ESERCITAZIONE 09/04/2021

LAVORO

ENERGIA

CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA

1) IL POZZO E IL SECCHIO - II APPELLO SESSIONE AUTUNNALE 27/09/2019

UN SECCHIO CONTENENTE $V = 15\, l$ VIENE SOLLEVATO CON VELOCITÀ COSTANTE PER $h = 18\, m$ IN UN TEMPO $\Delta t = 30\, s$

SUPPONENDO LA MASSA DEL SECCHIO TRASCURABILE RISPETTO A QUELLA DELL'ACQUA CHE CONTIENE CALCOLARE (TRASCURANDO L'ATTRITO).

a) L'INTENSITÀ DELLA FORZA CHE PERMETTE DI SOLLEVARE IL SECCHIO

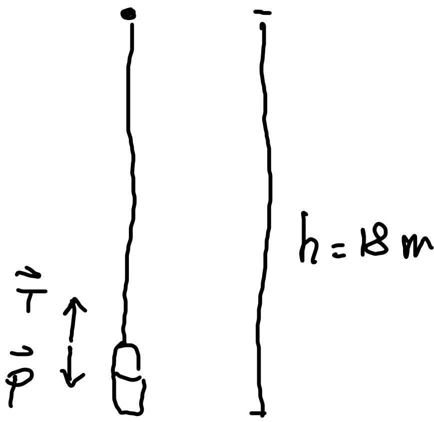
b) LA POTENZA EROGATA DALLA PERSONA CHE SOLLEVA IL SECCHIO

v = COSTANTE

$h = 18\, m$

$t = 30\, s$

$1\, l$ (ACQUA) ha massa $1\, kg$



$$v = \frac{h}{t} = \frac{18\, m}{30\, s} = 0.6\, m/s$$

a) $\Sigma \vec{F} = 0 \qquad \vec{P} + \vec{T} = 0$

$$|\vec{P}| = |F_{\substack{\text{TRASCINA}\\ \text{SECCHIO}}}| = |\vec{T}| = mg = 15\, kg \cdot 9.81\, m/s^2 = 147\, N$$

b) $P = \vec{F} \cdot \vec{v} = T v \cos(0) = 147\, N \cdot 0.6\, m/s = 88.2\, W$

2) ERUZIONI VULCANICHE -- IV PROVA SCRITTA 2017 - 2018

IN UN'ERUZIONE VULCANICA UN FRAMMENTO DI ROCCIA, CON DENSITÀ MEDIA $\rho = 2.8\ g/cm^3$ VIENE LANCIATO IN VERTICALE CON $v_i = 38\ m/s$. IL FRAMMENTO HA FORMA APPROSSIMATIVAMENTE SFERICA, CON $d = 5.2\ cm = (2.6\ cm \cdot 2) = 2r$ E PRIMA DI INIZIARE A RICADERE PERCORRE 50 m

CALCOLARE:

a) L'ENERGIA CINETICA INIZIALE DEL FRAMMENTO DI ROCCIA

b) IL LAVORO L_a COMPIUTO DALL'ATTRITO DELL'ARIA SUL FRAMMENTO DI ROCCIA DURANTE LA FASE ASCENDENTE

c) LA VELOCITÀ FINALE DEL FRAMMENTO DI ROCCIA QUANDO TORNA ALLA QUOTA INIZIALE, SUPPONENDO CHE IL LAVORO COMPIUTO DALL'ATTRITO DELL'ARIA SUL FRAMMENTO DI ROCCIA SIA PARI A 80% L_a (DURANTE LA FASE) DISCENDENTE

