

2.6 Interazione dei fotoni con la materia

La radiazione elettromagnetica puo convertire parte o tutta la sua energia per interazione con gli atomi e i nuclei atomici. I principali effetti che caratterizzano i seguenti:

- effetto fotoelettrico;
- effetto Compton;
- produzione di coppie elettrone-positone.

Si noti che in tutti questi fenomeni vi e' un trasferimento parziale o totale dell'energia dal fotone a particelle cariche, fondamentale per permettere il successivo trasferimento di energia al rivelatore, come visto nei paragrafi precedenti.

Richiamiamo brevemente quanto detto nel paragrafo 2.1.3 (eq. 2) relativamente all'assorbimento di un fascio di fotoni nel passaggio attraverso la materia. Il numero di fotoni che non hanno interagito in funzione della profondita' x di penetrazione nel materiale e' pari a $N(x) = N(0)e^{-\mu x}$. Il coefficiente di assorbimento μ (probabilita' di interazione per unita' di lunghezza) e' dato dal prodotto tra il numero di atomi per unita' di volume, N , e la sezione d'urto σ : $\mu = N\sigma$. Nel caso dei fotoni la sezione d'urto σ e' data dalla somma delle diverse sezioni d'urto fotoelettrica (σ_{pe}), Compton (σ_C) e di produzione di coppie (σ_{pair}) e pertanto il coefficiente di assorbimento totale lo possiamo esprimere come la somma dei coefficienti di assorbimento relativi alle varie reazioni: $\mu = \mu_{pe} + \mu_C + \mu_{pair}$.

2.6.1 Effetto fotoelettrico

L'effetto fotoelettrico puo' essere descritto come una reazione del tipo $\gamma + A \rightarrow A^+ + e^-$ in cui un fotone, con energia maggiore dell'energia di legame E_b dell'elettrone viene assorbito da un atomo A ionizzandolo ed emettendo un elettrone di energia

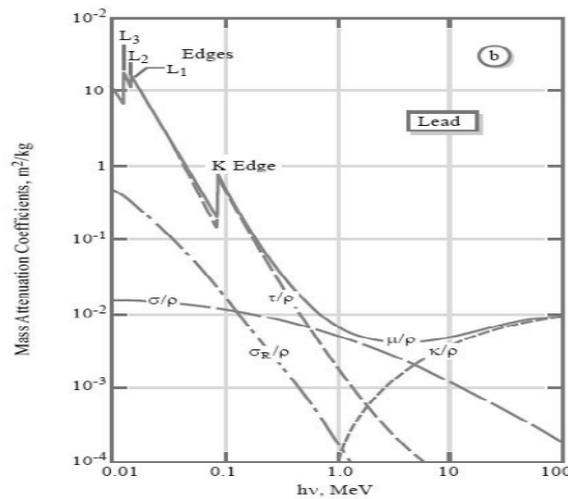
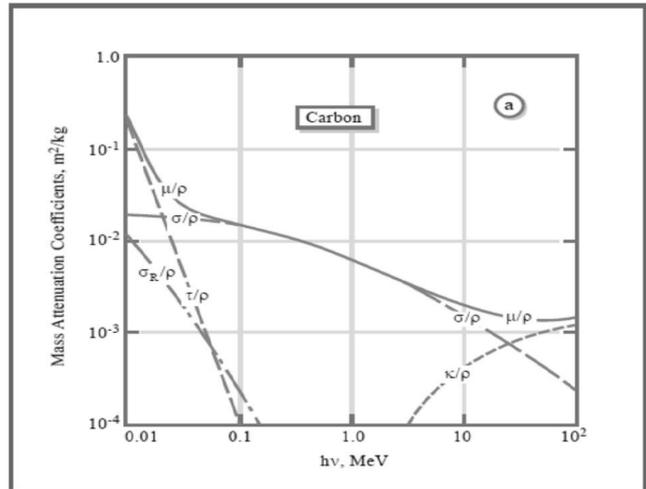
$$E_e = E_\gamma - E_b$$

Si noti che l'assorbimento del fotone puo' avvenire solo in presenza dell'atomo, in quanto altrimenti la massa invariante non sarebbe conservata, essendo maggiore prima dell'assorbimento. L'impulso e' bilanciato dall'atomo (nucleo) che non porta via (quasi) nessuna energia e (quasi) tutta l'energia e' trasferita all'elettrone.

