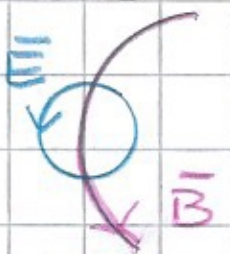
$\phi(\bar S) = -2\pi a h\, S(a) = -\pi a^2 h\, \partial_t \left(\frac{E^2}{8\pi}\right)$

IN QUESTO CASO SPECIFICO

$\bar B(r)$ NON DIPENDE DAL TEMPO. PERCHE'

OSSERVAZIONE: PERCHE' ABBIAMO INTERROTTO LO SVILUPPO DI $e^{-t/\tau}$ AL PRIMO ORDINE. ALTRIMENTI $\bar B(\bar r, t)$. QUESTO INDURREBBE UN CAMPO $\bar E$ DATO DA $\bar\nabla \times \bar E = -\frac{1}{c}\partial_t \bar B$. CONSIDERANDO CHE TRA LE PIASTRE $\bar\nabla \cdot \bar E = 0 \Rightarrow \bar E$ TRANSV.



QUESTI CAMPI, SEPPURE AGLI ORDINI SUPERIORI SONO DISSIPATIVI, MA SI TENGA PRESENTE CHE ΔE DIPENDE DA TERMINI (+) E (-) DELLA SERIE DI T. SI NOTI CHE $\bar S \neq 0$ SOLO TRA LE PIASTRE (IGNORANDO GLI EFFETTI DI BORDO) POICHE' $\bar E = 0$ E $\bar B = 0$ ALL'ESTERNO DELLE PIASTRE. OVVERO A PARTE GLI EFFETTI DI IRRAGGIAMENTO AGLI ORDINI SUPERIORI DI $(t/\tau)^n$ CON $n>1$ IL SISTEMA NON E' DISSIPATIVO, MENTRE LA RESISTENZA LO E'. IN EFFETTI QUANDO UNA RESISTENZA E' ATTRAVERSATA DALLA CORRENTE LA SUA T AUMENTA.

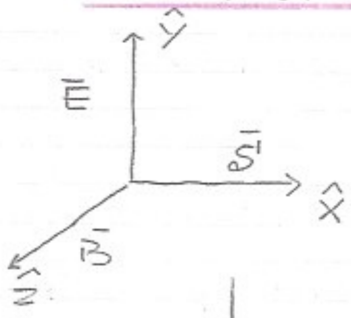
DOMANDA: QUALE E' LA DIFFERENZA TRA LA RESISTENZA E IL CONDENSATORE?

LA FENOMENOLOGIA RELATIVA AL VETTORE DI POYTING IN UN CONDENSATORE IN FASE DI CARICA O SCARICA LA POSSIAMO RAPPRESENTARE ANCHE NEL MODO

LEZIONE #6

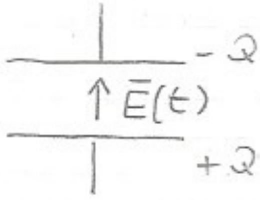
SEGUENTE

· VETTORE DI POYTING IN UN CONDENSATORE



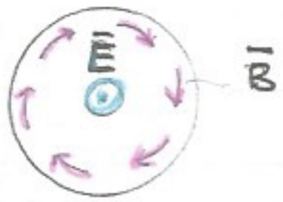
$$\int_{\Sigma'_{APERTA}} \bar{S}' \cdot d\bar{a} = \int_{\Sigma'} \bar{S}' \cdot \hat{n}\, da$$