a) $V = \frac{4}{3}\pi r^3 = 73.6\ cm^3$

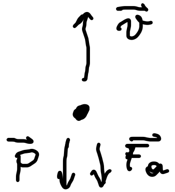
$m = \rho V = 206\ g = 0.206\ kg$

$K_i = \frac{1}{2} m v_i^2 = \frac{1}{2}\rho \frac{4}{3}\pi r^3 v_i^2 = 149\ J$

b) $\mathcal{L}_a$

$$L = \vec{F} \cdot \vec{\Delta x}$$

$$\mathcal{L} = \Delta K = \mathcal{L}_a + \mathcal{L}_g$$



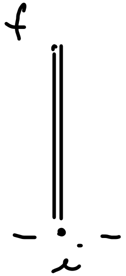
$$\Delta K = K_F - K_i = 0 - K_i$$

$$\mathcal{L}_g = -mgh$$

$\cos(180°)$

$$\mathcal{L}_a = mgh - K_i = mgh - \frac{1}{2} m v_i^2 = 0.206\ kg \cdot 9{,}81\ m/s^2 \cdot 50\ m - 49\ J = -47.9\ J$$

c) $\Delta K = \mathcal{L}$ TEOREMA DELLE FORZE VIVE SULL' INTERO PERCORSO



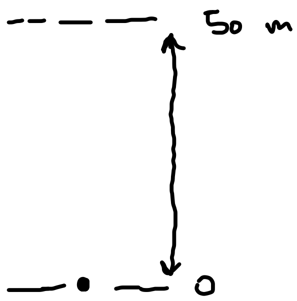
$$K_F - K_i = \mathcal{L}_a + 0.8\,\mathcal{L}_a$$

$$K_F = K_i + 1.8\,\mathcal{L}_a = 149\ J - 2 \cdot 47.9\ J = 62.8\ J$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2K_f}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 62.8\ J}{0.206\ kg}} = 24.7\ m/s$$

$$K = \frac{1}{2} m v^2$$

SE VOGLIO RISOLVERE CON LA CONSERVAZIONE DELL' ENERGIA



$$E_M = E_p + E_k$$

$$\Delta E = \mathcal{L}_{ATTRITO} = E_M^F - E_M^i = \left(mgh_f + \frac{1}{2}\cancel{m v_f^2}\right) - \left(\cancel{m}gh_i + \frac{1}{2} m v_i^2\right)$$

$$= mgh - \frac{1}{2} m v_i^2$$

↑

FRANCESCO

FELICE

#3) MOLLE COMPRESSE:

UN BLOCCO B, CON MASSA $m = 2.5$ kg, È POGGIATO SU UN PIANO SCABRO (CON ATTRITO) ED È PREMUTO CONTRO LA MOLLA ELICOIDALE, LA CUI ESTREMITÀ È FISSATA ALLA PARETE RIGIDA P, IN MODO DA DETERMINARVI UNA DEFORMAZIONE $x = 20$ cm
UNA VOLTA LASCIATO LIBERO IL BLOCCO COMINCIA A MUOVERSI VERSO SINISTRA SCIVOLANDO SUL PIANO SCABRO. NELL'ISTANTE IN CUI SI DISTACCA DALLA MOLLA LA SUA VELOCITÀ v È PARI A 3.80 m/s
SAPENDO CHE LA COSTANTE ELASTICA DELLA MOLLA È $k = 1000$ N/m CALCOLARE:

a) IL COEFFICIENTE DI ATTRITO TRA BLOCCO E PIANO
b) LA LUNGHEZZA DEL PERCORSO COMPIUTO
c) IL TEMPO IMPIEGATO PER COMPIERE TALE PERCORSO

