Utilizzo di MATLAB per l'analisi di sistemi dinamici

Sistemi dinamici a tempo continuo ed a tempo discreto

Indice del materiale

- Breve **introduzione** a MATLAB
  - Descrizione generale di MATLAB
  - Quadro delle funzioni predefinite
  - Definizione di matrici, vettori e polinomi
  - Rappresentazione grafica dei dati

- **Analisi** e **simulazione** di **sistemi dinamici LTI** in ambiente MATLAB
  - Rappresentazione di sistemi dinamici lineari tempo-invarianti nell'ambiente MATLAB
  - Analisi e simulazione di sistemi dinamici lineari tempo-invarianti

Indice del materiale (2)

- **Sistemi lineari interconnessi**
  - Sistemi dinamici lineari interconnessi in ambiente MATLAB
  - Utilizzo dell'istruzione MATLAB *feedback*
- Determinazione della **risposta in frequenza** di sistemi dinamici lineari tempo-invarianti nell' ambiente MATLAB
  - Esempi di utilizzo
- Conversione da **tempo continuo** a **segnali campionati/tempo discreto** e viceversa.

Breve introduzione a MATLAB

L'ambiente di lavoro, le istruzioni fondamentali

A cosa serve questa presentazione

- Scopi di questo materiale:
  - fornire le informazioni necessarie per l'uso di **MATLAB** in relazione alle esercitazioni del corso;
  - dare una panoramica generale (**tutt'altro che esauriente**) delle potenzialità di **MATLAB** per la formulazione e la soluzione di problemi numerici nell'Ingegneria.

Dove trovare altre informazioni?

- Sito web di Mathworks:

  www.mathworks.com

  seguendo i link è possibile trovare la documentazione dei vari toolbox (https://it.mathworks.com/help/matlab/index.html)

- Un testo in italiano di introduzione a MATLAB e Simulink:

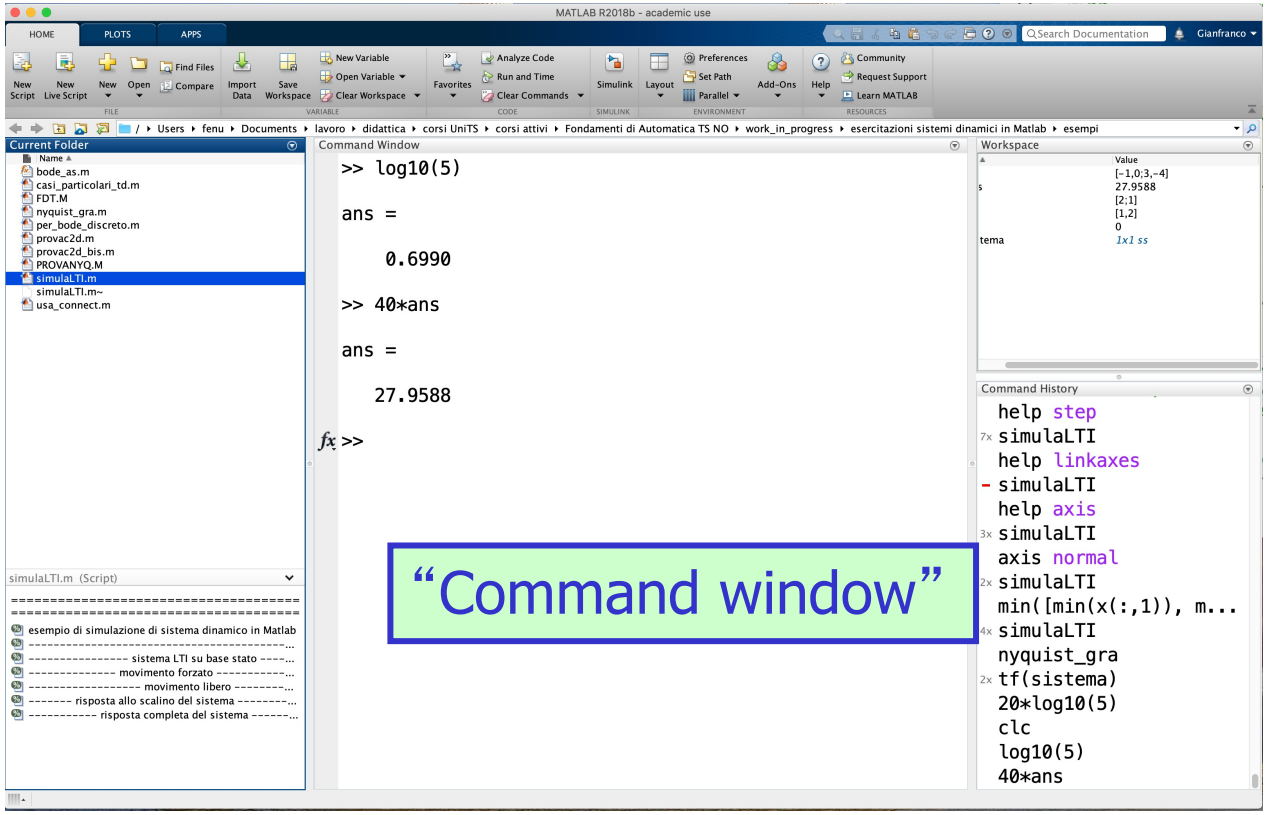
  "***Guida Operativa a MATLAB, SIMULINK e Control Toolbox***" , Alberto Cavallo, Roberto Setola, & Francesco Vasca, Liguori Editore, 1994 ➡ in biblioteca

Descrizione generale di MATLAB

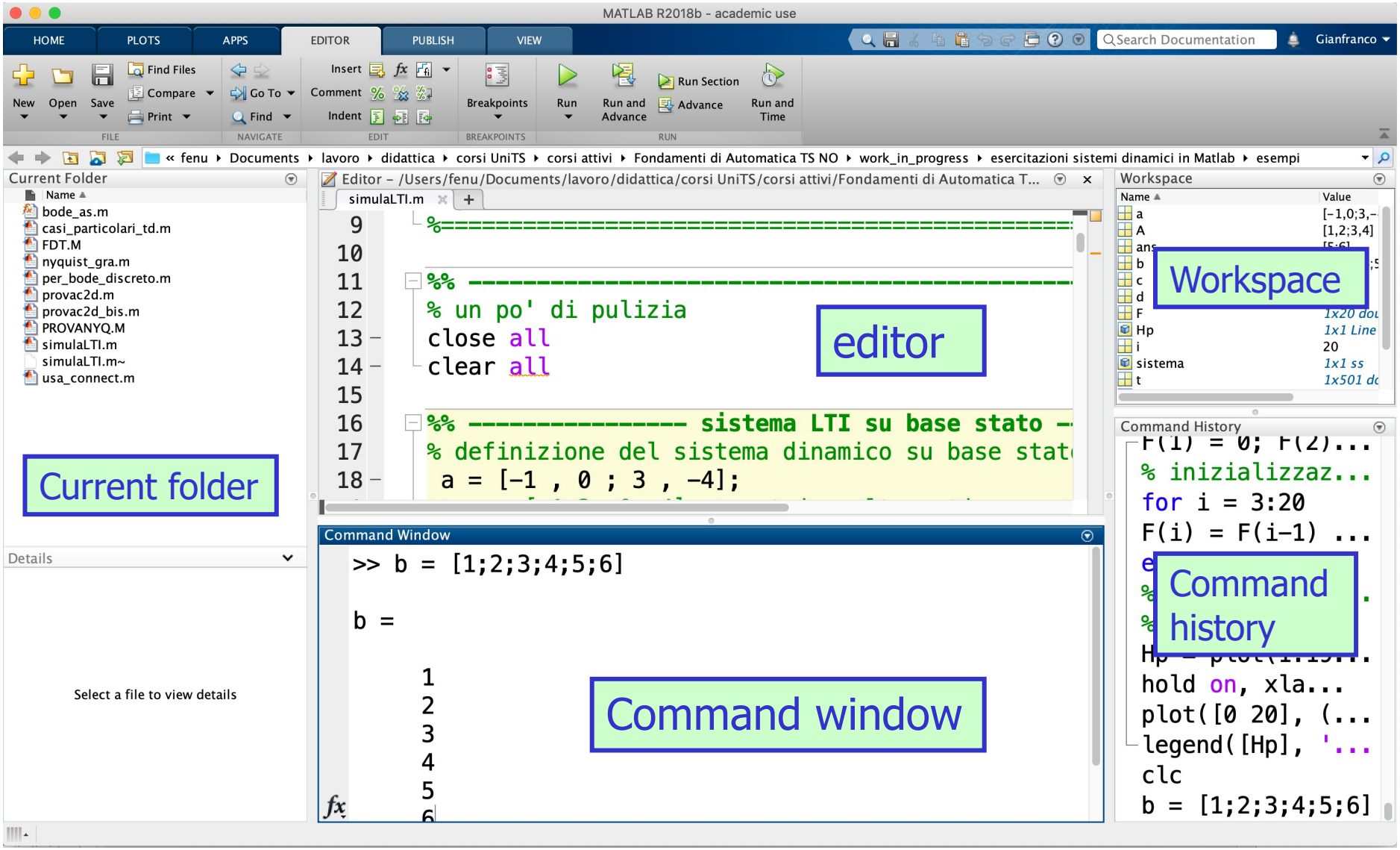
- MATLAB (= MATrix LABoratory):
  - un **linguaggio di programmazione** per applicazioni scientifiche e numeriche
  - vasto set di **funzioni predefinite**
  - **interprete** di comandi
  - possibilità di scrivere nuove funzioni
  - libreria di **TOOLBOX** per svariate applicazioni; ad es. Signal Processing, Identificazione di modelli, …

L'interfaccia di MATLAB

- Interfaccia utente:
  - la ***Command Window*** dà accesso diretto all'interprete
  - scrittura diretta di comandi.



Interfaccia standard:



- **Command Window**: è la finestra dell'interprete di comandi di MATLAB. Vi si possono scrivere direttamente comandi o lanciare programmi scritti nel linguaggio di programmazione del MATLAB.

- **Command History**: è la finestra che contiene l'elenco dei comandi inseriti nella Command Window.

- **Current Directory**: visualizza in forma grafica il contenuto della cartella di lavoro.

- **Workspace**: è la finestra che visualizza il contenuto dell' area di memoria utilizzata dal MATLAB (nomi, tipi e dimensioni delle variabili).

- **Editor**: permette di creare file di testo (M-File: estensione .m) contenenti script e/o function realizzati utilizzando il linguaggio di programmazione di MATLAB.

MATLAB come calcolatrice...

- La modalità di impiego più "semplice": per valutare espressioni numeriche.
- Esempio: per calcolare $4+\sqrt{2}-\sin(0.2\pi)^2+e^2$
  è sufficiente digitare al prompt **»**

```
»4 + sqrt(2) - sin(0.2*pi)^2 + exp(2)
    ans =
       12.4578
```

- Il risultato viene salvato nella variabile *ans*.

Definizione di variabili

- È possibile definire variabili e espressioni non numeriche più complesse.

- Esempio:

```
» a=4; b=2;
» a*b
ans =
     8
```

- Per cancellare una variabile (es. a):

```
» clear a
```

Il Workspace

- Ogni variabile definita in questo modo viene conservata in memoria, nel ***Workspace***.
- Il comando ***whos*** mostra una lista delle variabili definite:

```
» whos
  Name      Size            Bytes  Class
  a         1x1                 8  double array
  ans       1x1                 8  double array
  b         1x1                 8  double array
Grand total is 3 elements using 24 bytes
```

Lettura e scrittura su file

Mediante i comandi ***load*** e ***save*** è possibile salvare su file le variabili del ***workspace***.

- ***load*** *nomefile variabile1 variabile2* **...** carica dal file *nomefile.mat* le variabili elencate
- ***save*** *nomefile variabile1 variabile2* **...** scrive nel file *nomefile.mat* le variabili elencate.
- ***load*** *nomefile* carica tutte le variabili in nomefile.
- ***save*** *nomefile* salva tutto il **workspace** in *nomefile.mat*

Quindi...

- Esiste un insieme (molto vasto) di funzioni predefinite (come ***sin*** e ***sqrt*** nell'esempio precedente).

- A differenza dei normali linguaggi (C, Pascal...) non occorre *dichiarare* le variabili. L'assegnazione coincide con la dichiarazione.

Operazioni matematiche elementari

- Moltiplicazione $a\,b$ ⟷ **a * b**
- Divisione (divisione “a destra”) $\frac{a}{b}$ ⟷ **a / b**
- Divisione “a sinistra” $\frac{b}{a}$ ⟷ **a \ b**
- Elevamento a potenza a^b ⟷ **a ^ b**
- Addizione e sottrazione $a + b$, $a - b$ ⟷ **a + b**, **a - b**

Operazioni elementari: precedenza

- La precedenza nello svolgere le operazioni matematiche elementari in MATLAB è quella standard, facendo però attenzione alle operazioni di "divisione a destra" e "divisione a sinistra".
- Infatti valgono le regole:
  - L'**elevamento a potenza** viene valutato prima delle operazioni di **moltiplicazione** e **divisione**, che hanno la medesima priorità,
  - L'operazione di "**divisione a destra**" ha priorità rispetto alla "**divisione a sinistra**";
  - Le operazioni di **addizione** e **sottrazione** hanno la priorità più bassa.
  - Per assegnare una diversa precedenza nella sequenza dei calcoli è necessario **utilizzare le parentesi**.