↑FLUSSO POTENZA

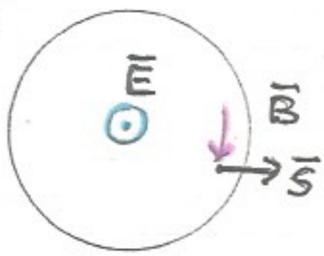


CARICA

IL FLUSSO DI POYTING PUNTA ALL' INTERNO E QUINDI IL SISTEMA STA ACCUMULANDO ENERGIA => $\bar{E}$ AUMENTA NEL TEMPO



IL FLUSSO DI POYTING PUNTA VERSO L'ESTERNO => IL SISTEMA RILASCIA ENERGIA NEL TEMPO



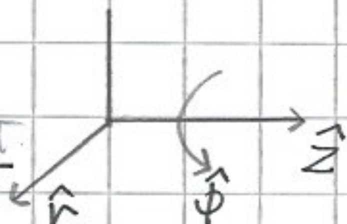
E DIMINUISCE. DATO CHE **$E \propto Q$** ANCHE **Q↓**

A QUESTA CONCLUSIONE SI ARRIVA ANCHE $\int_{\Gamma} \bar{B} \cdot d\bar{l}$ => $\bar{B}$ RUOTA ORARIO $\int_{\Gamma}$ È NEG FLUSSO $\bar{E}$ ESCE DALLA SUP.

· CALCOLO DEL VETTORE DI POYTING PER UNA INDUTTANZA

PER FARE QUESTO CALCOLO UTILIZZIAMO UN SOLENOIDE.

$\bar{B} = B\hat{z}$ SIMMETRIA CILINDRICA



CALCOLO NEL SIST. GAUSS

$\bar{B} = B\hat{z} = \frac{4\pi}{c} n I \hat{z}$ (n = DENSITÀ SPIRE)

$I(t)$ NELLA FASE DI CARICA E SCARICA HA UN'ANDAMENTO ESPONENZIALE $I = I_0 e^{t/\tau}$ E QUINDI POSSIAMO APPLICARE QUI GLI ARGOMENTI USATI PER IL CONDENSATORE NEL CASO DI CAMPI LENTAMENTE VARIABILI, CONSIDERANDO SOLO IL TERMINE LINEARE DELLO SVILUPPO DI TAYLOR OTTENIAMO $I(t) = I_0 t/\tau$.

PROBLEMA: IN ANALOGIA A QUANTO VISTO PER IL CONDENSATORE SI DESCRIVANO GLI EFFETTI AGLI ORDINI SUP. DI $\left(t/\tau\right)^n$ $n > 1$

PER $I(t)$ CHE VARIA LENTAMENTE $\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B}$
$\Rightarrow \bar{E} = E(r)\hat{\phi}$. CONSIDERIAMO ORA UN CILINDRO INTERNO DI RAGGIO $r < a$ COASSIALE CON IL SOLENOIDE. PER CALCOLARE $\bar{S}$ OLTRE A $\bar{B}$ CHE CONOSCIAMO DOBBIAMO CALCOLARE $\bar{E}$. DALLA SECONDA EQ. DI M. IN FORMA INTEGRALE $\int_\Gamma \bar{E} \cdot d\bar{l} = -\frac{1}{c}\partial_t \bar{B} \int_{\Sigma'} d\bar{a} \Rightarrow 2\pi r E(r) = -\frac{\pi r^2 4\pi n I_0}{c^2 \tau}$

$\rightarrow$ DALLA FORMA $\int$ ABBIAMO I MODULI.

DA CUI $E(r) = -\frac{2\pi n I_0 r}{(c^2\tau)} \Rightarrow$

$\bar{S}(\bar{r}<a) = \frac{c}{4\pi}(\bar{E}\times\bar{B})$. IL VERSORE DI $\bar{E}$ È DATO DA $\bar{\nabla}\times\bar{E} = -\partial_t\bar{B} \Rightarrow \bar{E}(\bar{r}) = E\hat{\phi} \Rightarrow$

$$\bar{S}(\bar{r},t) = -\frac{2\pi(nI_0)^2 r t}{(c\tau)^2}(\hat{\phi}\times\hat{z}) \Rightarrow$$

$$\bar{S}(\bar{r}<a,t) = \frac{2\pi(nI_0)^2 t}{(c\tau)^2} r\hat{r}.$$ IL $\phi(\bar{S})$ PER $\bar{S}(r<a)$

