 - [R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}M(s)}$$

- Altre regole: spostamento di sommatori e punti di diramazione




u
G
y
y
u
u
G
y
G
y


u
G
y
u
u
G
y
1/G
u

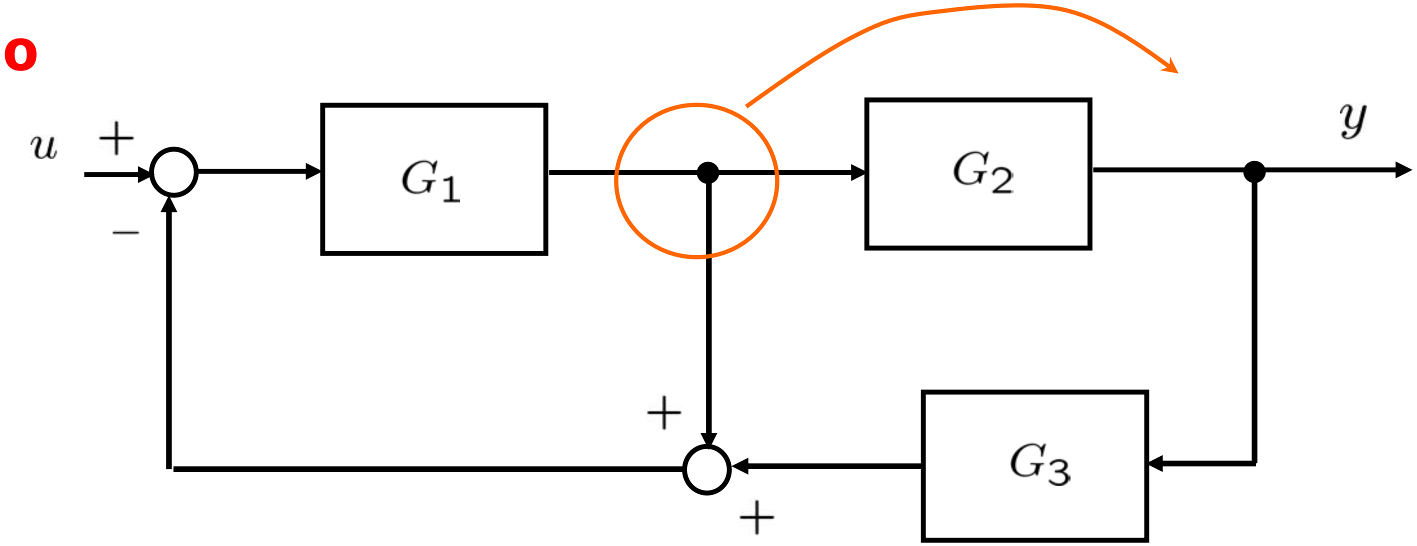
Considerazioni sulle regole di elaborazione degli schemi a blocchi