L'operatore di assegnazione "="

- L'operatore "**=**" è utilizzato in MATLAB per **assegnare** un valore (numerico, come il risultato di un'operazione di calcolo, oppure testuale o simbolico [ne parliamo più avanti]) ad una variabile.
- Quindi è appropriato pensare all'operatore "=" come ad un'istruzione con la quale si assegna un valore ad una variabile, in un qualsiasi linguaggio di programmazione (C, Fortran ecc.).
- Se l'assegnazione termina con un "**;**" allora il risultato dell'operazione di assegnazione non viene visualizzato, altrimenti si.

```
» x = 2; y = 4; z = x*y
z = 8
```

L'operatore di assegnazione "=" (2)

- Nel caso di assegnazioni lunghe si può utilizzare il simbolo "**...**" per poi proseguire l'assegnazione nella riga seguente

```
» FirstClassHolders = 72;
» Coach = 121;
» Crew = 8;
» TotalPeopleOnPlane = FirstClassHolders + Coach...
+ Crew

TotalPeopleOnPlane =
201
```

Il formato di visualizzazione

- Il risultato di un' operazione numerica viene visualizzato di solito tramite un numero reale, con sole 4 cifre decimali.
- Questo è il formato di visualizzazione standard.

- Esistono altre possibilità e si scelgono tramite il comando **format**:
  - **format short** 4 cifre decimali
    - **short e** 4 cifre decimali, notazione esponenziale
  - **format long** 15 cifre decimali
    - **long e** 15 cifre decimali, notazione esponenziale
  - …

Il formato di visualizzazione

- **format rat** risultato approssimato tramite la più vicina frazione
- **format bank** formato finanziario, con sole due cifre decimali
- …

```
»format long
» x = 3 + 11/16 + 2^1.2
   x =  5.98489670999407
» format short
» x = 3 + 11/16 + 2^1.2
   x =  5.9849
```

Esempi di funzioni predefinite
(di uso piu' comune)

- Funzioni trigonometriche (***sin***, ***cos***, ***tan***, ***acos***, ***asin***, ***atan***…);
- Esponenziale e logaritmo (***exp***, ***log***, ***log10***, ***sqrt***…);
- Numeri complessi (***abs*** ⇒ modulo, ***angle*** ⇒ fase, ***real*** ⇒ parte reale, ***imag*** ⇒ parte immaginaria…);

Alcuni esempi semplici

- Calcolare il modulo di (2+3i):

```
» abs( 2+3*i )
   ans =
     3.6056
```

- Calcolare $20\log_{10}\left(\left|\frac{2+3i}{4+6i}\right|\right)$

```
» 20*log10( abs( (2+3*i) / (4+6*i) ) )
   ans =
     -6.0206
```

Inf e NaN

- Alcune operazioni numeriche possono dare luogo a risultati non corretti, esprimibili soltanto facendo uso di "forme indeterminate", che vengono definite da MATLAB tramite le grandezze **Inf** e **NaN**.

- Esempi:

```
» 5/0
Warning: Divide by zero.
ans =
   Inf
```

```
» 0/0
Warning: Divide by zero.
ans =
   NaN
```

Help! Una funzione fondamentale!

- **help** per vedere la lista dei toolbox installati
- **help** ***nome_toolbox*** per vedere la lista dei comandi installati in un *toolbox*
- **help** ***nome_comando*** guida 'on-line' di MATLAB sullo specifico comando
- **ver** info sulla versione di MATLAB
- **helpwin** finestra di help di MATLAB

Definizione di matrici

- Come si definisce una matrice in MATLAB?

  Esempio: definire la matrice 2x2

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}$$

```
» A = [ 1, 2; 3, 4 ]
A =
    1    2
    3    4
```

- Come si accede agli elementi di una matrice:

```
» A( 1, 2 )
ans =
    2
```

Indici (riga e colonna) dell'elemento di interesse

La wildcard :

- Per accedere a intere righe o colonne di una matrice, si usa la *wildcard* **:**

- Es.: selezionare la prima riga di A

```
» A(1,:)
ans =
    1    2
```

- Es.: selezionare la seconda colonna di A

```
» A(:,2)
ans =
    2
    4
```

Selezionare sottomatrici

- Se definiamo

```
» B=[ 1, 2, 3; 4, 5, 6 ]
B =
    1    2    3
    4    5    6
```

Sottomatrice di interesse

- scrivendo

```
» B( 1:2 , 2:3 )
ans =
    2    3
    5    6
```

Indici della sottomatrice di interesse

Operazioni (elementari) sulle matrici

- Sono definiti gli operatori **+**, **-**, * e **^**

```
» A = [ 1 2; 3 4 ]; B = [ 5 6; 7 8 ]
» A+B
ans =
    6    8
   10   12

» B-A
ans =
    4    4
    4    4
```

```
» A*B
ans =
   19   22
   43   50

» A^2
ans =
    7   10
   15   22
```

Operazioni (elementari) sulle matrici (2)

- Sono definiti gli operatori **.*, ./** e **.^**, che si applicano elemento per elemento:

```
» A = [ 1 2; 3 4 ]; B = [ 5 6; 7 8 ];
» A.*B
ans =
     5    12
    21    32
» A.^B
ans =
         1        64
      2187     65536
```

Operazioni (elementari) sulle matrici (3)

- Determinante:

```
» det(A)
ans =
    -2
```

- Autovalori:

```
» eig(A)
ans =
   -0.3723
    5.3723
```

- Matrice inversa:

```
» inv(A)
ans =
   -2.0000    1.0000
    1.5000   -0.5000
```

- Matrice trasposta:

```
» A'
ans =
     1     3
     2     4
```

Operazioni (elementari)

- Funzioni matematiche di base **help elfun**
- Funzioni matematiche specifiche **help specfun**
- Funzioni di manipolazione delle matrici **help elmat**

Altre operazioni

- Osservazione importante: NON occorre definire le dimensioni in modo esplicito!

  Per conoscere le dimensioni di una matrice: ***size***

- Altre operazioni:
  - ***rank*** -> calcolo del rango di una matrice
  - ***trace*** -> calcolo della traccia di una matrice
  - ***norm*** -> calcolo della norma di una matrice

Alcune matrici "speciali"

- **eye(n,n)** ⇒ matrice identità *n x n*
- **zeros(n,m)** ⇒ matrice di "0" *n x m*
- **ones(n,m)** ⇒ matrice di "1" *n x m*
- **rand(n,m)** ⇒ matrice *n x m* con elementi pseudocasuali con distribuzione di probabilità uniforme nell'intervallo *[0 1].*

Vettori

- I vettori in MATLAB possono:
  - rappresentare **polinomi** (un polinomio è descritto dal vettore dei suoi coefficienti);
  - rappresentare un **segnale di durata finita** (mediante la sequenza dei valori che assume in un insieme finito di istanti di tempo, quindi mediante un vettore);
  - rappresentare (ovviamente) **vettori** in **spazi vettoriali**

Definizione di sequenza di valori

- » t=(0:10)

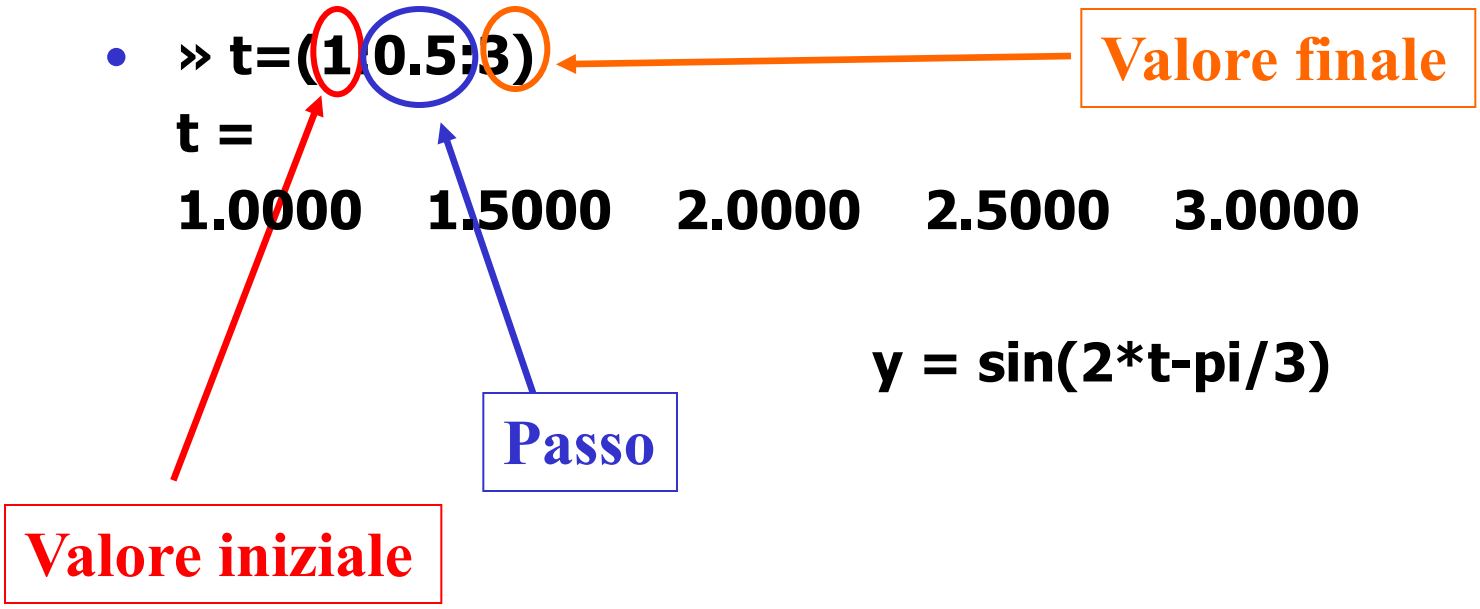
  t =

  0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10

- » t=(1:0.5:3)

  t =

  1.0000 1.5000 2.0000 2.5000 3.0000



y = sin(2*t-pi/3)

Definizione di vettori

- Come matrici riga o colonna:

```
» v = [ 3 6 1 7 ]
v =
   3    6    1    7
```

```
» b = [1;2;3;4;5;6]

b =

   1
   2
   3
   4
   5
   6
```

Risoluzione di un problema matriciale

- Si vuole risolvere il problema $Ax = b$
  - con A matrice quadrata, invertibile $x = A^{-1}b$
  - e se A non invertibile? Soluzione «ai minimi quadrati»
  - In MATLAB

```
A = [1 2; 3 4]
b = [5;6]
x = A\b
```

Definizione di polinomi

- Polinomi: sono rappresentati come vettori
  Es.:

```
» pol = [ 3 2 1 ]
pol =
     3     2     1
```

$$p(z) = 3z^2 + 2z + 1$$

Operazioni sui polinomi

- Calcolo delle radici ⇒ ***roots***

```
» roots( pol )
ans =
  -0.3333 + 0.4714i
  -0.3333 - 0.4714i
```

- Valutazione in un punto ⇒ ***polyval***

```
» polyval( pol, 0 )
ans =
     1
```

Operazioni sui polinomi (2)

- Prodotto di polinomi ⇒ ***conv***

  Esempio:

$$(z+1)(z+1) = z^2 + 2z + 1$$

```
» pol1 = [ 1 1 ]; pol2 = [ 1 1 ];
» polprod = conv( pol1, pol2 )
polprod =
     1     2     1
```

Rappresentazione grafica

- Grafici 2D:
  - In **scala lineare** ⇒ ***plot***
    plot(x,y) traccia il grafico dei punti che hanno come ascisse (ordinate) gli elementi del vettore x (y).
  - In **scala semilogaritmica o logaritmica** ⇒ ***semilogx***, ***semilogy***, ***loglog***
    stessa sintassi di *plot*
  - Diagrammi **polari** ⇒ ***polar***

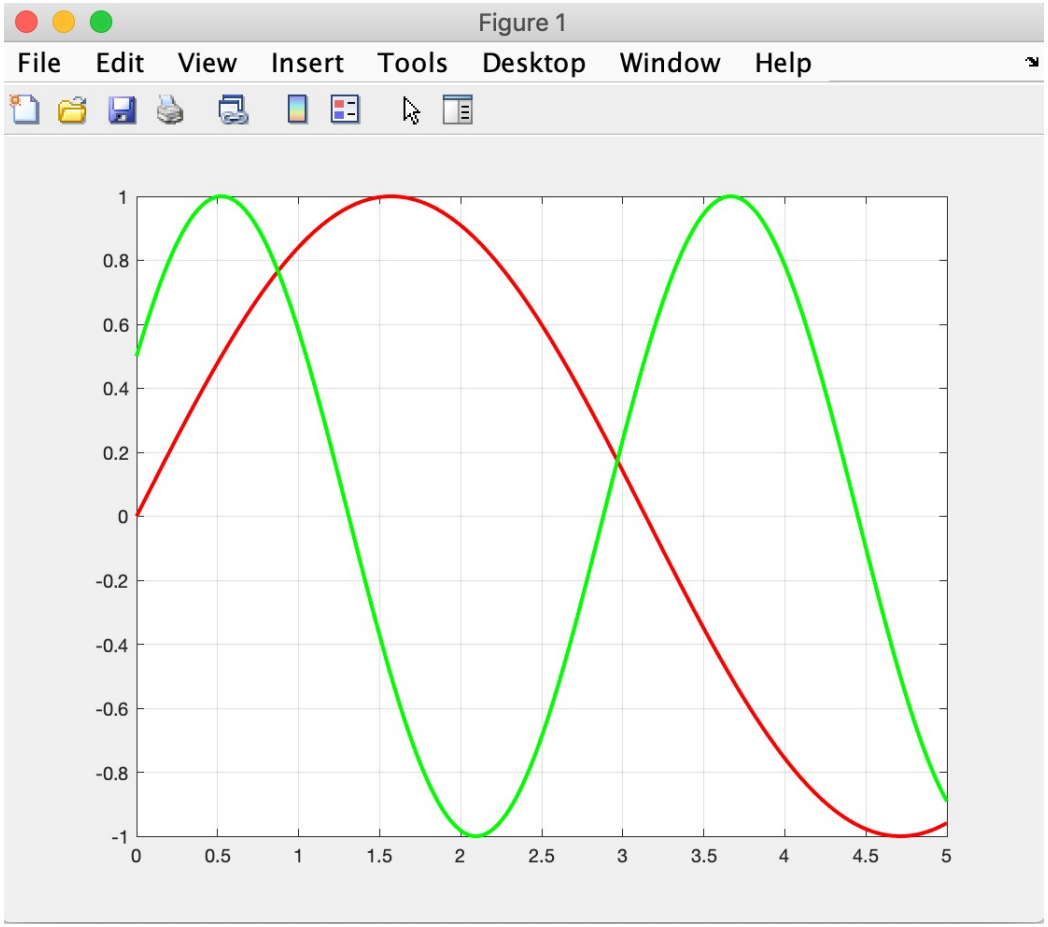
Rappresentazione grafica (2)