È $\emptyset$ SOLO ATTRAVERSO LE SUP. LATERALI DEL CILINDRETTO CONTENUTO NEL SOLENOIDE $\Rightarrow$

$$\phi(\bar{S}) = \underbrace{2\pi r h}_{\text{SUP. LAT.}}\,\bar{S}\cdot\hat{r} = -\left(\frac{2\pi n I_0 r}{c\tau}\right)^2 h t$$

CALCOLIAMO ORA L'ENERGIA MAG. INCLUSA NEL CILINDRO DI RAGGIO r. $U_M = \int_\tau u_M\, d\tau =$

$$= \frac{B^2}{8\pi}\pi r^2 h = 2\pi^2 r^2 h\left(\frac{nI_0 t}{c\tau}\right)^2$$

$$\left(u_M = \frac{1}{2\mu_0}B^2\right)\quad\left(\bar{B} = \frac{4\pi}{c} n\, nI\right)\hat{z} \quad \text{CON}$$

$$I = I\,t/\tau. \Rightarrow \frac{dU_M}{dt} = 4\pi^2 r^2 h t\left(\frac{nI_0}{c\tau}\right)^2 = -\phi(\bar{S})$$

IN ACCORDO CON IL TEOREMA DI POYTING

$$\underbrace{\bar{E}\cdot\bar{J}}_{\emptyset} = \frac{1}{2}\partial_t(\underbrace{u_E}_{\emptyset} + u_M) - \bar{\nabla}\cdot\bar{S}$$

$\bar{E}\cdot\bar{J} = 0$ DATO CHE $\bar{E}$ E $\bar{J}$ SONO ϕ ALL'INT. DEL SOLENOIDE $\Rightarrow 0 = -\frac{1}{2}\frac{c^2}{4\pi}\partial_t B^2 - \bar{\nabla}\cdot\bar{S}$

$$-\int_\Sigma \bar{S}\cdot d\bar{a} = \frac{1}{8\pi}c^2\frac{d}{dt}\int_\tau B^2\, d\tau \equiv$$ SI CONFRONTI CON IL CALCOLO PRECEDENTE

QUEESTO E' UN ESEMPIO DELL'UTILIZZO DELLA RELAZIONE $\bar{E}\cdot\bar{J} = \partial_t (u_E + u_M) - \bar{\nabla}\cdot\bar{S}$

- PROBLEMA SI APPLICHI LO STESSO ARGOMENTO AL CASO DEL RESISTORE E DEL CONDENSATORE.

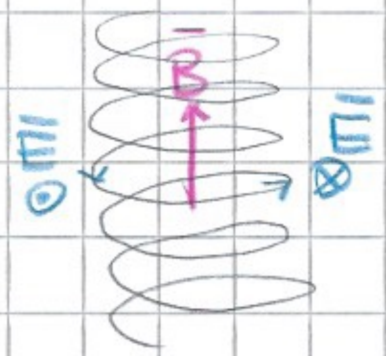
QUESTO ARGOMENTO SEBRA PRESENTARE DEGLI ASPETTI DI INCONSISTENZA DATO CHE SEMBRA CHE L'ENERGIA SIA SOLO MAGNETICA. IN EFFETTI ALL'INTERNO DEL SOLENOIDE ESISTE SOLO IL CAMPO $\bar{B}$ ($\bar{E}=0$ FATTI SALVI GLI EFFETTI DI ORDINE SUPERIORE DI $(t/\tau)^n$ $n>1$). INVECE TRA LE PIASTRE DEL COND. ESISTONO SIA $\bar{E}(t)$ SIA $\bar{B}(t)$ OVVERO ESISTE UN CAMPO E.M. PER RISPONDERE A QUESTA DOMANDA E' NECESSARIO OSSERVARE IL DISPOSITIVO CON MAGGIORE DETTAGLIO. ALL'ESTERNO DEL SOLENOIDE $\bar{E}$ E $\bar{B} = \emptyset \Rightarrow \bar{S} = \emptyset$. MA IL DISPOSITIVO DEL SOLENOIDE HA SULLA SUPERFICIE (DOVE SONO LE SPIRE) UN CAMPO $\bar{E}$ E UNA $\bar{J}$ CHE RUOTANO ATTORNO AL SUO ASSE (NATURALMENTE $\bar{E}$ E $\bar{J} \neq \emptyset$ SOLO SULLA SUPERFICIE) $\Rightarrow$ DOBBIA CONSIDERARE ANCHE LA SUPERFICIE $\Rightarrow$ SUP + INT. SOLEN = VOLUME. $\Rightarrow \partial_t u_M$ DEVE ESSERE UGUALE ALL'INTEGRALE DI VOLUME DI $\bar{E}\cdot\bar{J}$ CHE E' LA DENSITA' DI POTENZA ASSOCIATA DAL CAMPO INDOTTO SULLA CORRENTE CHE FLUISCE NEL SOLENOIDE. NEL DISEGNO I E' DISTRIBUITA SULLA SUP. DEL SOLENOIDE DI RAGGIO a COSI' J DA'