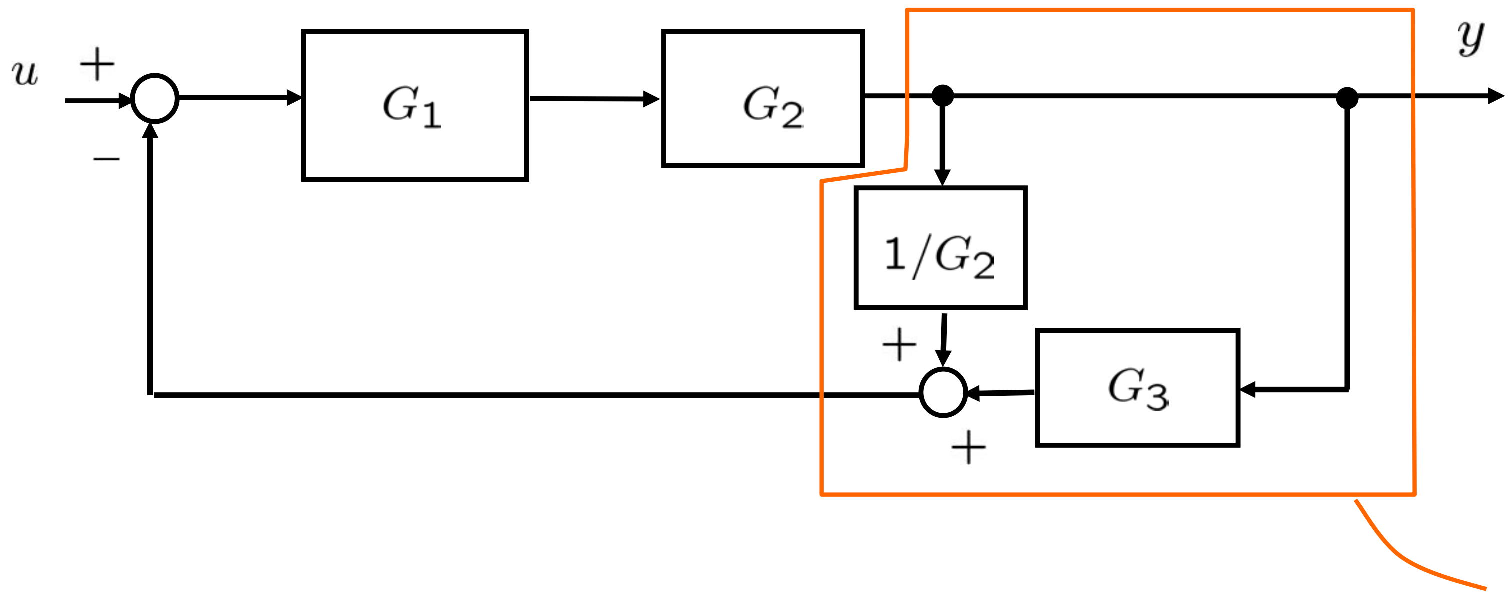
- Rielaborare gli schemi a blocchi spostando punti di somma e/o punti di diramazione è lecito **SOLTANTO** ai fini del calcolo della FdT complessiva.

- Questa **rielaborazione** dello schema infatti **può modificare l'ordine** del sistema descritto dallo schema a blocchi [es. il modo di operare nel caso di spostamento di un punto di diramazione …]

- Il sistema trasformato e quello originario **non** sono **equivalenti** per quanto riguarda la descrizione interna, tramite **variabili di stato**.

- Esempio



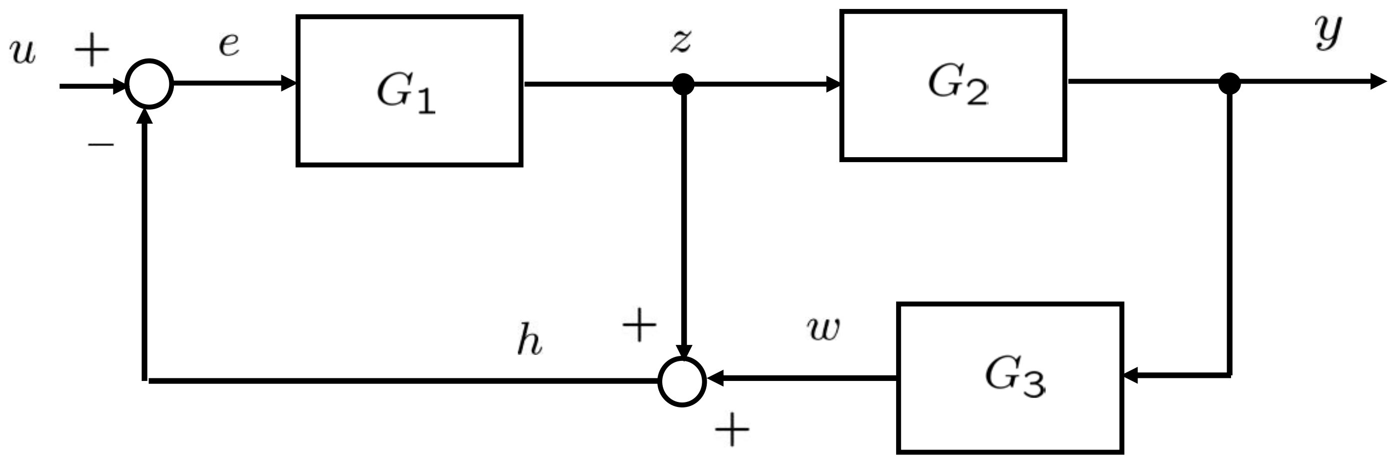


$$G_3(s) + 1/G_2(s)$$

$$G(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s)G_2(s)\left[G_3(s) + 1/G_2(s)\right]}$$

$$= \frac{G_1(s)G_2(s)}{1 + G_1(s) + G_1(s)G_2(s)G_3(s)}$$

- Esempio (procedura alternativa)