- Altre funzioni utili:
  - cambiamenti di scala ⇒ ***axis*([xmin,xmax,ymin,ymax])**
  - sovrapposizione di più grafici ⇒ ***hold***
  - aggiunta di griglia al grafico ⇒ ***grid***
  - titolo al grafico ed etichette agli assi ⇒ ***title('..'), xlabel('..'), ylabel('..')***
  - più grafici in una finestra ⇒ ***subplot***
  - inserimento di testo in una figura ⇒ ***gtext***

Esempio

- Grafici sovrapposti

```
» t=(0:0.01:5);
» y1=sin(t);
» y2=cos(2*t-pi/3);
» figure;
» plot(t,y1,'r',t,y2,'g');
» grid on;
```



Un tipo di dato "speciale": *cell array*

- Il tipo di dato "cell array" sta ad indicare che si vuole creare un oggetto di tipo **array** i cui **elementi** possono essere **di tipo diverso** (valori numerici, testo, altri tipi di dati).

- Operativamente, un dato di tipo "cell array" si crea in modo simile agli array "classici" in MATLAB, semplicemente sostituiendo ai delimitatori classici [ ] i delimitatori { }.

- Esempio: per creare un cell array 2-x-2

```
A = {[1 4 3; 0 5 8; 7 2 9], 'Paolino Paperino';3+7i, -pi:pi/4:pi};
```

Cenni alla programmazione in ambiente MATLAB

Operazioni con vettori, caratteri e testo

Cicli, operazioni e condizioni logiche

Funzioni e struttura di un programma in MATLAB

Operazioni sui vettori e matrici

- I vettori (e le matrici) possono essere manipolati in MATLAB non solo per estrarre parti di essi, ma anche per
  - Concatenare più vettori (matrici) assieme

```
» t1 = [1 :10];
» t2 = [ 20:-1:11];
» t3=[t1, t2];
```

  - Modificare le dimensioni di un vettore (matrice)

```
» help reshape
» t3bis = reshape(t3,2,10);
```

– Cancellare/sostituire elementi in un vettore (matrice)

```
» disp(t3bis);
» t3bis(:,4:6)=[];
» disp(t3bis);
» whos
```

```
» disp(t3bis)
» t3bis(1,4:6)=-3;
» whos
```

Operazioni su caratteri e testo

- Le stringhe di caratteri sono viste come particolari array in MATLAB, quindi su di esse possono essere applicate le operazioni di manipolazione sui vettori già descritte:

```
» t1 = 'A`
» t2 = 'BCDE`
» t3 = [t1,t2]
» t4 = [t3,' are the first 5 ';...
'characters in the alphabet.']
```

- A volte e' necessario convertire un numero in testo e viceversa: vedere le istruzioni **str2num**, **num2str**, **int2str** e simili.

Cicli, operazioni e condizioni logiche

- Operazioni cicliche:

```
for indice = inizio:passo:fine
    fai_qualcosa;
end
```

- Operazioni logiche, condizioni logiche elementari:
  - "vero" e "falso": **true = 1 false = 0**
  - Confronti logici:
    - **x == 2** x e' uguale a 2?
    - **x ~= 2** x NON e' uguale a 2?
    - **x > 2** x e' maggiore di 2?
    - **x < 2** x e' minore di 2?
    - **x >= 2** x e' maggiore oppure uguale a 2?
    - **x <= 2** x e' minore oppure uguale a 2?

- Attenzione a questo esempio:

```
» x = pi
x =
3.1416
```

Questo non e' un test, ma una assegnazione!

```
» x ~= 3, x ~= pi
ans =
1
ans =
0
```

Questi sono test logici.

Composizione di operazioni logiche

- Le operazioni logiche elementari si possono comporre con gli operatori logici “and”, “or”, “xor”, “not”:
  - And **&**
  - Or **|**
  - Xor **xor**
  - Not **~**

- Per una descrizione completa: **help relopt**

Cicli "while"

- La struttura del ciclo e' quella classica

while test logico

Comandi_da_eseguire mentre la condizione logica ha valore "true"

end

```
» S = 1; n = 1;
» while S+ (n+1)^2 < 100
    n = n+1; S = S + n^2;
  end
» [n, S]
```

“if” … “then” … “else” …

- La struttura è quella classica

```
if test_logico_1
   Comandi da eseguire se test1 e’ “true”
elseif test_logico_2
   Comandi da eseguire quando test2 e’ “true” ma
   test1 e’ “false”
…
end
```

Un esempio

- Si vuole risolvere l'equazione $x = \cos(x)$
- La trasformiamo in una successione e cerchiamo di trovar a quale valore converge la successione

$$x_n = \cos(x_{n-1}) \quad n \in \mathbf{N}$$

- Il tutto deve essere uno script MATLAB.

```
% risolvi x= cos(x)

% metodo 1
% spreca memoria, memorizza anche passi intermedi
tic % <-- a che serve? provare "help tic"
x = zeros(1,20); x(1) = pi/4;
n = 1; d = 1;
 while d > 0.001
    n = n+1; x(n) = cos(x(n-1));
    d = abs( x(n) - x(n-1) );
end
[n,x(n)]
toc % <-- a che serve? provare "help toc"
```

```
ans =

   14.0000    0.7388

Elapsed time is 0.007740 seconds.
```

```
% risolvi x= cos(x)

% metodo 2
% migliore memorizza solo l'ultimo dato
tic
 xold = pi/4; n = 1; d = 1;
 while d > 0.001 & n < 20
    n = n+1; xnew = cos(xold);
    d = abs( xnew - xold );
    xold = xnew;
end
[n, xnew, d]
toc
```

```
ans =

  14.0000    0.7388    0.0007

Elapsed time is 0.005321 seconds.
```

MATLAB function

- Un m-file è una MATLAB function **se e solo se** la prima riga del file contiene il seguente testo

  – **function** [elenco variabili in uscita] =
  nome_della_funzione (elenco variabili in ingresso)

- Non è necessario terminare il file con una parola-chiave: normalmente una funzione termina quando viene raggiunta l'ultima riga di istruzioni nel M-file che la descrive (che può essere una dichiarazione **end)**
- Si può forzare la terminazione in qualunque punto utilizzando l' istruzione "**return**" (vedere **help return**)

Alcuni esempi

- Calcolo dell'area di un triangolo qualsiasi:
  - Vale la formula $$A = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$$
  $$s = \frac{a+b+c}{2}$$
  - con a,b,c, lunghezze dei lati del triangolo.

- La funzione allora (nella sua versione più semplice) avrà 3 parametri in ingresso ed 1 solo parametro in uscita

```
function [A] = evalArea(a,b,c)
% Compute the area of a triangle whose
% sides have length a, b and c.
% Inputs:
%     a,b,c: Lengths of sides
% Output:
%     A: area of triangle
% Usage:
%     Area = evalArea(2,3,4);
% Written by XXX, MM/DD/YY.
s = (a+b+c)/2;
A = sqrt(s*(s-a)*(s-b)*(s-c));
end % function
%%%%%%%%% end of area %%%%%%%%%%
```

- Provare a creare il file "evalArea.m" e poi a scrivere il comando "**help evalArea**" nella Command Window di MATLAB.

- Utilizzo della funzione
  - Assegnando una variabile in uscita

```
» Area = evalArea(10,15,20)
Area =
72.6184
```

  - non assegnando la variabile d'uscita

```
» evalArea(10,15,20)
ans =
72.6184
```

Un esempio: i numeri di Fibonacci

- Calcolare la sequenza:

$$f_n = f_{n-1} + f_{n-2} \quad n = 3, 4, 5 \ldots$$

- Calcolare il valore a cui tende il rapporto tra due termini successivi al crescere dell' indice

$$\frac{f_{n-1}}{f_n} = ?$$

- Condizioni iniziali

$$f(1) = 0 \qquad f(2) = 1$$

```
F(1) = 0; F(2) = 1;
% inizializzazione
for i = 3:20
    F(i) = F(i-1) + F(i-2);
end
% calcolo della sequenza

% grafici
Hp = plot(1:19, F(1:19)./F(2:20), '-o' );
hold on, xlabel('n')
plot([0 20], (sqrt(5)-1)/2*[1,1],'--')
legend([Hp], 'rapporto dei termini  f_{n-1}/f_n');
```

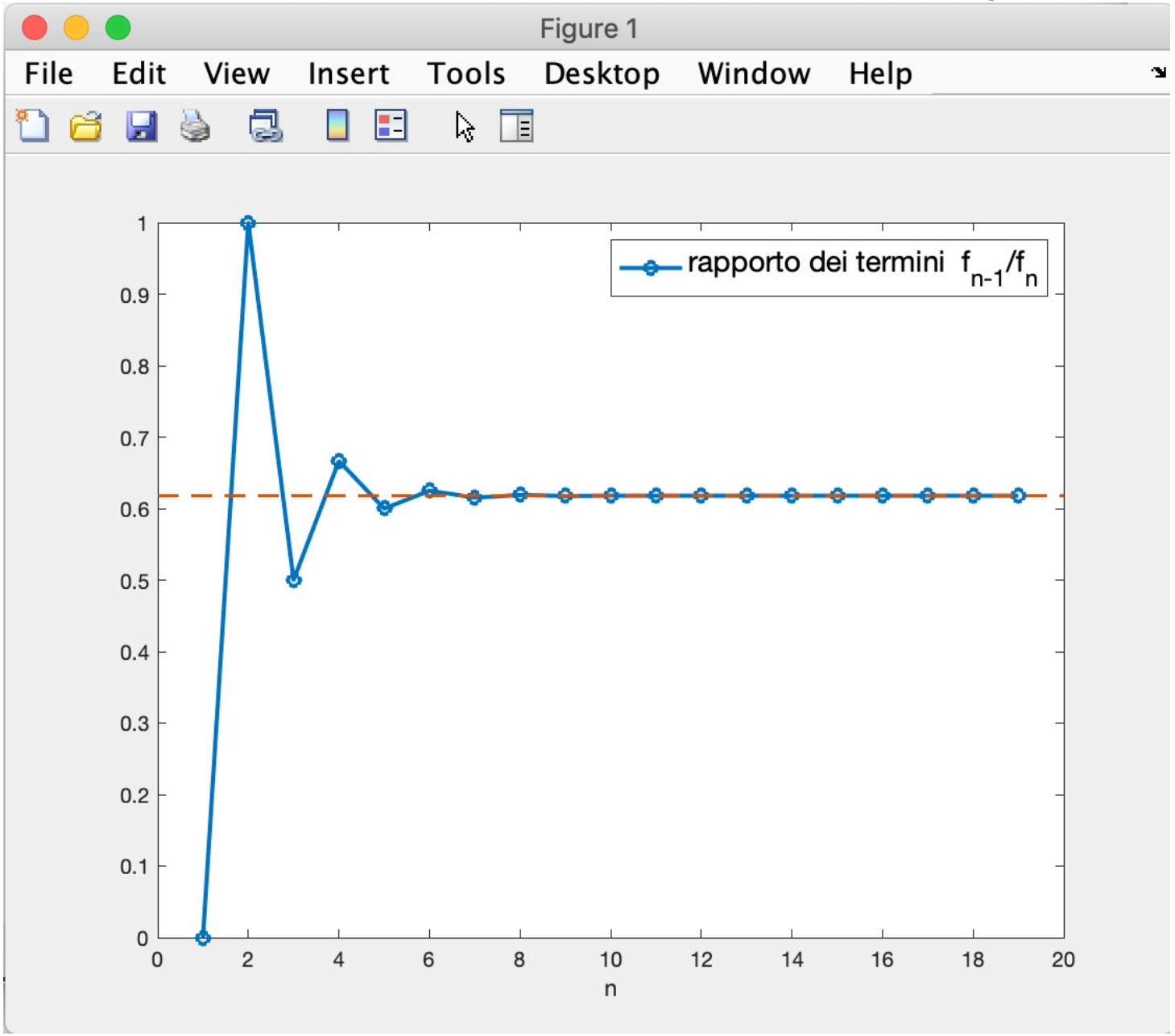


Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
rapporto dei termini f_{n-1}/f_n
1
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0 2 4 6 8 10 12 14 16 18 20
n

Programmazione in MATLAB: suggerimenti

Well-written programs are better than badly-written ones -- they have fewer errors and are easier to debug and to modify -- so it is important to think about style from the beginning.

