INDIPENDENTE DAL TEMPO E OTTENIAMO

$$\boxed{\partial_t(\bar{r}\times\bar{g}) - \bar{r}\times\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{T} = -\bar{r}\times f_{MEC}}$$

DOVE $-(\bar{r}\times\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{T})_i = \varepsilon_{ijk} r_j \partial_m T_{mk}$

TUTTAVIA DATO CHE $\partial_m(T_{mk} r_j) = r_j \partial_m T_{mk} + T_{mk}\delta_{mj} =$
$= r_j \partial_m T_{mk} + T_{jk} \Rightarrow -(\bar{r}\times\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{T})_i \Rightarrow$
$= -\varepsilon_{ijk}[\partial_m(T_{mk} r_j) - T_{jk}]$ MA PER LA SIMMETRIA DI $\overleftrightarrow{T}$ $(T_{ij} = T_{jk}) \Rightarrow \varepsilon_{ijk} T_{jk} = 0 \Rightarrow$

$$-(\bar{r}\times\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{T})_i = \partial_m \varepsilon_{ikj} T_{mk} r_j = \{\bar{\bar{\nabla}}\circ(\overleftrightarrow{T}\times\bar{r})\}_i$$

$$\Rightarrow -\bar{r}\times\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{T} = \bar{\bar{\nabla}}\circ(\overleftrightarrow{T}\times\bar{r})$$ DIM. FACOLTAT.

DA QUESTA RELAZIONE CONSIDERANDO CHE SI OTTIENE $\boxed{\partial_t(\bar{r}\times\bar{g}) + \bar{\bar{\nabla}}\circ(\overleftrightarrow{T}\times\bar{r}) = -\bar{r}\times f_{MEC}}$

LEZIONE #9

ORA DEFINIAMO $\overleftrightarrow{M} = \overleftrightarrow{T}\times\bar{r}$ DOVE $\bar{M}$ DIMENS. È $\left[(\text{MOMENTO ANGOLARE})/_{\text{VOL}}\right]\times$ VELOCITÀ E QUINDI PUÒ ESSERE INTERPRETATO COME UNA CORRENTE DI DENSITÀ DEL MOMENTO ANGOLARE (IN MODO CONSISTENTE CON $\overleftrightarrow{T}$ MOMENTO LINEARE).

$$\bar{D}_{MEC} = \frac{d\int_\tau \ell_{MEC}\, d\tau}{dt} = -\int_\tau \left[\partial_t(\bar{r}\times\bar{g}) + \bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{M}\right] d\tau =$$

$$= -\frac{d\int_\tau(\bar{r}\times\bar{g})\,d\tau}{dt} - \int_\tau \bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{M}\, d\tau$$

$$= -\frac{d\int_\tau \ell_{EM}\, d\tau}{dt} - \int_\tau \bar{\bar{\nabla}}\circ\bar{M}\, d\tau \Rightarrow$$

$$\partial_t(\ell_{MEC} + \ell_{EM}) = -\bar{\bar{\nabla}}\circ\overleftrightarrow{M}$$

CHE POSSIAMO ANCHE RISCRIVERE COME

$$\boxed{\frac{d\bar{L}_{TOT}}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\bar{L}_{MEC} + \bar{L}_{EM}\right) = -\int_{\tau} \bar{\nabla} \cdot \overleftrightarrow{M}\, d\tau = -\oint_{\Sigma'} \overleftrightarrow{M}\hat{n}\, da}$$

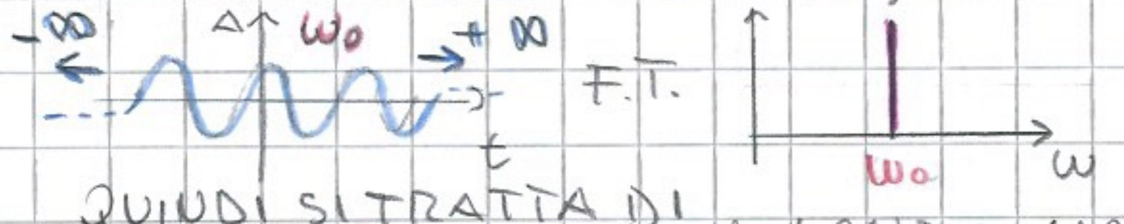
$$\Rightarrow \frac{d(\bar{L}_{MEC} + \bar{L}_{EM})}{dt} = 0 \Rightarrow \bar{L}_{TOT} = COST$$

SE PER $\Sigma' \to \infty$ $\phi(\overleftrightarrow{M}) = 0$. GLI ARGOMENTI SONO SIMILI A QUELLI UTILIZZATI PER LA CONSERV. DELLA ENERGIA E DEL MOMENTO LINEARE.