$$E = U - H$$
$$Z = G_1 E$$
$$Y = G_2 Z$$
$$H = Z + W$$
$$W = G_3 Y$$

$$E = U - Z - W = U - G_1 E - G_3 Y$$

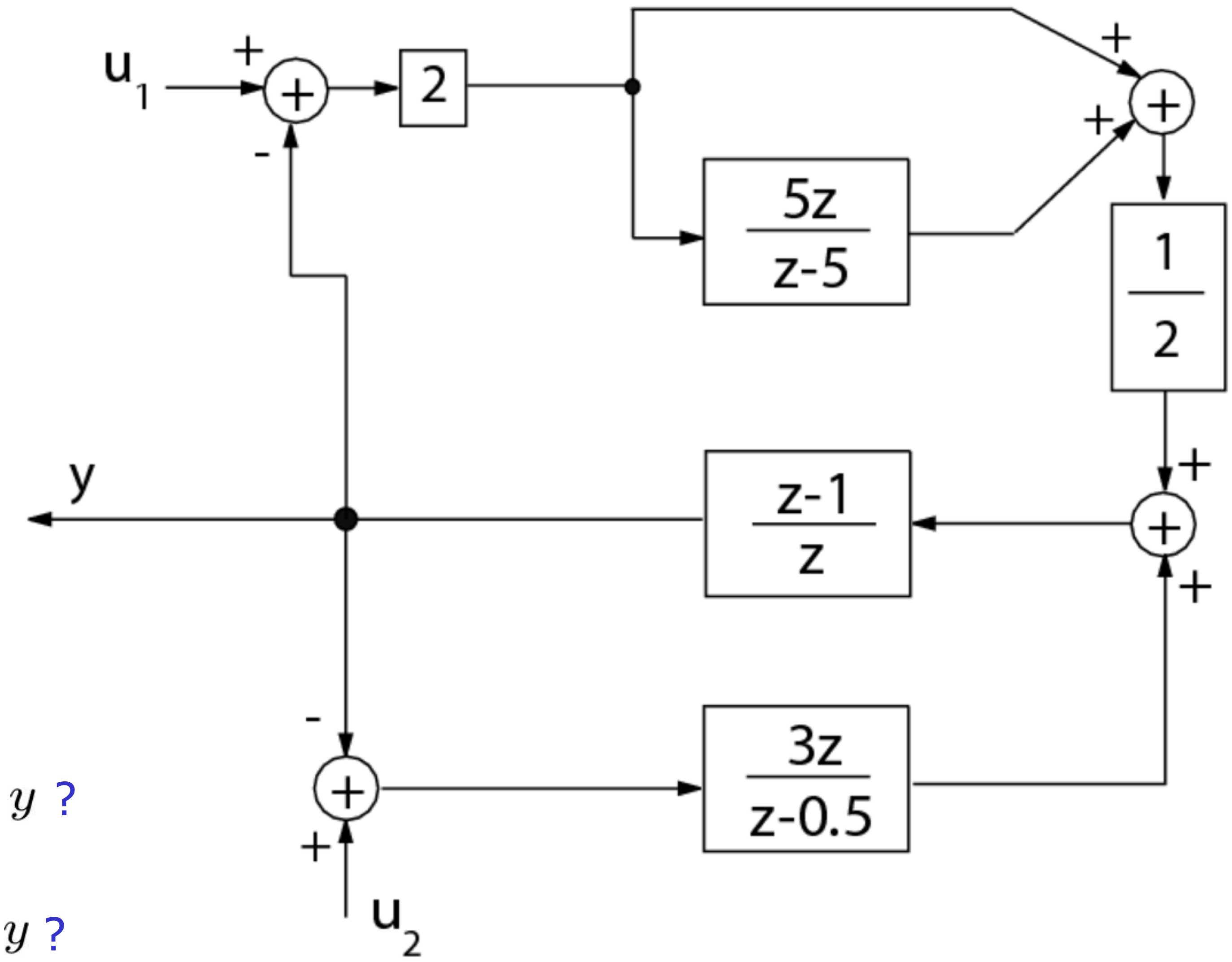
$$E(1 + G_1) = U - G_3 Y$$

$$E = \frac{1}{1 + G_1}(U - G_3 Y)$$

$$Y = \frac{G_1 G_2}{1 + G_1}(U - G_3 Y)$$

$$Y(s) = \frac{G_1(s) G_2(s)}{1 + G_1(s) + G_1(s) G_2(s) G_3(s)} U(s)$$

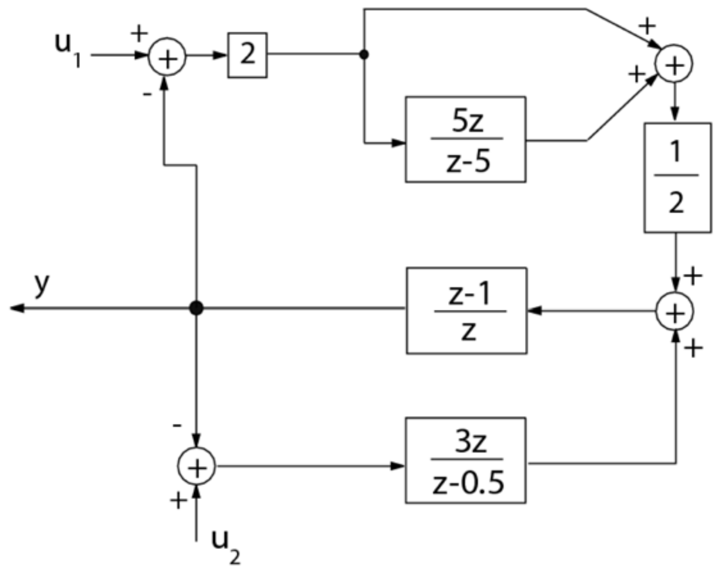
Esempio a tempo discreto



FDT tra u_1 e y ?

FDT tra u_2 e y ?

……….