Brian W. Kernighan and Rob Pike,
The Practice of Programming
Addison-Wesley, Inc., 1999.

- Alcuni suggerimenti e linee guida per ottenere codice comprensibile, facile da manutenere ed efficiente:
  - MATLAB Style Guidelines 2.0 forniscono indicazioni a proposito di nomi di variabili, funzioni e sullo stile di programmazione
  - Guidelines for writing clean and fast code in MATLAB consigliano come ottenere codice comprensibile ed efficiente
  - Programming style guidelines buone pratiche di programmazione (di ambito generale) portate in ambiente MATLAB

Analisi e simulazione di sistemi dinamici LTI in ambiente MATLAB

Definizioni
Proprietà

Sistemi dinamici lineari

- Un sistema dinamico **lineare tempo-invariante (LTI system)** può essere descritto:
  - in forma di **equazioni di stato**, assegnando le **matrici A,B,C,D**

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu \\ y = Cx + Du \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) \\ y(k) = Cx(k) + Du(k) \end{cases}$$

Sistemi dinamici lineari (...)

- Un sistema dinamico **lineare tempo-invariante (LTI system)** può essere descritto:
  - in forma di **matrice di funzioni di trasferimento**
    - mediante i **polinomi a numeratore e denominatore** delle funzioni di trasferimento

$$H(s) = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots a_0}$$

$$H(z) = \frac{b_m z^m + b_{m-1} z^{m-1} + \dots b_0}{a_n z^n + a_{n-1} z^{n-1} + \dots a_0}$$

Sistemi dinamici lineari (…)

- Un sistema dinamico **lineare tempo-invariante (LTI system)** può essere descritto:
  - in forma di **matrice di funzioni di trasferimento**
    - assegnando **zeri, poli e guadagno** delle funzioni di trasferimento

$$H(s) = K \frac{\prod_q (s + z_q)}{\prod_r (s + p_r)}$$

$$H(z) = K \frac{\prod_q (z + z_q)}{\prod_r (z + p_r)}$$

Sistemi dinamici lineari (…)

- Nell'ambiente MATLAB è possibile definire un sistema dinamico lineare tempo-invariante come ***oggetto*** **di tipo LTI model** a partire da qualsiasi di queste descrizioni (ne esistono anche altre, ma non le analizziamo [si veda il comando **ltimodels**]).

Sistemi dinamici lineari (…)

- Utilizzando questi oggetti di tipo **LTI model** è possibile **analizzare le proprietà** del sistema dinamico corrispondente (stabilità ecc.) ed è possibile **simulare l'evoluzione nel tempo** del sistema dinamico, con condizioni iniziali ed ingressi assegnati.

Sistemi lineari LTI SISO

- Nella descrizione dei comandi MATLAB e negli esempi consideriamo soltanto **sistemi SISO.**

Sistemi lineari SISO: dalle equazioni di stato

- partendo dalle **equazioni di stato**

  - definire le matrici **A,B,C,D** nel **workspace**;
  - definire il sistema mediante il comando ***ss***

  - **sintassi** del comando **ss**
    - ***SYS = ss(A,B,C,D)*** crea un sistema dinamico a tempo continuo
    - ***SYS = ss(A,B,C,D,Ts)*** crea un sistema dinamico a tempo discreto, con intervallo di campionamento specificato da Ts [s].
    - Ponendo **Ts** pari a **-1**, si lascia non specificato l'intervallo di campionamento associato al sistema.

Esempi (1)

- Definizione del sistema dinamico a tempo continuo:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -x_2 + 3u \\ \dot{x}_2 = -3x_1 + 2x_2 \\ y = 4x_1 + 2u \end{cases}$$

```
» A = [ 0 -1;-3 2]; B = [3;0];
    C = [4 0];  D = 2;
» sistema = ss(A,B,C,D)
a =
     x1  x2
  x1   0  -1
  x2  -3   2
b =
     u1
  x1   3
  x2   0
c =
     x1  x2
  y1   4   0
d =
     u1
  y1   2
Continuous-time model.
```

Esempi (2)

- Definizione del sistema dinamico a tempo discreto:

$$\begin{cases} x_1(k+1) = -x_2(k) + 3u(k) \\ x_2(k+1) = -3x_1(k) + 2x_2(k) \\ y(k) = 4x_1(k) + 2u(k) \end{cases}$$

```
» A = [ 0 -1; -3  2]; B = [3;0];
    C = [4 0];  D = 2;

» sistema = ss(A,B,C,D,-1)
a =
     x1  x2
  x1   0  -1
  x2  -3   2
b =
     u1
  x1  3
  x2  0
c =
     x1  x2
  y1  4   0
d =
     u1
  y1  2
Sampling time: unspecified
Discrete-time model.
```

Sistemi lineari SISO: dalla FdT

- partendo dalla **funzione di trasferimento**

  – assegnare i coefficienti dei polinomi a numeratore e denominatore della fdt nel workspace (nel seguito vettori **NUM** e **DEN**);

  – definire il sistema mediante il comando ***tf***

  – **Sintassi** del comando ***tf***
    - ***SYS = tf(NUM,DEN)*** crea un sistema a tempo continuo
    - ***SYS = tf(NUM,DEN,Ts)*** crea un sistema a tempo discreto con intervallo di campionamento specificato da Ts [s].
    - Ponendo **Ts** pari a **-1**, si lascia non specificato l'intervallo di campionamento associato al sistema.

Esempi (3)

- Definizione del sistema tramite la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{s+1}{s^2+3s+16}$$

```
» num = [ 1 1 ]; den = [ 1 3 16 ];
» sistema = tf( num, den )
 Transfer function:
    s + 1
-------------
s^2 + 3 s + 16
```

Esempi (4)

- Definizione del sistema tramite la funzione di trasferimento

$$G(z) = \frac{z+1}{z^2+3z+16}$$

```
» num = [ 1 1 ]; den = [ 1 3 16 ];
» sistema = tf( num, den,-1 )
 Transfer function:
   z + 1
-------------
z^2 + 3 z + 16
```

Sistemi lineari SISO: dalla FdT (2)

- partendo dalla **funzione di trasferimento**
  - assegnare i vettori degli zeri, dei poli ed il guadagno del sistema nel workspace (nel seguito vettori **Z**, **P** e **K**);
  - definire il sistema mediante il comando ***zpk***.
  - **Sintassi** del comando ***zpk***
    - ***SYS = zpk(Z,P,K)*** crea un sistema a tempo continuo
    - ***SYS = zpk(Z,P,K,Ts)*** crea un sistema a tempo discreto con intervallo di campionamento specificato da Ts [s].
    - Ponendo **Ts** pari a **-1**, si lascia non specificato l'intervallo di campionamento associato al sistema.

Esempi (5)

- Definizione del sistema tramite la funzione di trasferimento

$$G(s) = -5\frac{s-1}{s+1}$$

```
» Z = [ 1 ]; P = [ -1]; K = [-5]
» sistema = zpk( Z,P,K )
» Zero/pole/gain:
          -5 (s-1)
          --------
          (s+1)
```

Esempi (6)

- Definizione del sistema tramite la funzione di trasferimento

$$G(z) = -5\frac{z-1}{z+1}$$

```
» Z = [ 1]; P = [ -1]; K = [-5]
» sistema =zpk( Z, P, K ,-1)
 Zero/pole/gain:
-5 (z-1)
--------
(z+1)
Sampling time: unspecified
```

Sintassi alternativa del comando tf

- È possibile definire le FdT ”elementari” a tempo continuo ed a tempo discreto

$$G(s) = s \qquad \text{>> s = tf('s');}$$

$$T(z) = z \qquad \text{>> z=tf('z',-1);}$$

ed utilizzarle come "mattoni elementari” nella scrittura delle espressioni delle effetive FdT

- Nel caso di sistemi LTI SISO a tempo continuo

$$G(s) = e^{-2s}\frac{s+1}{s^2+3s+2}$$

```
s=tf('s');
Gs = exp(-2*s) *
(s+1)/(s^2+3*s+2)
```

```
Gs =
                  s + 1
  exp(-2*s) * ------------
              s^2 + 3 s + 2

Continuous-time transfer function.
```

- Nel caso di sistemi LTI SISO a tempo discreto

$$H(z) = z^{-3}\frac{(z+1.0)(z+0.4)}{(z-1)(z+0.8)}$$

```
z = tf('z',-1);
Hz = z^(-3)*
(z+1)*(z+0.4)/(z-1)/
(z+0.8)
```

```
Hz =
      z^2 + 1.4 z + 0.4
  ----------------------
  z^5 - 0.2 z^4 - 0.8 z^3

Sample time: unspecified
Discrete-time transfer function.
```

Simulazione in MATLAB di sistemi lineari

- Funzioni disponibili per la simulazione:
  - ***impulse*** $\Rightarrow$ simulazione risposta all' impulso;
  - ***step*** $\Rightarrow$ simulazione risposta a scalino;
  - ***initial*** $\Rightarrow$ simulazione movimento libero;
  - ***lsim*** $\Rightarrow$ simulazione con ingresso qualsiasi e stato iniziale qualsiasi.

Simulazione in MATLAB di sistemi lineari (2)

- Sintassi:

```
» [y,t]=step(sistema);
» [y,t]=step(sistema,t);
```

Vettore dei tempi

Vettore d'uscita

Vettore sequenza d'ingresso

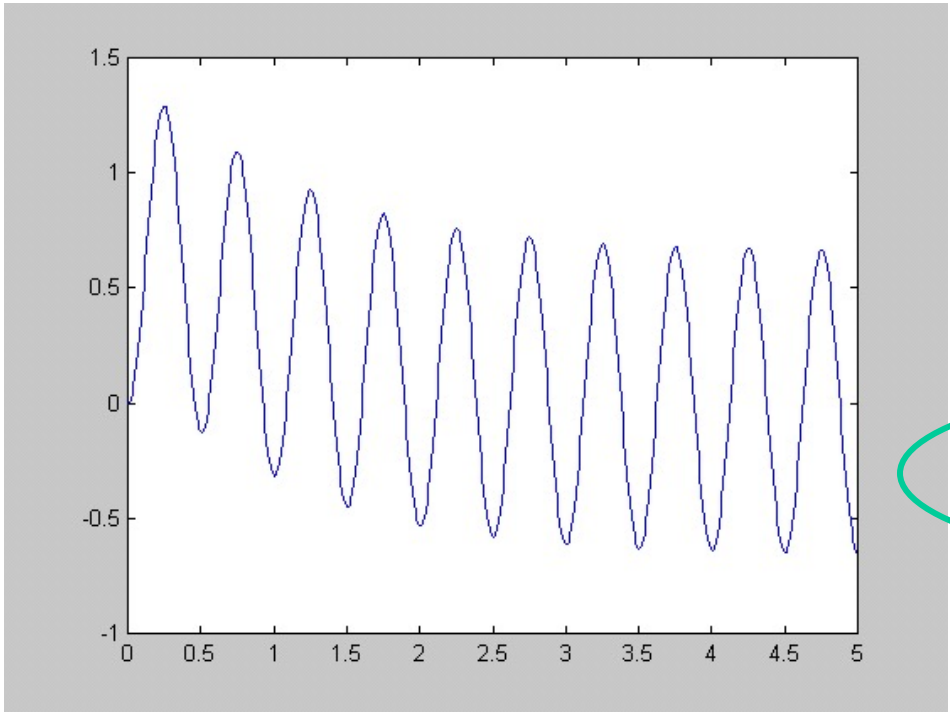
```
» [y,x]=lsim(sistema,u,t);
```

Vettore d'uscita

Vettore di stato

Vettore dei tempi

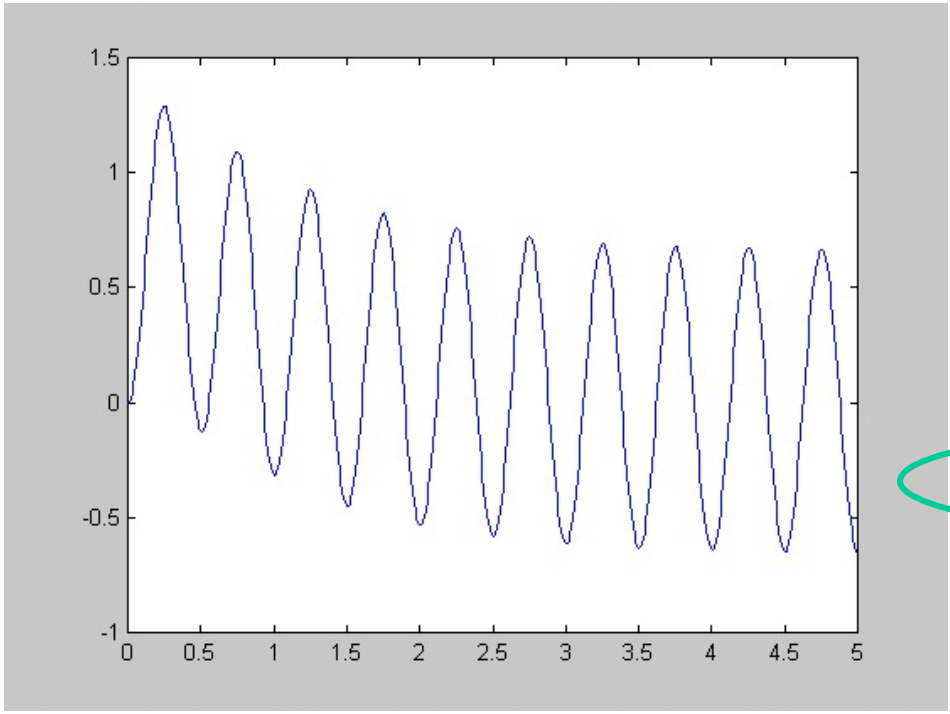
Esempio di utilizzo (1)




```
» a=[-1 ,0;3,-4];
» b=[2;1];c=[1,2];d=0;
» sistema=ss(a,b,c,d);
» t=(0:0.01:5);
» u=2*sin(2*pi*2*t);
» y=lsim(sistema,u,t);
» plot(t,y);
```

Il risultato della simulazione è stato assegnato ad una variabile e successivamente visualizzato in un grafico.