Una trattazione rigorosa dell'effetto fotoelettrico implica la conoscenza delle funzioni d'onda atomiche ed e' pertanto alquanto complessa. Tuttavia, ad energie del fotone maggiori dell'energia di legame degli orbitali K, la sezione d'urto fotoelettrica su di un materiale di numero atomico Z risulta approssimativamente essere

$$\sigma_{pe} \approx Z^5 \left(\frac{mc^2}{E_\gamma} \right)^3 \quad (13)$$

ove si puo' notare la forte dipendenza dall'energia e dal numero atomico del materiale, che ovviamente implichera' delle probabilita' di interazione molto diverse al variare dello stesso (si ricordi che la costante di assorbimento fotoelettrica μ_{pe} e' data dal prodotto tra il numero di atomi per unita' di volume, N , e la sezione d'urto fotoelettrica σ_{pe} , $\mu_{pe} = N\sigma_{pe}$). In figura 19 e' possibile vedere l'andamento della



Mass attenuation coefficients for carbon (a) and lead (b). τ/ρ indicates the contribution of the photoelectric effect. σ/ρ is that of the Compton effect, κ/ρ that of pair production, and σ_R/ρ that of Rayleigh (coherent) scattering. μ/ρ is their sum, which is closely approximated in Pb by the τ/ρ curve below $h\nu = 0.1$ MeV.

Figure 19: Sezioni d'urto al variare dell'energia di fotoni su carbonio e piombo.

sezione d'urto fotoelettrica su C e Pb al variare dell'energia del fotone. Questa è modulata dalla dipendenza dall'energia vista sopra e dalle diverse popolazioni elettroniche a cui ha accesso al variare dell'energia. Osservazione: Quando un fotone viene assorbito per effetto fotoelettrico la sua energia viene trasferita (quasi) completamente ad un elettrone. Se il rivelatore è sufficientemente spesso da fermare tale elettrone tutta l'energia verrà trasferita al rivelatore la cui risposta risulterà di tipo gaussiano.

2.6.2 Effetto Compton

La diffusione Compton (scoperta nel 1923) è una diffusione a due corpi (fotone su elettrone) che è descritta dall'assorbimento e riemissione di un fotone da parte di un elettrone atomico,

$$\gamma e \rightarrow \gamma e$$

Per energie molto maggiori dell'energia di legame, gli elettroni si possono considerare liberi e possono interagire con i fotoni tramite un processo elastico in cui l'elettrone assorbe parte dell'energia del fotone che varia pertanto la sua frequenza. Con un semplice calcolo di cinematica relativistica (lo si faccia come esercizio) si può vedere (vedi fig. 21) che la lunghezza d'onda λ' della radiazione diffusa dif-

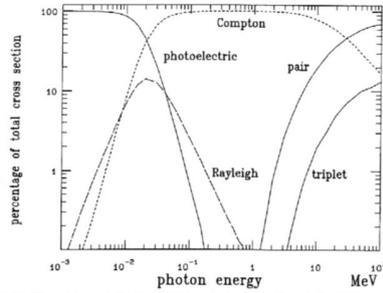


Fig. 11. Percentage contribution of various photon interactions to the total cross section of carbon as a function of photon energy. Data are from the EGS4 system (Nelson *et al.*, 1985) and Hubbell (1969) for the triplet component.

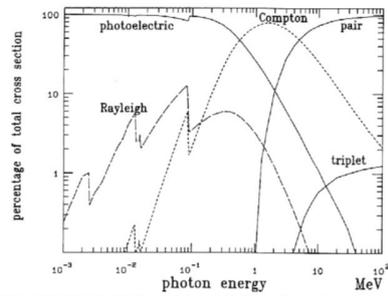


Fig. 12. Percentage contribution of various photon interactions to the total cross section of lead as a function of photon energy. Data are from the EGS4 system (Nelson *et al.*, 1985) and Hubbell (1969) for the triplet component.

Figure 20: Percentuale di contributo delle varie reazioni al variare dell'energia su bersaglio di Carbonio e di piombo

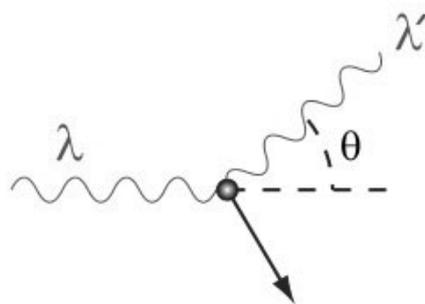


Figure 21: Rappresentazione schematica di una diffusione di tipo Compton

ferisce da quella della radiazione incidente (λ) in funzione dell'angolo di emissione θ del fotone secondo la relazione $\lambda' - \lambda = \lambda_c(1 - \cos\theta)$ ove $\lambda_c = h/mc = 2.410^{-12}m$ e' la *lunghezza d'onda Compton* dell'elettrone. Pertanto ne risulta che l'energia E_e trasferita all'elettrone nell'urto risulta essere

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)} \quad (14)$$

L'energia dell'elettrone varia pertanto da zero ad un valore massimo quando il fotone e' diffuso all'indietro e vale

$$E_e^{max} = E_\gamma \frac{2(E_\gamma/mc^2)}{1 + 2(E_\gamma/mc^2)}$$

E_e^{max} e' detto *fronte Compton* (*Compton edge* in inglese).