• ENERGIA E MOMENTO DI UN'ONDA E.M.

COME ABBIAMO VISTO LA DENSITÀ DI ENERGIA E.M. È $u_{EM} = \frac{1}{2}\left(\varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{\mu_0} B^2\right)$. NEL CASO DI UN ONDA MONOCROMATICA

OSSERVAZIONE: UN'ONDA MONOCROMATICA È UN'ONDA INFINITA CON UNA SOLA $\omega \Rightarrow$ TRASFORMATA DI FOURIER DELL'ONDA DAL DOMINIO DEI TEMPI A QUELLO DELLE FREQUENZE È UNA $\delta(\omega) \Rightarrow$



QUINDI SI TRATTA DI UN'ONDA NON FISICA.

QUESTA ONDA, IN TERMINI DI ONDA REALE LA POSSIAMO SCRIVERE COME

$$\bar{E}(z,t) = E_0(\cos kz - \omega t + \delta)\hat{x}$$

FASE

$$\bar{B}(z,t) = B_0(\cos kz - \omega t + \delta)\hat{y}$$

(LA FORMULAZIONE COMPLESSA L'ABBIAMO VISTA IN PRECEDENZA E NE DISCUTEREMO PIÙ AVANTI)

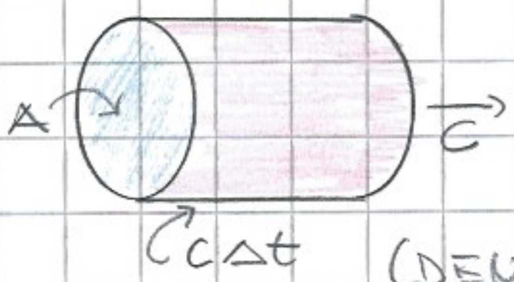
DA CUI VEDIAMO CHE

$B^2 = \frac{1}{c^2} E^2 = \mu_0 \varepsilon_0 E^2 \Rightarrow$ CHE SOSTITUITO NELLA RELAZIONE u_{EM} DA $u_{EM} = \varepsilon_0 E^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow u_{EM} = \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t + \delta)$. LA DENSITÀ DI FLUSSO DELL'ENERGIA TRASPORTATA ($\bar{S}$)

$\bar{S} = \frac{1}{\mu_0} (\bar{E} \times \bar{B}) = c \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t + \delta) \hat{z} = c\, u_{EM} \hat{z}$

$\Rightarrow$ IN QUESTO CASO $\bar{S}$ È $u_{EM} \times c \hat{z}$. PER UN TEMPO Δt IN UN VOLUME CILINDRICO LUNGO $c \Delta t$ DI AREA A È $u_{EM} \underbrace{c \Delta t A}_{\text{VOLUME}}$



. INOLTRE, COME AVEVAMO VISTO IN PRECEDENZA, $\bar{p}_{EM}$ (DENSITÀ MOMENTO E.M.) $= \mu_0 \varepsilon_0 \bar{S} \Rightarrow$

$\bar{p}_{EM} = \frac{1}{c^2} \bar{S}$ E PER UN'ONDA MONOCROMATICA DIVENTA $\bar{p}_{EM} = \frac{1}{c} \varepsilon_0 E_0^2 \cos^2(kz - \omega t + \delta) \hat{z} \Rightarrow$

$\bar{p}_{EM} = \frac{1}{c} u \hat{z}$.

OSSERVAZIONE: PER CAMPI OSCILLANTI u_{EM}, $\bar{S}$, $\bar{p}_{EM}$ OSCILLANO ALLA STESSA FREQUENZA DEL CAMPO. TUTTAVIA, LA ω DI UN'ONDA E.M. È MOLTO ELEVATA PER ESEMPIO $\omega = 2\pi\nu$ CON $\nu \sim 10^{15}$ Hz E QUINDI NON MISURABILE DIRETTAMENTE (I RIVELATORI PER DARE UN SEGNALE DEVONO INTEGRARE MOLTI CICLI $\Rightarrow$ MISURANO UN VALORE MEDIO)

PER QUESTO SIAMO INTERESSATI AL VALORE MEDIO DI u_{EM}, $\bar{S}$ E $\bar{p}_{EM}$ CHE INDICHEREMO CON $\langle u_{EM}\rangle$, $\langle\bar{S}\rangle$ E $\langle\bar{p}_{EM}\rangle$. DATO CHE

$$\frac{1}{T}\int_0^T \cos^2\left(kz-\frac{2\pi t}{T}+\delta\right)dt = 1/2$$

OTTENIAMO

$$\langle u_{EM}\rangle = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 \; ; \; \langle\bar{S}\rangle = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2\hat{z} \; ; \; \langle\bar{p}_{EM}\rangle = \frac{1}{2c}\varepsilon_0 E_0^2\hat{z}$$