Esempio di utilizzo (2)




```
» a=[-1 ,0;3,-4];
» b=[2;1];c=[1,2];d=0;
» sistema=ss(a,b,c,d);
» t=(0:0.01:5);
» u=2*sin(2*pi*2*t);
» lsim(sistema,u,t);
```

Utilizzando le funzioni senza assegnare il risultato della simulazione a variabili d'uscita si ottiene direttamente il grafico dell'evoluzione temporale.

Esempi di utilizzo (3)

- Analisi della risposta allo scalino unitario:

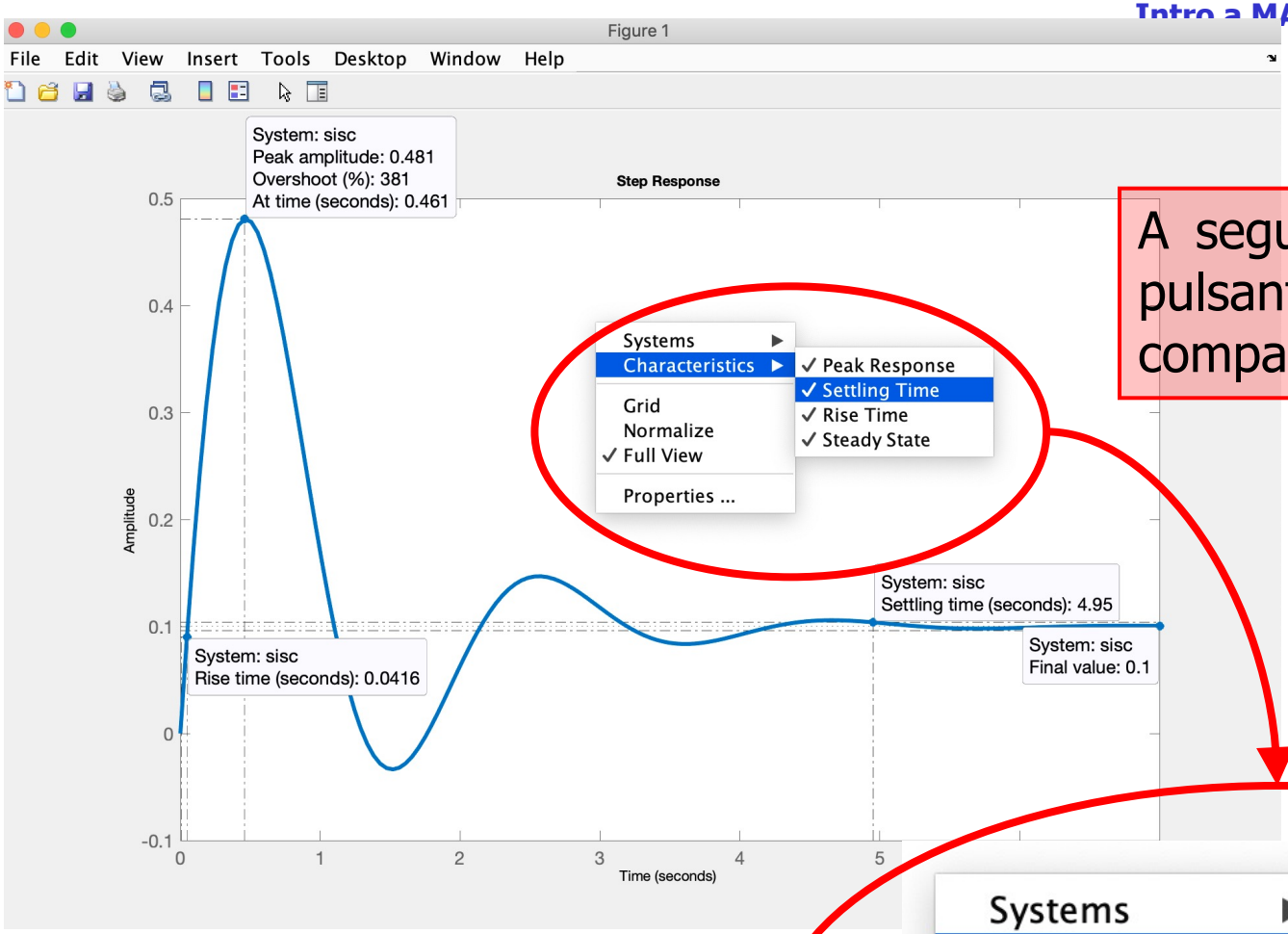
» step(sistema);

- Interagendo tramite il mouse nella finestra che visualizza l'andamento della risposta allo scalino è possibile ottenere informazioni relative a
  - Sovraelongazione della risposta
  - Valore di regime
  - Tempo di salita (*rise time*)
  - Tempo di assestamento (*settling time*)

Esempio: analisi della risposta allo scalino

- Esempi di simulazione della risposta allo scalino unitario per sistemi dinamici LTI a tempo continuo ed a tempo discreto:

```
» % sistema a tempo continuo
» sisc = tf([2 1],[1 2 10]);
»
» % sistema a tempo discreto
» sisd = tf([2 1],[1 0.2 0.5], 0.1);
»
» figure; step(sisc);
» figure;step(sisd);
```



A seguito di un "click" del pulsante destro del mouse compare un menu ...

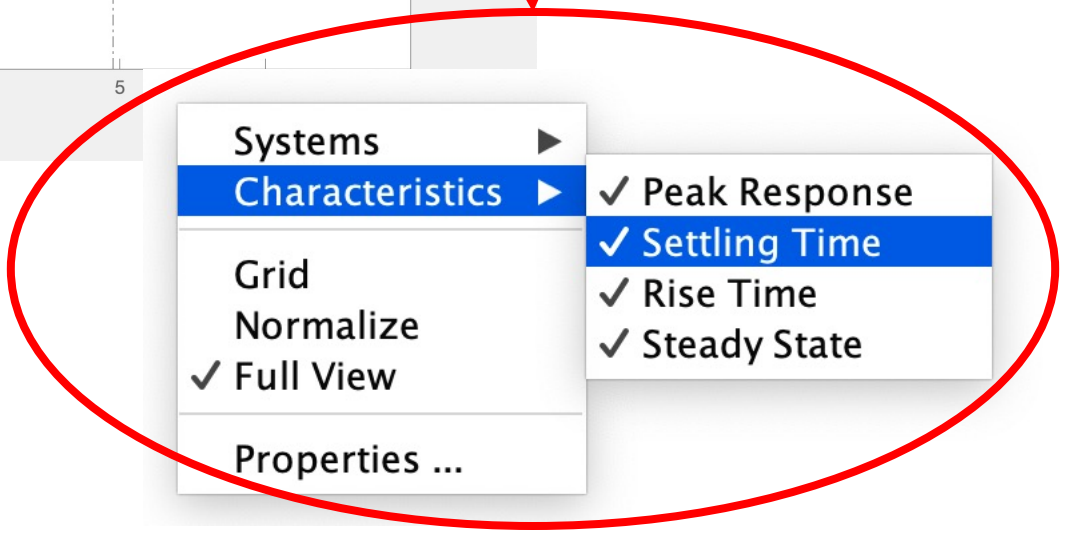
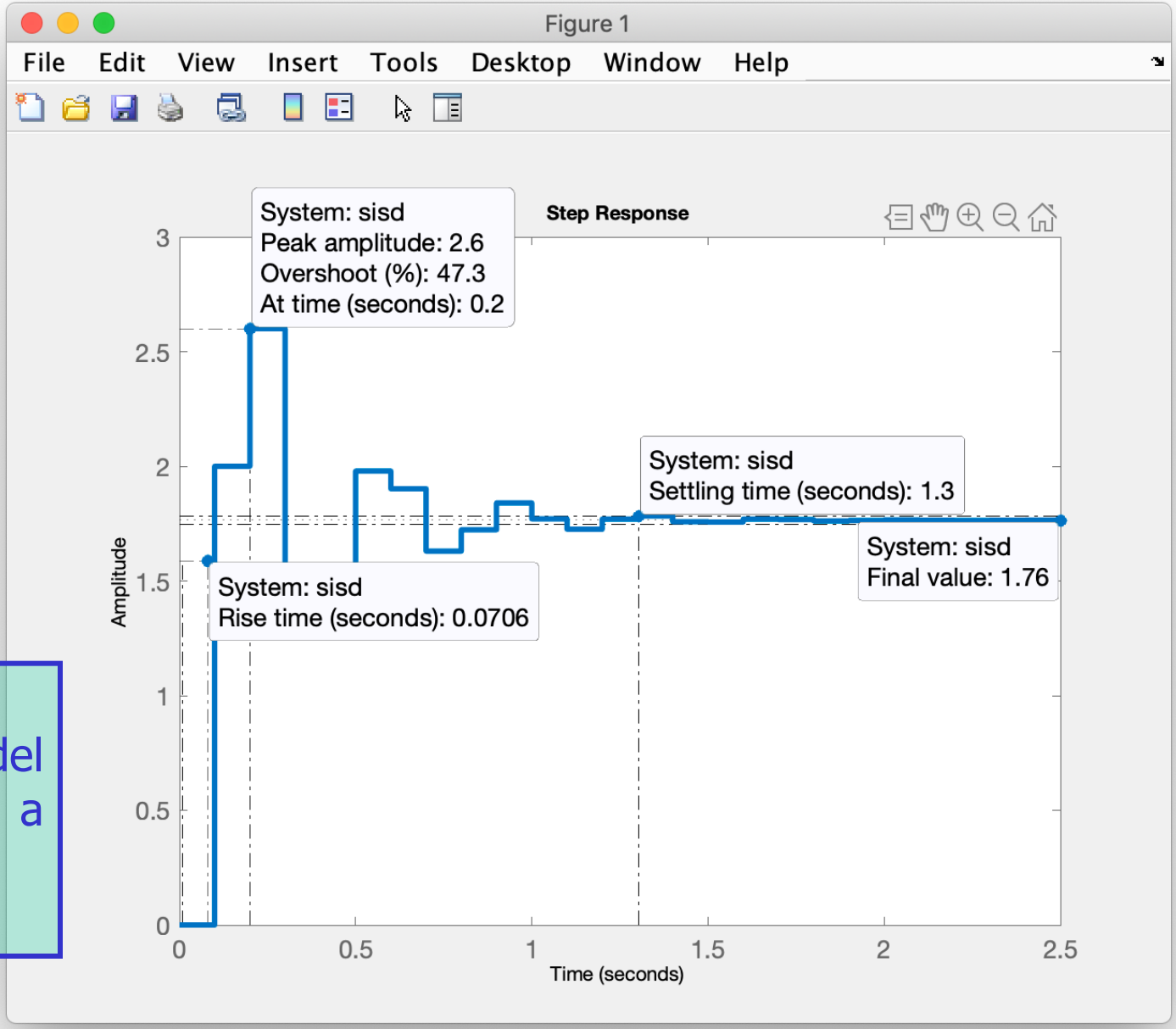



Figure 1
File Edit View Insert Tools Desktop Window Help
System: sisc
Peak amplitude: 0.481
Overshoot (%): 381
At time (seconds): 0.461
Step Response
Esempio: risposta del sistema a tempo continuo.
System: sisc
Settling time (seconds): 4.95
System: sisc
Final value: 0.1
System: sisc
Rise time (seconds): 0.0416
Amplitude
Time (seconds)
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
0
1
2
3
4
5
6
7



Esempio: risposta del sistema a tempo discreto.

Considerazioni riassuntive

- Come tutti i risultati di **operazioni di calcolo numerico**, anche i sistemi LTI, descritti con le istruzioni MATLAB viste, possono essere affetti da **errori** (errata o mancante cancellazione di termini nella FdT ecc. …).

- Consiglio: consultare la sezione "**Reliable Computations**" e l'argomento "**Choice of LTI Model**" nella documentazione del **Control Toolbox**.

Sistemi lineari interconnessi

Definizioni, proprietà, applicazioni

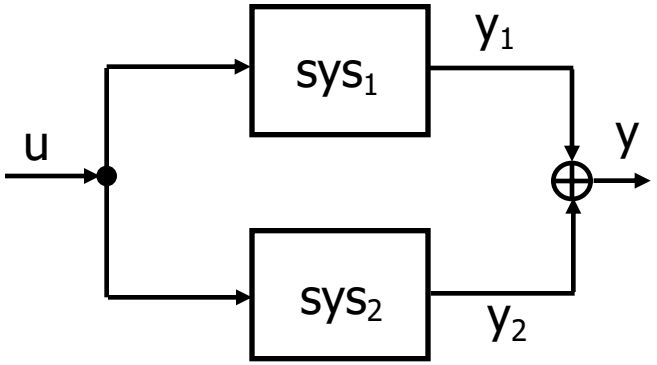
Interconnessione di sistemi

- Agli *oggetti* sistemi lineari si possono applicare i normali operatori **+**,*,**/**, **** con il seguente significato:
  - **+** connessione in **parallelo**;
  - ***** connessione in **serie**;
  - **/, ** usati per definire l'operazione di inversione (a sx, a dx) per **sistemi quadrati**.