4) BLOCCHI IN SALITA - II APPELLO AA 2016-2017 - 3/7/2017

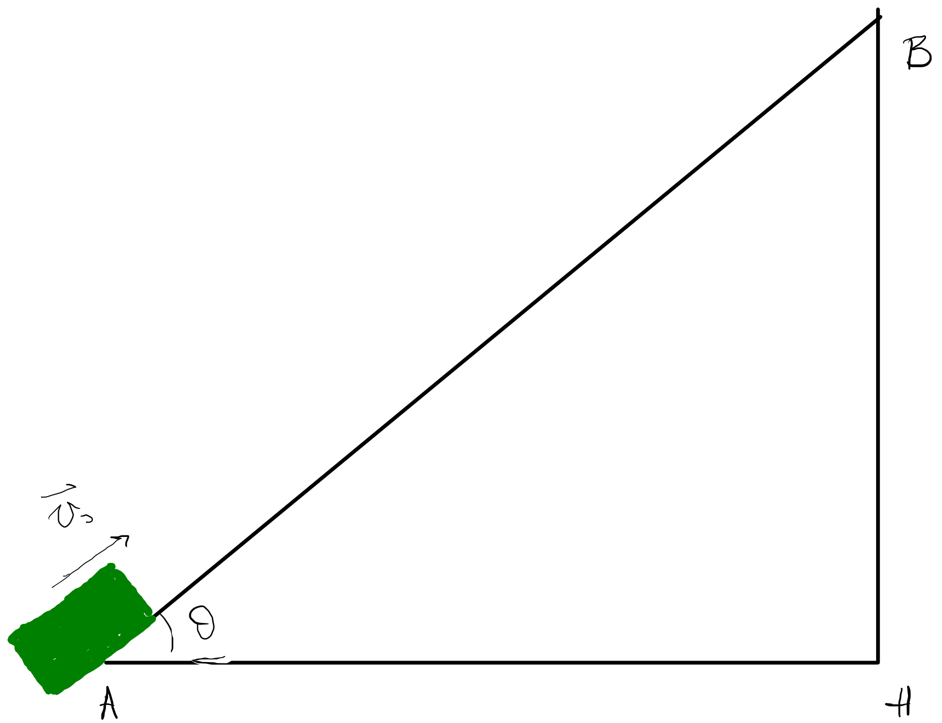
UN BLOCCO CON MASSA $m = 5.0$ kg VIENE LANCIATO IN SALITA LUNGO UN PIANO INCLINATO DALLA POSIZIONE A ALLA POSIZIONE B ($\longrightarrow$)
IL PIANO È INCLINATO DI $\theta = 37°$ RISPETTO ALL'ORIZZONTALE ED È SCABRO (CON ATTRITO). LA VELOCITÀ INIZIALE v_0 è PARALLELA AL PIANO INCLINATO E VALE IN MODULO $v_0 = 14$ m/s. LA MASSA PERCORRE $l = 10$ m SULLA SUPERFICIE DEL PIANO, FINO A FERMARSI IN B. SCIVOLA POI INDIETRO FINO AD A.

CALCOLARE:

a) L_{AB} (ATTRITO, TRATTO IN SALITA)

b) L_{BA} (ATTRITO, TRATTO IN DISCESA)

c) IL MODULO v_A DELLA VELOCITÀ CON CUI IL BLOCCO RAGGIUNGE IL PUNTO DI PARTENZA A.