Utilizzando la sovrapposizione degli effetti possiamo considerare gli ingressi uno alla volta, ponendo pari a 0 l'altro.

In questo caso poniamo prima $u_2 = 0$e poi $u_1 = 0$.

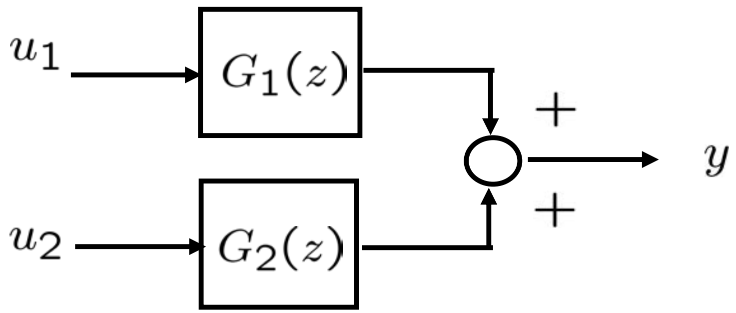
$$u_2 = 0 \quad \Rightarrow \quad G_1(z) = \frac{(2z-1)(z-1)(6z-5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$u_1 = 0 \quad \Rightarrow \quad G_2(z) = \frac{6z(z-5)(z-1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