Esempi di interconnessioni elementari

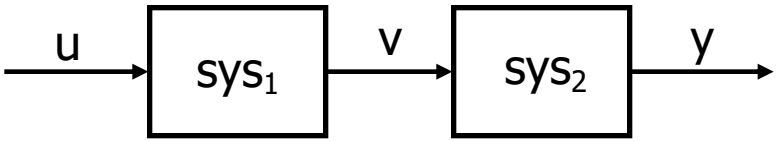
- **Connessione parallelo**

$$sys = sys_1 + sys_2$$



- **Connessione serie**

$$sys = sys_1 \cdot sys_2$$



Altri esempi di operazioni elementari

- **Inversione** (per sistemi quadrati)

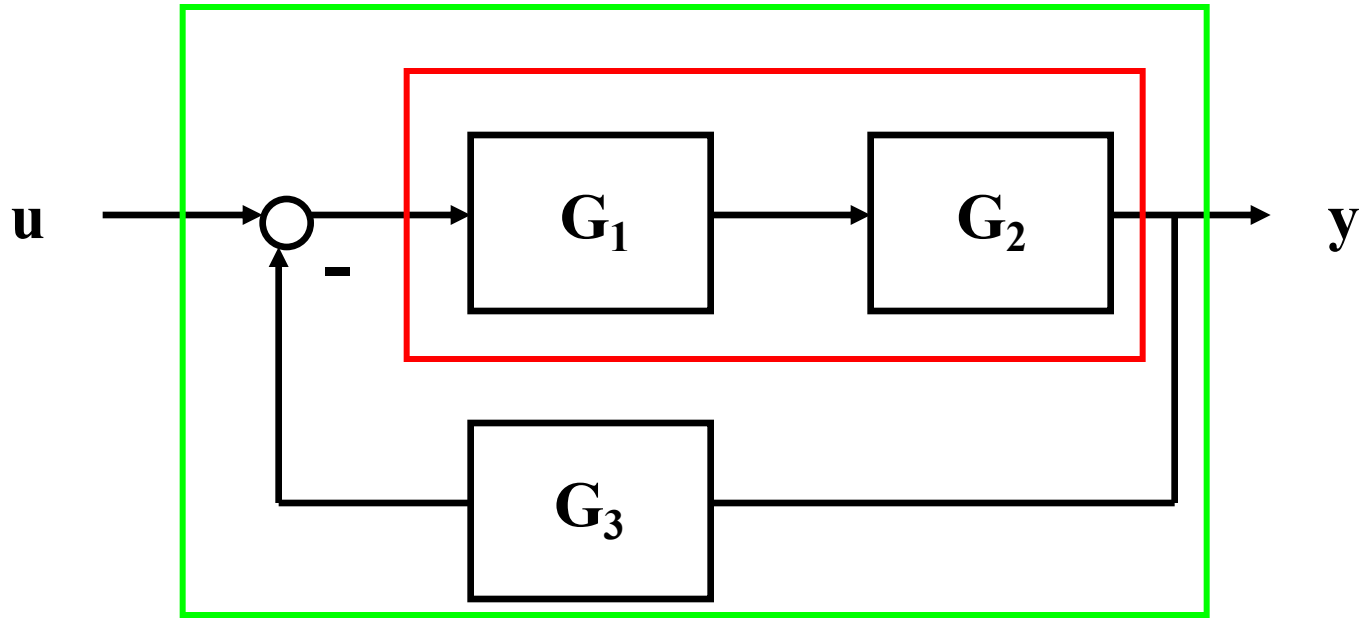
$$sys_1 \backslash sys_2 \quad \Leftrightarrow \quad inv(sys_1) \cdot sys_2$$

$$sys_1 / sys_2 \quad \Leftrightarrow \quad sys_1 \cdot inv(sys_2)$$

- **Trasposizione**

$$sys^T \Leftrightarrow sys.'$$

Esempio di connessione



andata = g1*g2; retroazione = andata/(1+andata*g3)

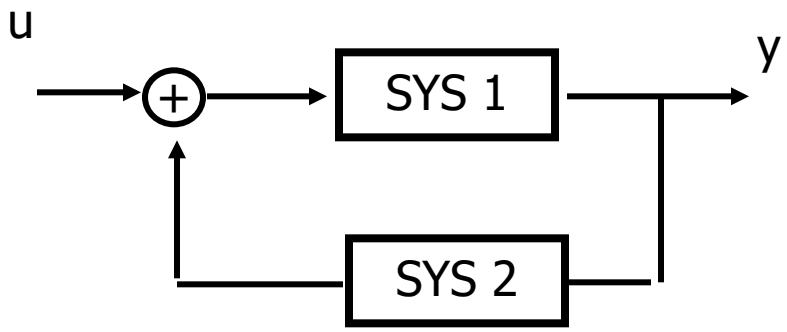
Interconnessioni tra sistemi

- Funzioni che permettono di descrivere interconnessioni tra sistemi dinamici:
  - concatenazione **,** (orizz.) **;** (vert.)
  - connessione diagonale a blocchi **append**
  - connessione parallelo di due blocchi **parallel**
  - connessione serie di due blocchi **series**
  - connessione in retroazione **feedback**
  - connessione generica **connect**

Sintassi del comando feedback

Sintassi semplice del comando

SYS = feedback(SYS1,SYS2) fornisce il sistema LTI corrispondente al semplice ciclo di reazione seguente

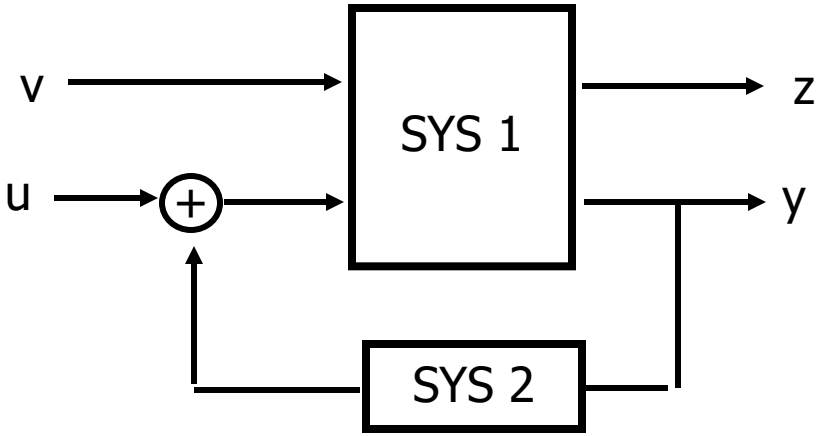


Si presuppone che sia uno schema a **retroazione negativa**. Nel caso in cui si voglia una retroazione positiva, va specificato nel comando

SYS = feedback(SYS1,SYS2,+1).

Sintassi completa

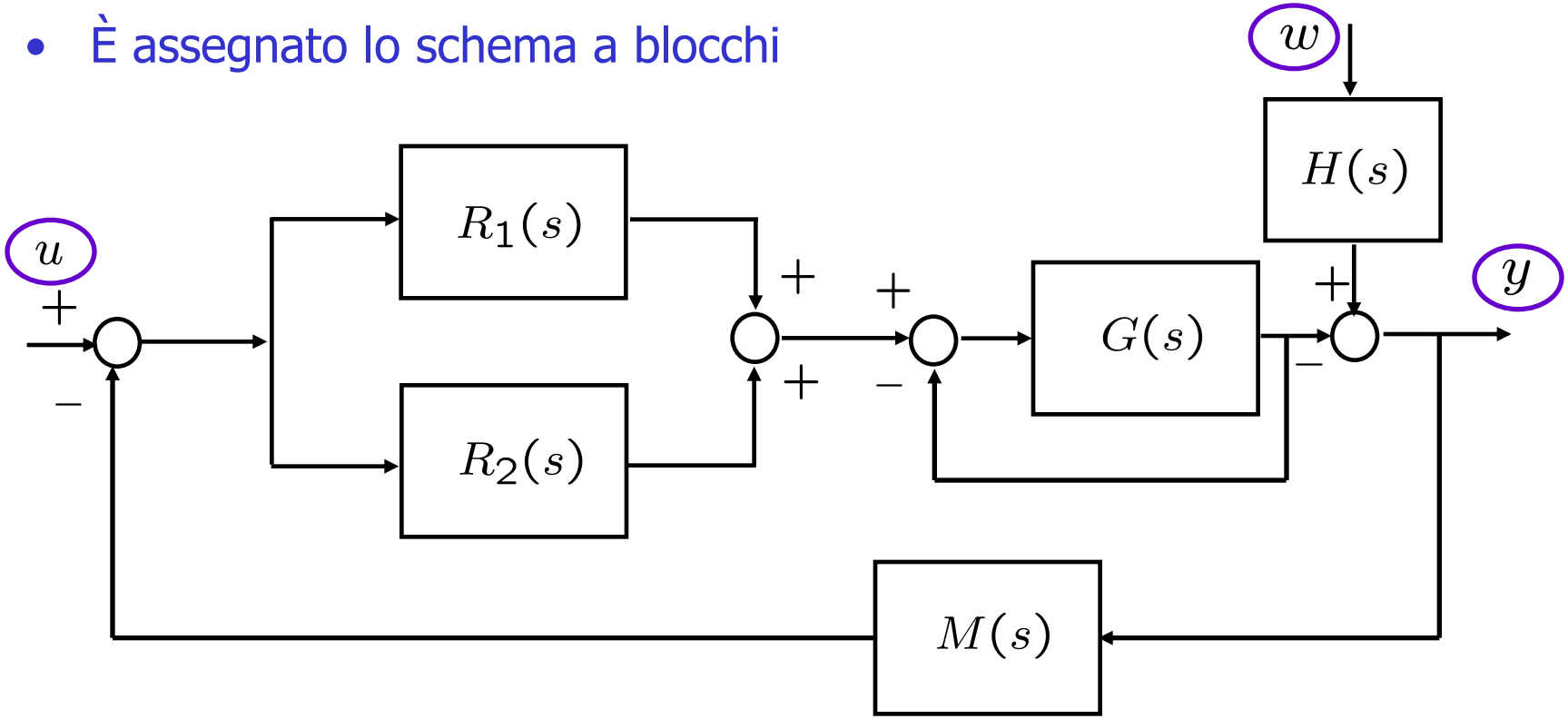
SYS = feedback(SYS1,SYS2,FEEDIN,FEEDOUT,SIGN) fornisce il sistema LTI corrispondente alla struttura:



I vettori **FEEDIN** e **FEEDOUT** contengono rispettivamente gli indici degli ingressi e delle uscite del sistema SYS1 coinvolti nella retroazione. La variabile **SIGN** indica se si tratta di retroazione positiva (**SIGN** pari a +1) oppure negativa (**SIGN** pari a –1 oppure non assegnato).

Un esempio

- È assegnato lo schema a blocchi



- Determinare le FdT tra gli ingressi u, w e l'uscita y (cfr. Parte 5)

- Come FdT dei vari blocchi elementari consideriamo le seguenti

$$R_1(s) = \frac{3}{2} \cdot \frac{1+10s}{1+\frac{s}{25}} \qquad R_2(s) = \frac{49}{2} \cdot \frac{s+2}{s(s+10)}$$

$$G(s) = \frac{90.0}{s^2+8.2s+36.0} \qquad H(s) = \frac{1+s}{1+\frac{s}{50}}$$

$$M(s) = 125\frac{s+2}{(s+10)(s+25)}$$

- Dall'analisi svolta in *Parte 5* (#20-21) del materiale del corso sappiamo che le FdT cercate hanno le espressioni

$$F_1(s) = \frac{Y(s)}{U(s)} = \frac{-[R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}}{1 - [R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}M(s)}$$

$$F_2(s) = \frac{Y(s)}{W(s)} = \frac{H(s)}{1 - [R_1(s) + R_2(s)]\dfrac{G(s)}{1+G(s)}M(s)}$$

- Ed in MATLAB? Come fare ad ottenere le due FdT cercate?

```
s = tf('s');
% definisco le FdT dei blocchi elementari
R1s = (3/2)*(1+10*s)/(1+s/25);
R2s = (49/2)*(s+2)/s/(s+10);
Gs = 90/(s^2+8.2*s+36.0);
Hs = (1+s)/(1+s/50);
Ms = 125 * (s+2)/(s+10)/(s+25);
% ---------------------------------------

% costruisco alcune FdT intermedie,
% utili nei calcoli
R1R2 = R1s + R2s;
% parallelo dei blocchi R1s ed R2s
FG = feedback(Gs,1,-1);
% Gs chiusa in semplice loop di reazione
R1R2FG = R1R2 * FG;
% serie dei blocchi appena determinati

% -------------- calcolo le FdT finali ------------
F1s = -R1R2FG / (1 - R1R2FG * Ms);

F2s = Hs/ (1 - R1R2FG * Ms);
% ---------------------------------------------
```

Attenzione! Il comando tf non esegue alcuna semplificazione per cancellazione zero/polo!