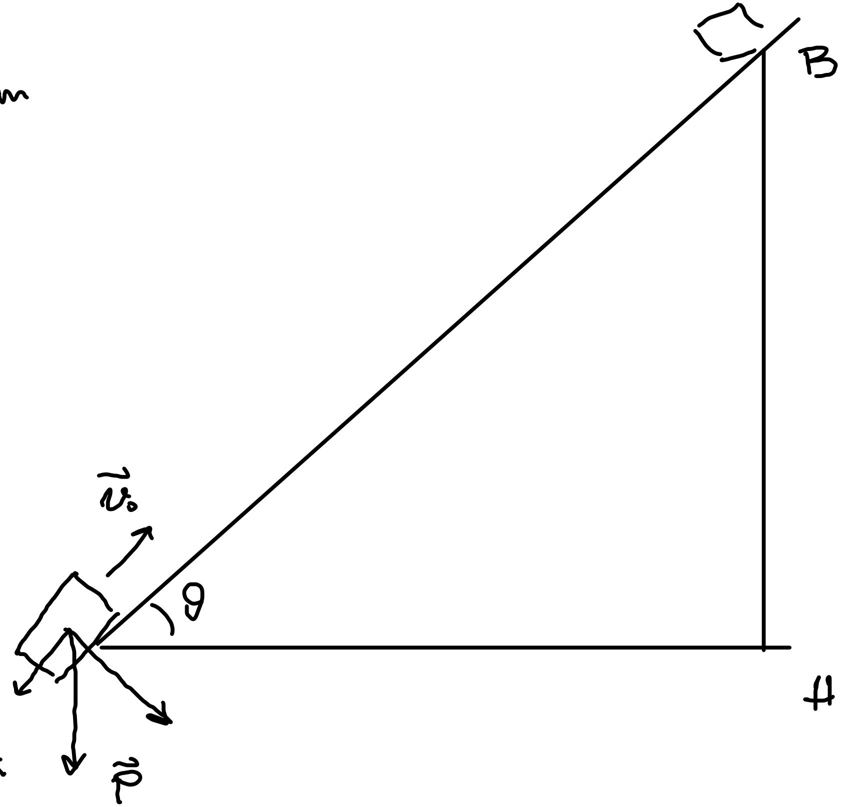


a) $AB = \ell = 10 \text{ m}$

$\theta = 37°$

$v_0 = 14 \text{ m}$

$\ell \sin\alpha = 6{,}02 \text{ m}$



$$\mathcal{L} = \Delta K = K_B - K_A = -K_A$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_g$$

$$\mathcal{L}_g = -mg \sin\theta\, \ell$$

$$= -\frac{1}{2} m v_0^2$$

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_g = \mathcal{L}_{AB} - mg\,\ell \sin\theta = -K_A$$

$$\mathcal{L}_{AB} = -\frac{1}{2} m v_0^2 + mg\,\ell \sin\theta = 5{,}0 \text{ kg} \cdot 9{,}81 \text{ m/s}^2 \cdot 6{,}02 \text{ m} - \frac{1}{2} 5{,}0 \text{ kg} \left(14 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2$$

$$= 295 \text{ J} - 490 \text{ J} = -195 \text{ J}$$

b) $\mathcal{L}_{BA} = \mathcal{L}_{AB} = -195 \text{ J}$

c) $|v_a|$

APPLICHIAMO FORZE VIVE $A \to B \to A$

$$\mathcal{L} = \Delta K = K_A^f - K_A^i$$

$$\mathcal{L}_{AB} + \mathcal{L}_{BA} + \cancel{\mathcal{L}^g_{AB}} + \cancel{\mathcal{L}^g_{BA}} = \Delta K$$

$$2\mathcal{L}_{AB} = K_A^f - K_A^i$$

$$K_A^f = 2\mathcal{L}_{AB} + K_A^i = \frac{1}{2}(v_a^f)^2 m$$

$$2\mathcal{L}_{AB} + \frac{1}{2} m v_0^2 = \frac{1}{2} m v_a^2$$

$$\sqrt{\frac{2}{m}\left(2\mathcal{L}_{AB} + \frac{1}{2} m v_0^2\right)} = v_a$$

$$v_a = \sqrt{\frac{4\mathcal{L}_{AB}}{m} + v_0^2} = \sqrt{\frac{4(-195)\,J}{5.0\,kg} + \left(14\,\frac{m}{s}\right)^2} = \sqrt{(196 - 156)}\ \frac{m}{s} = 6.32\,\frac{m}{s}$$

#5) GIRO GIRO TONDO - #1 PROVA ESAME 07/09/2017

UNA FORZA CHE AGISCE NEL PIANO xy È DATA DA $\vec{F} = 10N\,\hat{i} + 3N\,m^{-1}x\,\hat{j}$
DOVE x È ESPRESSO IN METRI E $\hat{i}$; $\hat{j}$ SONO I VERSORI DEGLI ASSI x e y
SI SUPPONGA CHE $\vec{F}$ AGISCA SU UNA PARTICELLA MENTRE QUESTA SI SPOSTA
DA:

$(x_i; y_i) = (4\,m, 1\,m)$

A

$(x_f, y_f) = (4\,m, 4\,m)$

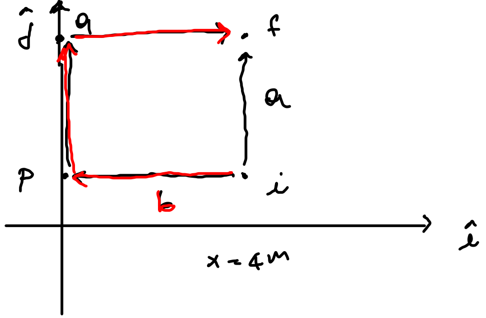
a) SI CALCOLI IL LAVORO ESEGUITO DALLA FORZA $\vec{F}$ SE LA PARTICELLA SI MUOVE DA i A f SEGUENDO IL PERCORSO PIÙ BREVE

b) SI CALCOLI IL LAVORO L_b ESEGUITO DA $\vec{F}$ SE LA PARTICELLA SI MUOVE DA i A f PASSANDO PER:

$(4\,m, 1\,m) \longrightarrow (0\,m, 1\,m) = (x_p, y_p) \longrightarrow (0\,m, 4\,m) = (x_q\ y_q) \longrightarrow (x_f\ y_f)$

c) LA FORZA $\vec{F}$ È CONSERVATIVA?

a) L_a



$$\vec F = 10\,N\,\hat i + 3\,\frac{N}{m}\,x\,\hat j$$

$$\vec F = 10\,N\,\hat i + 3\,\frac{N}{m}\,4m\,\hat j = 10\,N\,\hat i + 12\,N\,\hat j$$

$$L_a = \int_I^F \vec F \cdot d\vec x = \vec F \cdot \int_I^F d\vec x = \vec F \cdot \Delta \vec x = (10\,N\,\hat i + 12\,N\,\hat j) \cdot (3m\,\hat j)$$

$$= \cancel{10\,N\,\hat i \cdot 3m\,\hat j} + 12\,N\,\hat j \cdot 3m\,\hat j = 36\,J$$

$$\hat i \cdot \hat j = |\hat i|\,|\hat j| \cos(90°) = 1 \cdot 1 \cos(90) = 0$$

b) $$L_b = {}_b\int_i^F \vec F \cdot d\vec x = \int_i^p \vec F \cdot d\vec x + \int_p^q \vec F \cdot d\vec x + \int_q^f \vec F \cdot d\vec x = -40\,J + 0 + 40\,J = 0$$

$$\vec F_{pq} = 10\,N\,\hat i + 3\,\frac{N}{m} \cdot 0m\,\hat j = 10\,N\,\hat i$$

$$\int_p^q \vec F \cdot d\vec x = \vec F \cdot \Delta \vec x = 10\,N\,\hat i \cdot 3m\,\hat j = 0$$

$$\int_i^p \vec F \cdot d\vec x = \int_i^p \left(10N\,\hat i + 3\,\frac{N}{m}\,x\,\hat j\right) \cdot d\vec x = \int_i^p 10\,N\,\hat i \cdot d\vec x + \cancel{\int_i^p 3\,\frac{N}{m}\,x\,\hat j \cdot d\vec x}$$

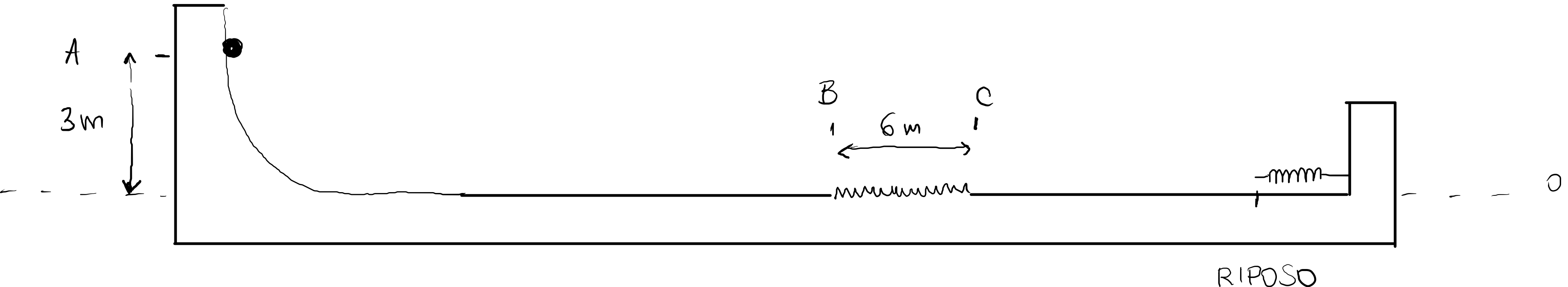
$$= 10\,N\,\hat i \cdot (-4m)\,\hat i = -40\,J$$