E' SOSTITUITO DA $nI\,da = nI\,d\phi\,dz$ NELL' INTEGR.

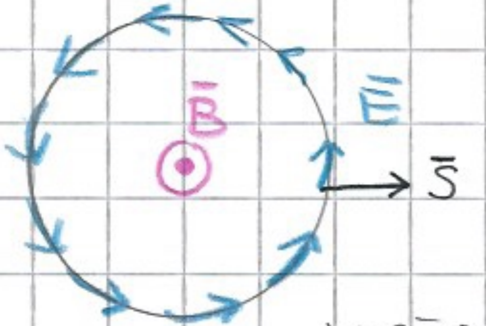
$$\int_{\tau} \bar{J}\cdot\bar{E}\,d\tau = \int_{\Sigma'} nI\,E(a)\,da = -2\pi a h\left(nI_0\frac{t}{\tau}\right)\cdot\left(\frac{2\pi n I_0 a}{c^2\tau}\right) =$$

$$= -4\pi a^2 h t\left(\frac{nI_0}{c\tau}\right)^2 = -\left.\frac{dU_M}{dt}\right|_{r=a}$$

ANCHE IN QUESTO CASO POSSIAMO UTILIZZARE LA STESSA RAPPRESENTAZIONE GRAFICA CHE ABBIAMO USATO PER IL CONDENSATORE AL FINE DI VALUTARE IL VERSO DI $\bar{S}'$

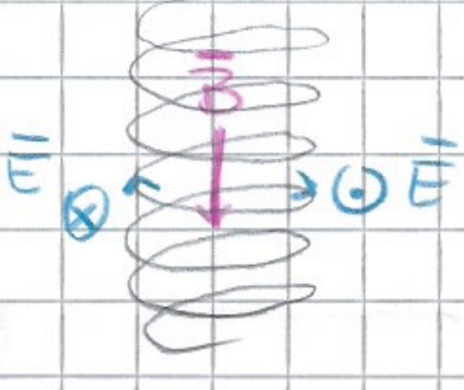


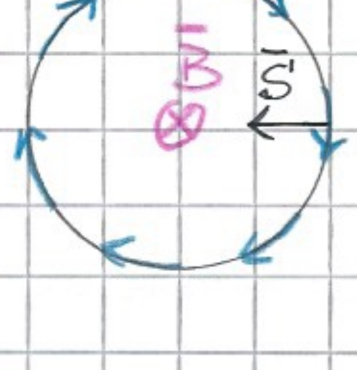
V. LATERALE



VISTA DALL'ALTO

IL VETTORE DI POYTING E' DIRETTO DAL CENTRO VERSO L'ESTERNO DEL SOLENOIDE $\Rightarrow$ L'ENERGIA EM FLUISCE VERSO L'ESTERNO E L'ENERGIA DEL CAMPO MAGNETICO ALL'INTERNO DEL SOLENOIDE DIMINUISCE





LA SITUAZIONE E' OPPOSTA ALLA PRECEDENTE, L'ENERGIA FLUISCE VERSO L'INTERNO