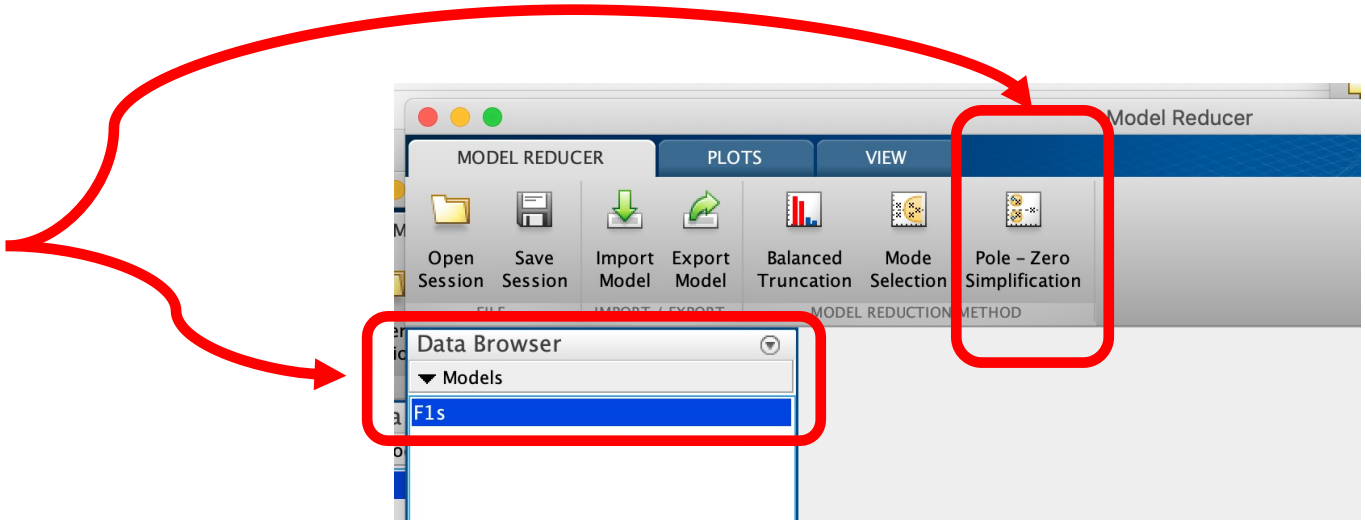
```
>> zpk(F1s)

ans =

  -33750 s (s+25)^2 (s+10)^2 (s+9.92) (s^2 + 0.2454s + 0.3293)
                                      (s^2 + 8.2s + 126)

  ----------------------------------------------------------

      s (s-139.2) (s+25) (s+10) (s+9.92) (s+2.058)
              (s^2 + 0.1524s + 0.3216) (s^2 + 8.2s + 126)
                                  (s^2 + 205.3s + 3.017e04)
```

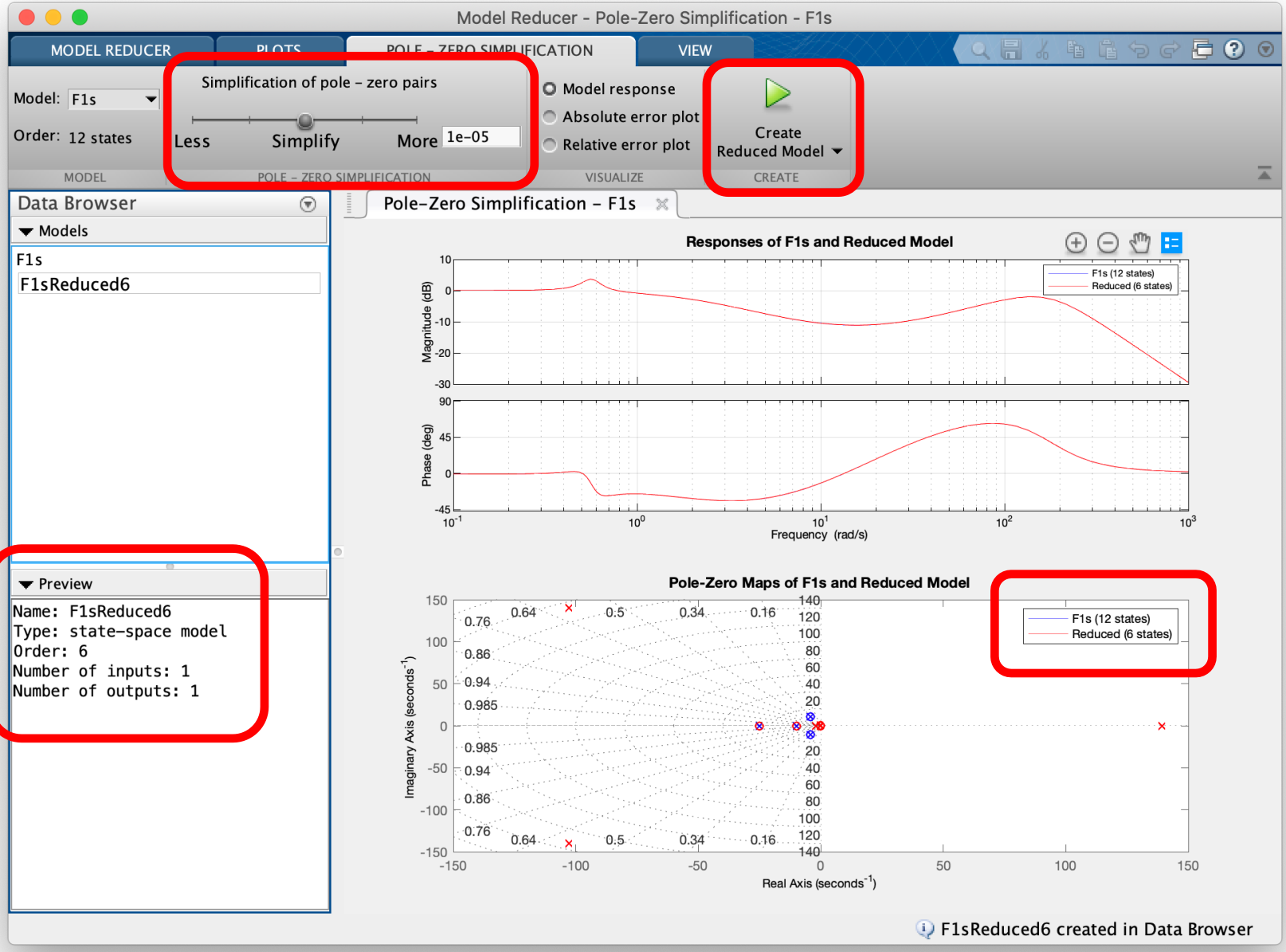
- Come fare per eseguire le cancellazioni?

Model Reducer App

- Permette di
  - ridurre l'ordine di un sistema, determinando modelli approssimati di ordine ridotto (cfr. concetto di "poli dominanti") [NB non approfondiamo!]
  - eseguire **semplificazioni tra zeri e poli**

```
>> modelReducer(F1s)
```




Model Reducer - Pole-Zero Simplification - F1s
MODEL REDUCER
PLOTS
POLE - ZERO SIMPLIFICATION
VIEW
Model: F1s
Order: 12 states
Simplification of pole - zero pairs
Less
Simplify
More
1e-05
Model response
Absolute error plot
Relative error plot
Create Reduced Model
MODEL
POLE - ZERO SIMPLIFICATION
VISUALIZE
CREATE
Data Browser
Models
F1s
F1sReduced6
Preview
Name: F1sReduced6
Type: state-space model
Order: 6
Number of inputs: 1
Number of outputs: 1
Pole-Zero Simplification - F1s
Responses of F1s and Reduced Model
F1s (12 states)
Reduced (6 states)
Magnitude (dB)
Phase (deg)
Frequency (rad/s)
Pole-Zero Maps of F1s and Reduced Model
Imaginary Axis (seconds^-1)
Real Axis (seconds^-1)
F1sReduced6 created in Data Browser

```
zpk(F1sReduced6)

ans =

                -33750 (s+25) (s+10) (s^2 + 0.2454s + 0.3293)

  ------------------------------------------------------------------------

  (s-139.2) (s+2.058) (s^2 + 0.1524s + 0.3216) (s^2 + 205.3s + 3.017e04)
```

Analisi della risposta in frequenza

Risposta in frequenza per sistemi LTI a tempo continuo

- **risposta in frequenza** per un sistema LTI asintoticamente stabile a tempo continuo

$$F(\omega) = G(s)|_{s=j\omega}$$

dove $G(s)$ è la fdt del sistema.

Risposta in frequenza per sistemi LTI a tempo discreto

- **risposta in frequenza** per un sistema LTI asintoticamente stabile a tempo discreto

$$F(\vartheta) = G(z)\big|_{z=e^{j\vartheta}}$$

dove $G(z)$ è la fdt del sistema.

Grafici della risposta in frequenza

- Comandi MATLAB
  - **bode** : rappresentazione della risposta in frequenza tramite **diagrammi di Bode**
  - **nyquist** : rappresentazione della risposta in frequenza tramite **diagramma polare / diagramma di Nyquist**

Calcolo ed analisi della risposta in frequenza

- Comandi MATLAB
  - **freqresp** : **calcolo** di valori della risposta in frequenza di un sistema dinamico;
  - **ltiview** : strumento interattivo che permette **l' analisi** delle risposte nel tempo ed in frequenza di sistemi dinamici LTI.

Sintassi dei comandi (1)

- Sintassi generale dei comandi ***bode***, ***nyquist***:

  - ***comando(SYS)*** crea il diagramma voluto della risposta in frequenza del sistema ***SYS***, creato tramite le istruzioni ***ss***,***tf***,***zpk***. L'intervallo di frequenza ed il numero di punti utilizzati per i diagrammi sono scelti in modo automatico.

  - ***comando(SYS,{WMIN,WMAX})*** crea il diagramma per le frequenze comprese tra **WMIN** and **WMAX** [rad/s].

Sintassi dei comandi (2)

- ***comando(SYS, W)*** utilizza il vettore **W** specificato dall'utente come vettore delle frequenze (in *rad/s*) per le quali determinare la risposta in frequenza.

- ***[a,b]=comando(SYS,...)*** non visualizza alcun grafico, ma restituisce valori della risposta in frequenza, utilizzabili per tracciare successivamente il diagramma voluto.

  - ***[m,f]=bode(...)*** restituisce modulo e fase (in gradi)
  - ***[r,i]=nyquist(...)*** restituisce parte reale ed immaginaria dei punti della risposta in frequenza

Sintassi dei comandi (3)

- Per sistemi LTI *a tempo discreto* con periodo di campionamento $\mathbf{T_s}$ viene utilizzata la relazione

$$z = e^{j\Omega T_s}$$

per mappare la circonferenza unitaria con centro l'origine (in *z*) tramite la pulsazione Ω [rad/s] e la pulsazione massima che compare nei grafici è pari a

$$\Omega_{\text{max}} = \frac{\pi}{T_s} = \Omega_N = \frac{\Omega_S}{2}$$

Se $\mathbf{T_s}$ non è assegnato, viene assunto un periodo di campionamento pari ad ***1 s***.

Sintassi dei comandi (4)

- Calcolo della risposta in frequenza

  – ***H = freqresp(SISTEMA, W)*** calcola la risposta in frequenza ***H*** del sistema dinamico LTI descritto da ***SISTEMA*** in corrispondenza delle pulsazioni assegnate nel vettore ***W***. Queste pulsazioni sono espresse in *rad/s*.

  H è un array di valori complessi.

Sintassi dei comandi (5)

- Analisi nel tempo e in frequenza di un sistema LTI

  - ***ltiview(SISTEMA)*** apre una finestra grafica interattiva, nella quale viene visualizzata, come scelta predefinita, la risposta al gradino unitario di ***SISTEMA***, ma permette di analizzare sia l'evoluzione temporale che la risposta in frequenza di ***SISTEMA***.

Sintassi dei comandi (6)

- ***ltiview(grafico, SISTEMA)*** specifica quale grafico debba venire visualizzato. In particolare grafico può essere una delle seguenti espressioni (oppure una combinazione di esse)

  - ***'step'*** risposta al gradino unitario
  - ***'impulse'*** risposta all' impulso unitario
  - ***'bode'*** diagrammi di Bode
  - ***'bodemag'*** diagramma di Bode del modulo
  - ***'nyquist'*** diagramma di Nyquist
  - ***'pzmap'*** mappa poli/zeri
  - altro ancora (si veda la sintassi completa del comando ...)