Per la sovrapposizione degli effetti infine

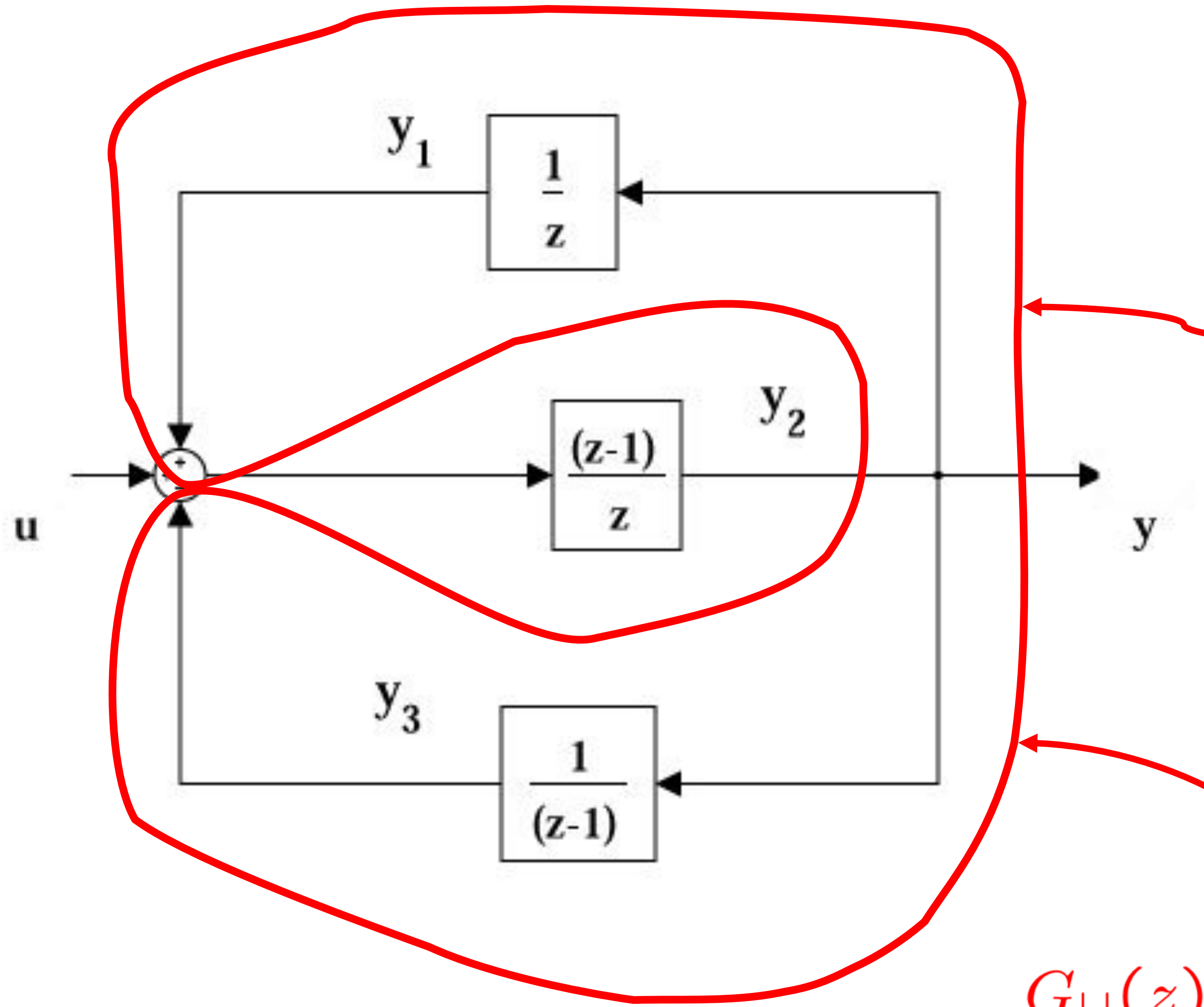
$$G_1(z) = \frac{(2z-1)(z-1)(6z-5)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$