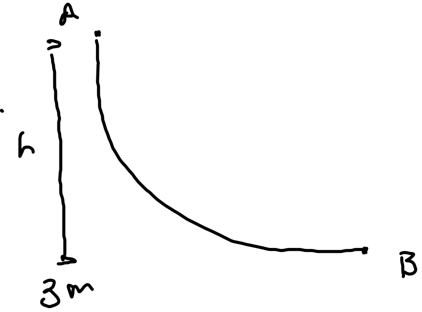
$$\int_q^f \vec F \cdot d\vec x = 40\,J$$

#6) SPRING MADNESS - III APPELLO AA 2016/2017 - 18/07/2017

UN BLOCCO CON MASSA $m = 1.35$ kg È LASCIATO LIBERO IN UN PUNTO A, AD UNA ALTEZZA $h = 3,0$ m AL DI SOPRA DI UN TRATTO ORIZZONTALE (FIGURA).
LA PISTA È PRIVA DI ATTRITO, FATTA ECCEZIONE PER IL TRATTO TRA B e C CON LUNGHEZZA $l = 6,00$ m. IL BLOCCO SCENDE LUNGO LA GUIDA E COLPISCE UNA MOLLA CON COSTANTE ELASTICA $k = 1250$ N/m, CHE SI COMPRIME DI $\Delta x = 188$ mm RISPETTO ALL'EQUILIBRIO. SPINTA DALLA MOLLA, LA MASSA INVERTE IL MOTO, MUOVENDOSI DA DESTRA VERSO SINISTRA, RIPERCORRENDO IL TRATTO BC, E RISALE PARZIALMENTE VERSO A, ARRESTANDOSI PERÒ IN UN PUNTO INTERMEDIO (D, CON ALTEZZA h'). CALCOLARE:

a) LA VELOCITÀ CON CUI IL CORPO GIUNGE IN B LA PRIMA VOLTA
b) IL COEFFICIENTE DI ATTRITO DINAMICO TRA IL BLOCCO E LA SUPERFICIE SCABRA TRA B e C
c) L'ALTEZZA h' CUI SI ARRESTA IL BLOCCO DURANTE LA RISALITA.





$$E_M = E_p + k$$

$$E_M^A = mgh$$

$$E_M^B = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_M^A = E_M^B \qquad \cancel{m}gh = \frac{1}{2}\cancel{m}v_B^2 \qquad v_B = \sqrt{2gh}$$

$$= \sqrt{2 \cdot 9{,}81\, m/s^2 \; 3{,}00\, m} = 7.67\, m/s$$

b) 

$$E_M = E_p + \cancel{E_k}$$

$$E_B = mgh = \frac{1}{2} m v_B^2$$

$$E_c = \frac{1}{2} k \Delta x^2 = \frac{1}{2}\, 1250\, \frac{N}{m} \left(0{,}188\, m\right)^2 = 22{,}09\, J$$

$$L_{BC} = E_C^M - E_B^M = 22.09\, J - 36{,}69\, J = -17.9\, J$$

$$L_{BC} = -mg\mu l = -17.9\, J \qquad \mu = \frac{17.9\, J}{135\, kg\; 9{,}81\, m/s^2\; 6\, m} = 0.222$$

c) $L_{CB} = E_M^F - E_M' \Rightarrow (E_M^B)' = L_{CB} + E_C = L_{CB} + L_{BC} + E_M^B$

$= 2 L_{CB} + E_M^B$

$E_M^{B'} = mgh'$

$h' = 0.339 \text{ m}$