• Osservazioni

1. Avremo una variazione significativa della lunghezza d'onda ($(\lambda' - \lambda)/\lambda > 0$) se il fotone incidente ha una lunghezza d'onda simile a λ_c , ovvero se ha un'energia $E_\gamma = h\nu \sim hc/\lambda_c = mc^2$, ovvero l'energia del fotone e' dell'ordine della massa dell'elettrone. Per valori di lunghezza d'onda molto piu' grandi non vi e' variazione rilevante di lunghezza d'onda e quindi di energia.

2. E_e e' l'energia di interesse da un punto di vista sperimentale in quanto sara' l'energia trasferita all'elettrone ad essere successivamente ceduta al rivelatore e quindi trasformata in un segnale e rivelata.

3. Si noti che il valore fronte Compton (ovvero l'energia massima dell'elettrone) e' sempre inferiore al valore di E_γ e che quindi l'energia del fotone incidente non viene mai trasferita completamente all'elettrone.

La sezione d'urto angolare e' stata calcolata da Klein e Nishina (1928) e vale:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{r_e^2}{2} \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} \right)^2 \left(\frac{E'_\gamma}{E_\gamma} + \frac{E_\gamma}{E'_\gamma} - \sin^2\theta \right) \quad (15)$$

essendo

$$E'_\gamma = \frac{E_\gamma}{1 + \frac{E_\gamma}{mc^2}(1 - \cos\theta)} \quad (16)$$

l'energia del fotone diffuso ed r_e il raggio classico dell'elettrone. La sezione d'urto in funzione dell'energia trasferita all'elettrone risulta invece essere

$$\frac{d\sigma}{dE_e} = \frac{\pi r_e^2}{mc^2 s^2} \left[2 + \frac{s^2}{s^2(1+s)^2} + \frac{s}{1-s} \left(s - \frac{2}{s} \right) \right] \quad (17)$$

con $s = \frac{E_e}{E_\gamma}$.

La sezione d'urto totale, σ_C , e' visibile in figura 19 in funzione dell'energia del fotone incidente. In figura 22 e' invece mostrata la grandezza piu' interessante in termini sperimentali, ovvero l'andamento delle distribuzioni di energia degli elettroni di rinculo dopo diffusione Compton, che rispecchiano la forma della $\frac{d\sigma}{dE_e}$.

Si ricordi che la risposta di un rivelatore e' proporzionale all'energia rilasciata nello stesso e pertanto, nel caso di una diffusione Compton, dara' un'informazione relativa all'energia trasferita all'elettrone e non all'energia del fotone incidente. Un fascio di fotoni con un'energia che permetta sia effetto fotoelettrico che diffusione Compton presentera' ovviamente una distribuzione data dalla somma della distribuzione Compton e un picco fotoelettrico.

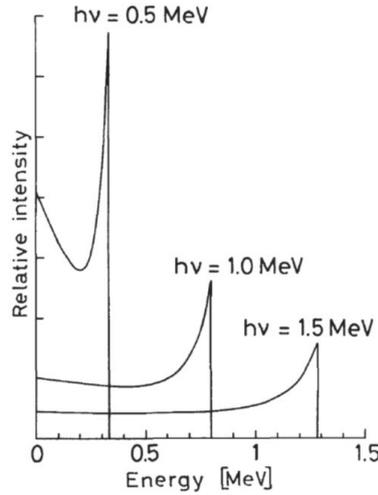


Figure 22: Distribuzioni dell'energia degli elettroni di rinculo dopo diffusione Compton.

2.6.3 Produzione di coppie

Quando $E_\gamma > 2mc^2$ si apre la soglia per la produzione di coppie elettrone-positrone da parte di un fotone (vedi fig. 19), che puo' essere assorbito convertendo la sua energia nella massa di una coppia particella-antiparticella. Questo fenomeno non puo' avvenire nel vuoto perche' non si conserverebbe la massa invariante del sistema (nulla quella del fotone, maggiore di $2mc^2$ quella della coppia elettrone-positrone). E' pertanto necessaria la presenza di un nucleo (ma basta anche un elettrone) che assorba l'impulso in eccesso. La trattazione del fenomeno e' piuttosto complessa, e ne vediamo qui solo alcuni cenni. Nel calcolo della sezione d'urto compaiono le stesse quantita' che abbiamo visto nel caso dell'irraggiamento degli elettroni e pertanto risulta (alle alte energie):