QUESTE RELAZIONI SONO DI PARTICOLARE IMPORTANZA PER LA FISICA DELLE RADIAZIONI E.M.. PER ESEMPIO POSSIAMO DEDURRE LA POTENZA MEDIA PER UNITÀ DI AREA CHE TECNICAMENTE SI CHIAMA IRRADIANZA, MA COMUNEMENTE LA CHIAMIAMO INTENSITÀ.

$$I = \langle|\bar{S}|\rangle = \frac{1}{2}c\varepsilon_0 E_0^2$$

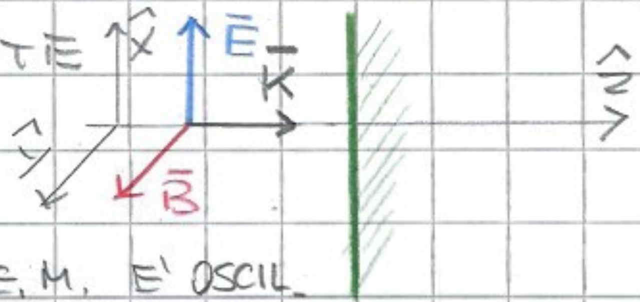
- OSSERVAZIONE: QUESTA RELAZIONE INDICA CHE DA UNA MISURA DELLA INTENSITÀ POSSIAMO DEDURRE L'AMPIEZZA E_0 DEL CAMPO $\bar{E}$ DELLA RADIAZIONE (NATURALMENTE NELLA APPROSIMAZIONE MONOCROMATICA).

- PROBLEMA: SE SI CONSIDERA UN IRRAGGIAMENTO SOLARE MEDIO SULLA TERRA DI $\sim 600\ W/m^2$ SI CALCOLI NELLA APPROSIMAZIONE MONOCROMATICA L'AMPIEZZA DI $\bar{E}(t)$

POSSIAMO ANCHE CALCOLARE IL MOMENTO TRASFERITO QUANDO UN'ONDA E.M. E' PERFETTAMENTE ASSORBITA O COMPLETAMENTE (PARZIALMENTE) RIFLESSA DA UNA SUPERFICIE.

IN UN TEMPO Δt IL MOMENTO TRASFERITO
È $\Delta \bar{P} = \langle \wp_{EM} \rangle A c \Delta t$ (VEDERE FIGURA)
QUINDI POSSIAMO DEFINIRE LA PRESSIONE DI RADIAZIONE (FORZA MEDIA PER UNITÀ DI AREA $P = \frac{1}{A}\frac{\Delta P}{\Delta t} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E_0^2 = \frac{1}{c}$

- OSSERVAZIONE NEL CASO DI RIFLESSIONE NORMALE TOTALE LA PRESSIONE È DOPPIA RISPETTO ALL'ASSORBIMENTO TOTALE DATO CHE IL MOMENTO INVERTE DIREZIONE NELLA RIFLESSIONE E QUINDI È DOPPIO (COME PER L'URTO ELASTICO). • PROBLEMA ⇒
- LA PRESSIONE DI RADIAZIONE DA QUALI TERMINI DEL TENSORE STRESS DI M. È RAPPRESENTATA? • OSSERVAZIONE. DA UN PUNTO DI VISTA MICROSCOPICO LA PRESSIONE DI RADIAZIONE SI PUÒ SPIEGARE USANDO LA FORZA DI LORENTZ $\bar{F} = q(\bar{E} + \bar{v} \times \bar{B})$
IL CAMPO $\bar{E}$ METTE IN MOTO LE CARICHE QUINDI CONFERISCE UNA VELOCITÀ $\bar{v}$ MENTRE IL TERMINE $\bar{v} \times \bar{B}$ ESERCITA UNA FORZA $\perp$ A $\bar{v} \Rightarrow \perp$ ALLA SUPERFICIE.
- PROBLEMA. SI CONSIDERI LA SEGUENTE FIGURA CHE RAPPRESENTA UN'ONDA CHE INCIDE $\perp$ SU UNA SUPERFICIE PERFETTAMENTE RIFLETTENTE



QUESTA ESERCITA UNA PRESSIONE DIRETTA LUNGO $\hat{z}$. MA IL CAMPO E.M. È OSCILLANTE, QUINDI COSA SUCCEDE QUANDO $\bar{E}$ SI INVERTE?