$$G_2(z) = \frac{6z(z-5)(z-1)}{20z^3 - 75z^2 + 56z - 5}$$



$$Y(z) = G_1(z)\,U_1(z) + G_2(z)\,U_2(z)$$

Ancora un esempio



Blocchi in parallelo

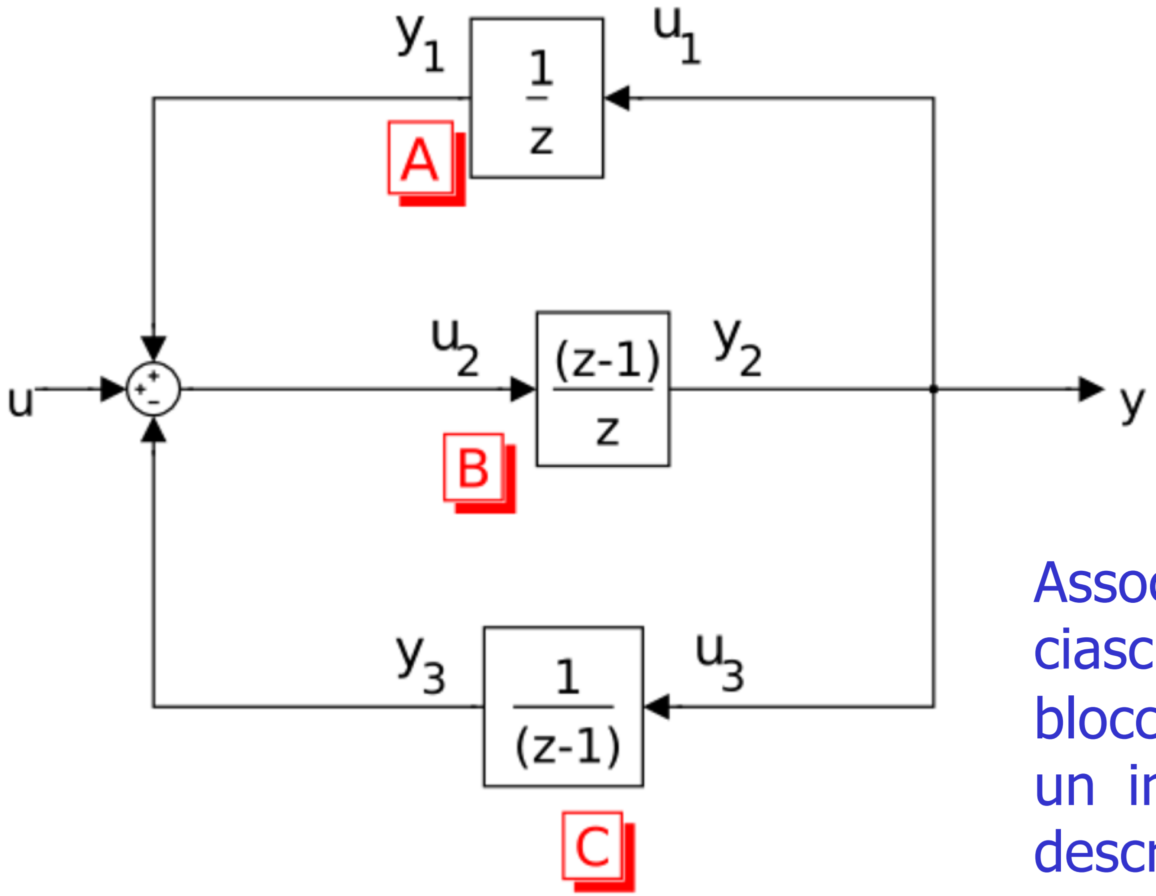
$$G_{||}(z) = \frac{1}{z} - \frac{1}{z-1}$$

$$G_{tot}(z) = \frac{\dfrac{z-1}{z}}{1 - G_{||}(z)\,\dfrac{z-1}{z}}$$

$$G_{||}(z) = -\frac{1}{z\,(z-1)}$$

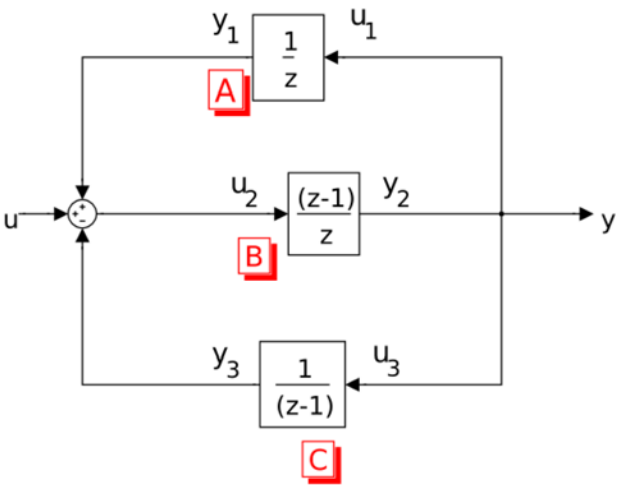
$$G_{tot}(z) = \frac{z\,(z-1)}{z^2+1}$$

Un ultimo esempio: procedura alternativa per un sistema a tempo discreto



Associando delle variabili a ciascun ramo dello schema a blocchi, è possibile scrivere un insieme di equazioni che descriva il sistema.

Eliminando tutte le variabili intermedie si giunge all'espressione della FdT cercata.



$$\begin{cases} U_1(z) = Y_2(z) \\ Y_1(z) = A\,U_1(z) \\ U_2(z) = U(z) + Y_1(z) - Y_3(z) \\ Y_2(z) = B\,U_2(z) \\ U_3(z) = Y_2(z) \\ Y_3(z) = C\,U_3(z) \\ Y(z) = Y_2(z) \end{cases}$$

$$\begin{cases} A = \dfrac{1}{z} \\ B = \dfrac{z-1}{z} \\ C = \dfrac{1}{z-1} \end{cases}$$

$$Y(z) = \frac{B}{1 + B\,(C - A)}\,U(z)$$

$$G(z) = \frac{z\,(z-1)}{z^2+1}$$