$$\mu_{pair} = \frac{7}{9} \frac{1}{L_R} \quad (18)$$

con L_R la gia' discussa lunghezza di radiazione. La lunghezza caratteristica per i due fenomeni e' pertanto la medesima essendo $\mu_{pair}^{-1} \sim L_R$. Il motivo di cio' e' che il processo di produzione di coppie $\gamma N \rightarrow Ne^+e^-$ ha molte analogie con il processo di irraggiamento da parte di un elettrone nel campo del nucleo $eN \rightarrow eN\gamma$ come evidenziato in fig. 23. Un fascio di fotoni di alta energia si attenua pertanto esponenzialmente secondo una lunghezza caratteristica μ_{pair}^{-1} e quindi un fotone ha una probabilita' di conversione pari a $(1 - e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{L_R}})$ nell'attraversare un materiale di spessore x . Si ricordi infatti che la probabilita' di interazione e' $P_{int}(x) = 1 - P_{non_int}(x)$

$$N(x)/N(0) = P_{non_int}(x) = e^{-\mu x} = e^{-\frac{7}{9} \frac{x}{L_R}} \simeq 1 - \mu x \text{ se } \mu x \ll 1$$

In figura 19 e' invece possibile osservare la sezione d'urto per produzione di coppie al variare dell'energia del fotone incidente. Si noti infine che all'aumentare dell'energia la produzione di coppie e' fortemente piccata in avanti essendo l'angolo medio di emissione delle due particelle della coppia $\theta \sim mc^2/E_\gamma$.

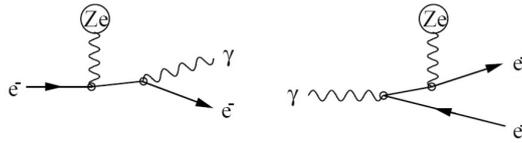


Figure 23: Meccanismi di produzione di coppie e radiazione di frenamento a confronto.

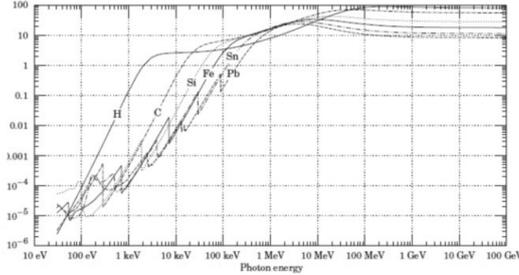


Figure 24: Lunghezza di assorbimento di fotoni su vari materiali al variare dell'energia.

2.6.4 Considerazioni sull'interazione dei fotoni con la materia

Come abbiamo visto le sezioni d'urto dei vari processi di interazione dipendono dall'energia e dalle caratteristiche del materiale su cui incidono e pertanto anche la sezione d'urto totale σ_T ha una forte dipendenza dall'energia del fotone incidente e dal numero atomico del materiale (vedasi figura 20). L'importanza relativa dei 3 processi dipende sostanzialmente dall'energia del fotone e dal numero atomico del materiale assorbitore. In fig. 19 e' possibile osservare come contribuiscono i diversi meccanismi (fotoelettrico, Compton e produzione di coppie) alla sezione d'urto totale per interazioni su carbonio e piombo. Il coefficiente di assorbimento risultante μ sara' dato dalla somma dei vari coefficienti di assorbimento: $\mu = \mu_{pe} + \mu_C + \mu_{pair}$, essendo $\mu = N_0\sigma_T = \lambda^{-1}$ con λ il cammino libero medio (o lunghezza di assorbimento) visibile in figura 24. Si noti che vi e' un valore di energia, relativo al minimo della sezione d'urto totale, che corrisponde al massimo della lunghezza di interazione e quindi al massimo della trasparenza. Ogni elemento e' caratterizzato da una ben definita lunghezza di assorbimento e con un comportamento al variare dell'energia che identifica univocamente l'elemento in questione.

L'andamento del coefficiente di assorbimento sara' pertanto fondamentale nel valutare la probabilita' di interazione di fotoni di data energia dato che cio' avra' una diretta conseguenza sull'efficienza del rivelatore, se l'elemento in questione e' quello di cui il rivelatore e' costituito, ovvero sull'efficienza nel fermare la radiazione, se l'elemento in questione e' usato come schermo.

2.6.5 Gli sciami elettromagnetici

Come abbiamo visto alle alte energie i processi dominanti sono la produzione di coppie per i fotoni e la radiazione di frenamento per gli elettroni e positroni. Questi processi sono caratterizzati da una scala delle lunghezze che e' la lunghezza di radiazione L_R . Quando un elettrone o un fotone di alta energia colpiscono un materiale