Esempi: diagrammi di Bode

```
» num=conv([1 0 4],[1 0 4]);
» den=[1 1 4 1 0 0];
» fdt=tf(num,den);
» figure;bode(fdt)
```

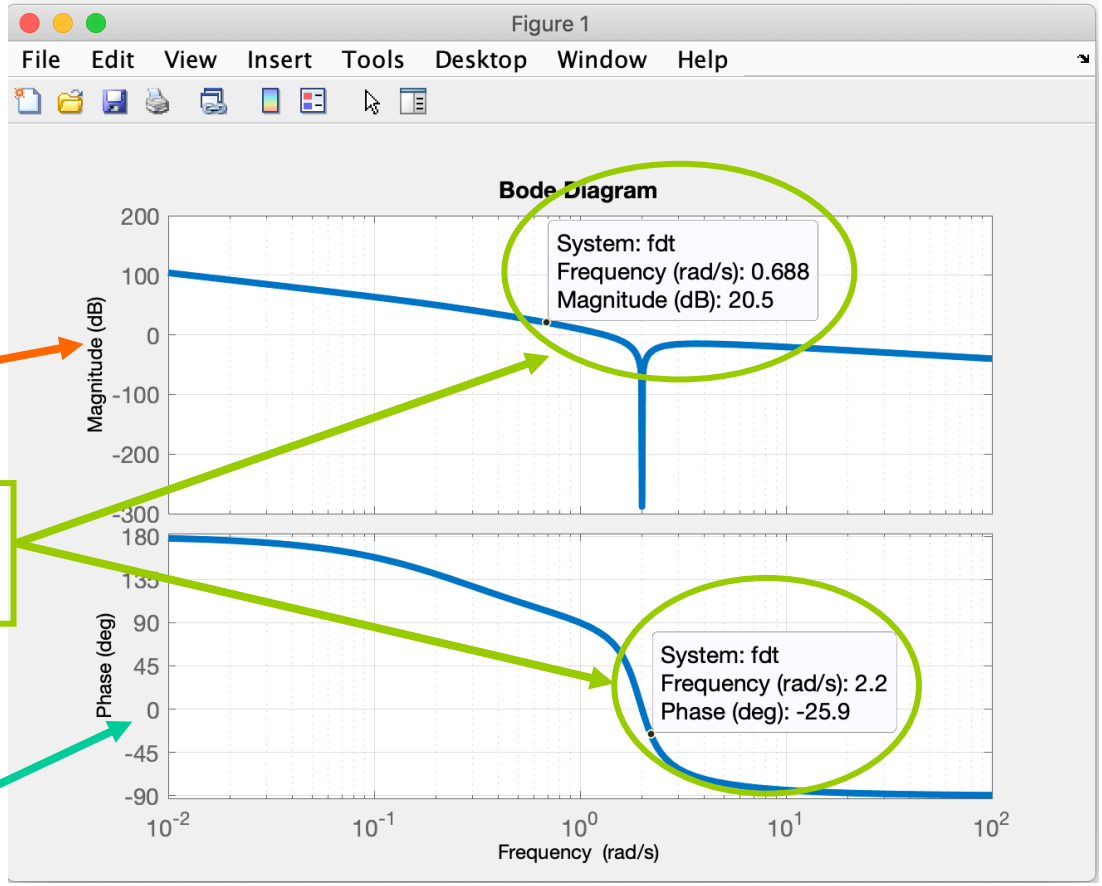


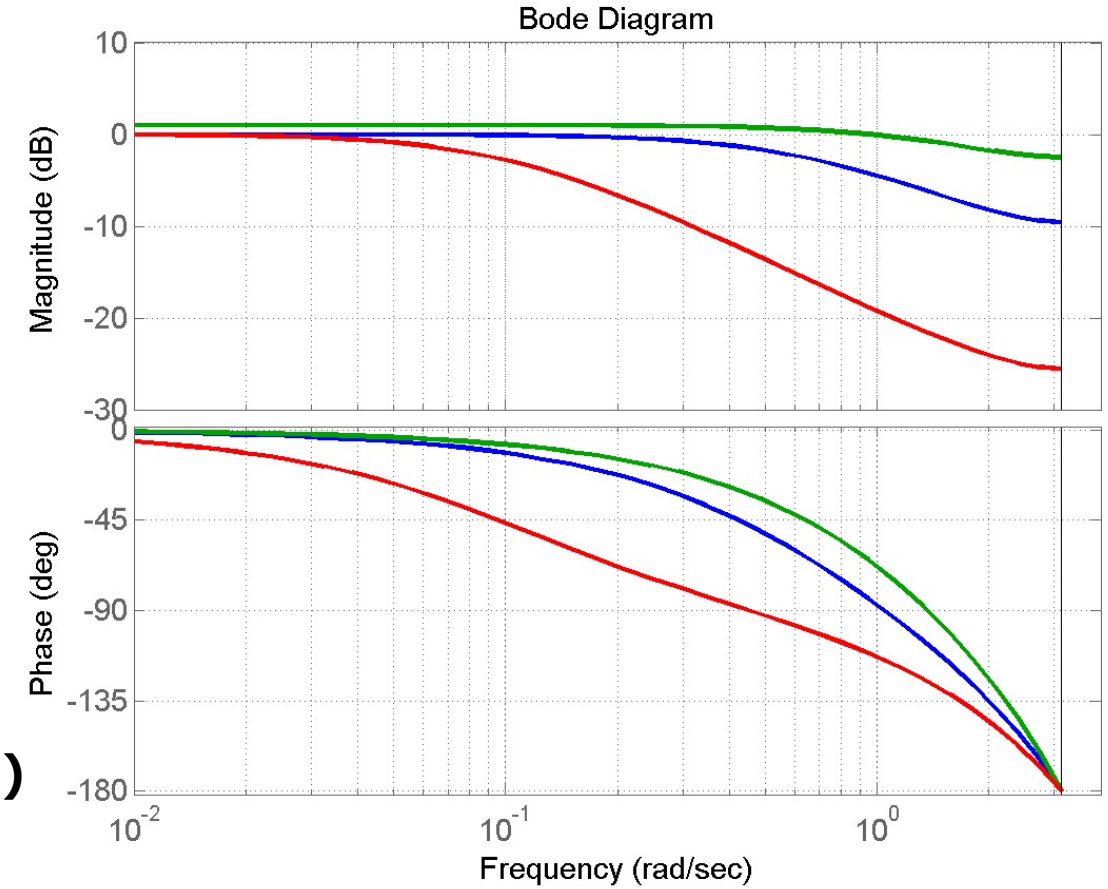
Diagramma del modulo

Esplorazione del diagramma con il mouse (pulsante sx premuto)

Diagramma della fase

Esempi: diagrammi di Bode

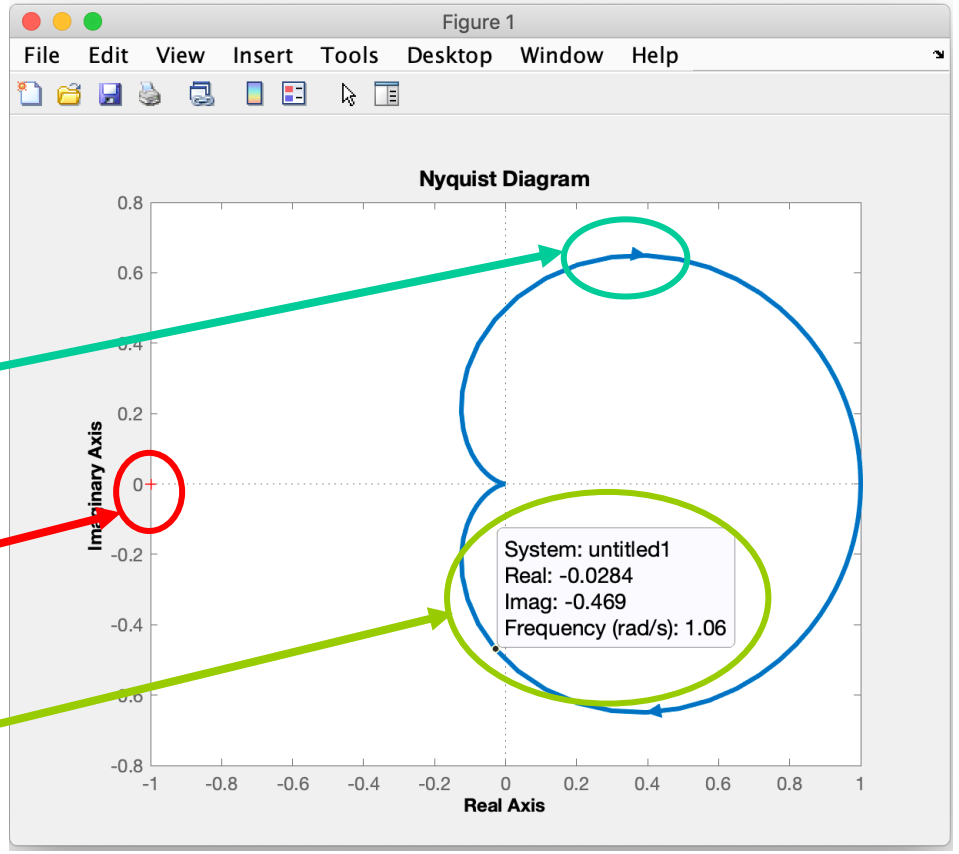
```
» num = [0.5]
» den=[1 -0.5];
» fdt1=tf(num,den,-1);
» num = [0.9]
» den=[1 -0.2];
» fdt2=tf(num,den,-1);
» num = [0.1]
» den=[1 -0.9];
» fdt3=tf(num,den,-1);
» figure;bode(fdt1,fdt2,fdt3)
```



Diagrammi di Bode per sistemi LTI a tempo discreto

Esempi: diagrammi di Nyquist

```
» num1=1
» den1=[1 2 1]
» figure;
» nyquist(tf(num1,den1))
```



Verso di percorrenza sul diagramma

In evidenza il punto –1+j0

Esplorazione del diagramma con il mouse (pulsante sx premuto)

Diagramma di Nyquist COMPLETO

Diagrammi di Nyquist: casi particolari

- **Attenzione!** Il comando ***nyquist(sistema)*** traccia il diagramma completo di Nyquist della risposta in frequenza del sistema in esame.

- Ciò può portare ad una ***visualizzazione non ottimale*** dell'andamento del diagramma in condizioni particolari.

- In tal caso il diagramma va visualizzato scegliendo opportunamente l'intervallo di pulsazioni d'interesse. **NON approfondiamo**: si rimanda ai manuali del software per ulteriori dettagli!

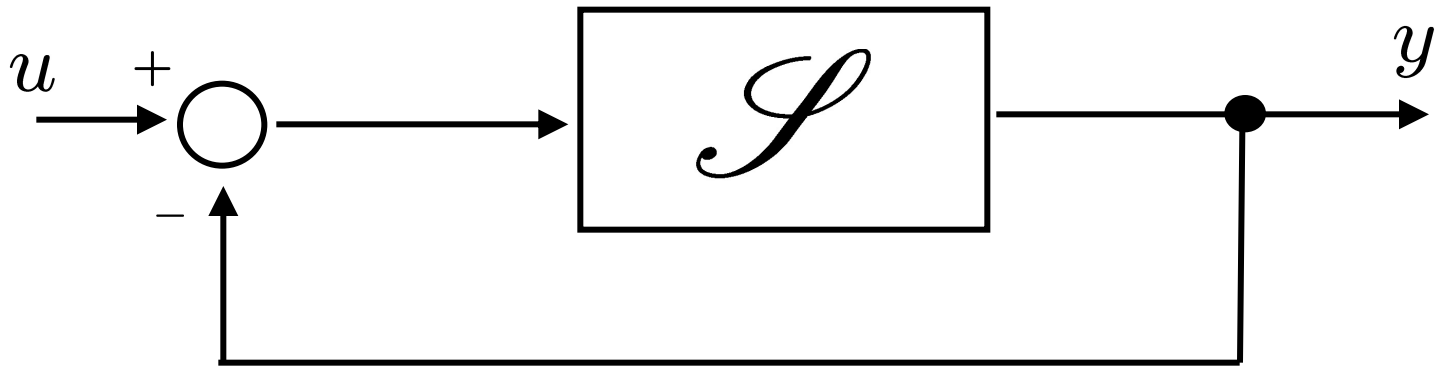
Diagrammi di Nyquist: casi particolari

- nel caso di **sistema LTI a tempo continuo**
  - presenza di poli (semplici o multipli) nell'origine;
  - presenza di poli (semplici o multipli) immaginari puri;

- nel caso di **sistema LTI a tempo discreto**
  - Presenza di poli (semplici o multipli) complessi, di modulo unitario

Margini di guadagno e di fase

- Esiste un comando del Control Toolbox che permette di analizzare la stabilità a ciclo chiuso di un sistema LTI di tipo SISO determinando (anche visualizzando) i margini di guadagno e di fase del sistema di ciclo aperto.



Margini di guadagno e di fase

- Sintassi del comando ***margin*** :
- ***[Gm,Pm,Wcg,Wcp] = MARGIN(SYS)*** determina i margini di guadagno ***Gm***, di fase ***Pm***, le pulsazioni corrispondenti ***Wcg***, ***Wcp*** per il sistema a ciclo aperto SYS.
- ***SYS*** è un sistema LTI a tempo continuo oppure a tempo discreto.
- Il comando ***MARGIN(SYS)*** (usato senza richiedere variabili in uscita) visualizza il diagramma di Bode della risposta in frequenza del sistema a ciclo aperto SYS ed in esso visualizza i margini di stabilità e le corrispondenti pulsazioni.

Conversione da tempo—continuo a tempo—discreto in MATLAB

Come ottenere una rappresentazione a segnali campionati di un sistema dinamico a tempo continuo e viceversa.

Conversione da tempo continuo a tempo discreto in MATLAB

- Deve essere assegnato un **sistema dinamico a tempo continuo** come oggetto ***LTI system***
- Il sistema può essere descritto in uno qualsiasi dei modi a disposizione per gli oggetti LTI system: su base stato, su base FdT ecc.

- Il comando che esegue la conversione continuo ➡ discreto è il comando ***c2d***

- ***c2d*** è una funzione che fa parte del pacchetto "***Control Toolbox***".

Sintatti parziale del comando *c2d*

- ***SYSD = c2d(SYSC, Ts, METHOD)***: il sistema a tempo continuo ***SYSC*** viene convertito nel sistema a segnali campionati ***SYSD***, con periodo di campionamento ***Ts***.

- ***METHOD*** identifica il metodo di conversione da utilizzare
  - ***'zoh'*** : conversione con ZOH in ingresso o "invarianza della risposta allo scalino". È il metodo predefinito. È tecnica esatta, ma **NON l'abbiamo analizzata** nel corso.
  - ***'tustin'*** : metodo che fa uso della trasformazione di Tustin

- Per applicare la **discretizzazione approssimata con la tecnica BE**, si deve utilizzare la function ***c2dBE*** (disponibile nella sezione "Download" relativa al corso).

Sintassi completa del comando *c2d*

- Esistono ancora altri possibili metodi di discretizzazione, che non vengono però trattati nel corso di “Fondamenti di Automatica”.

- Si rimanda quindi alla documentazione del comando ***c2d*** ed alla bibliografia del corso per approfondimenti su tali metodi.

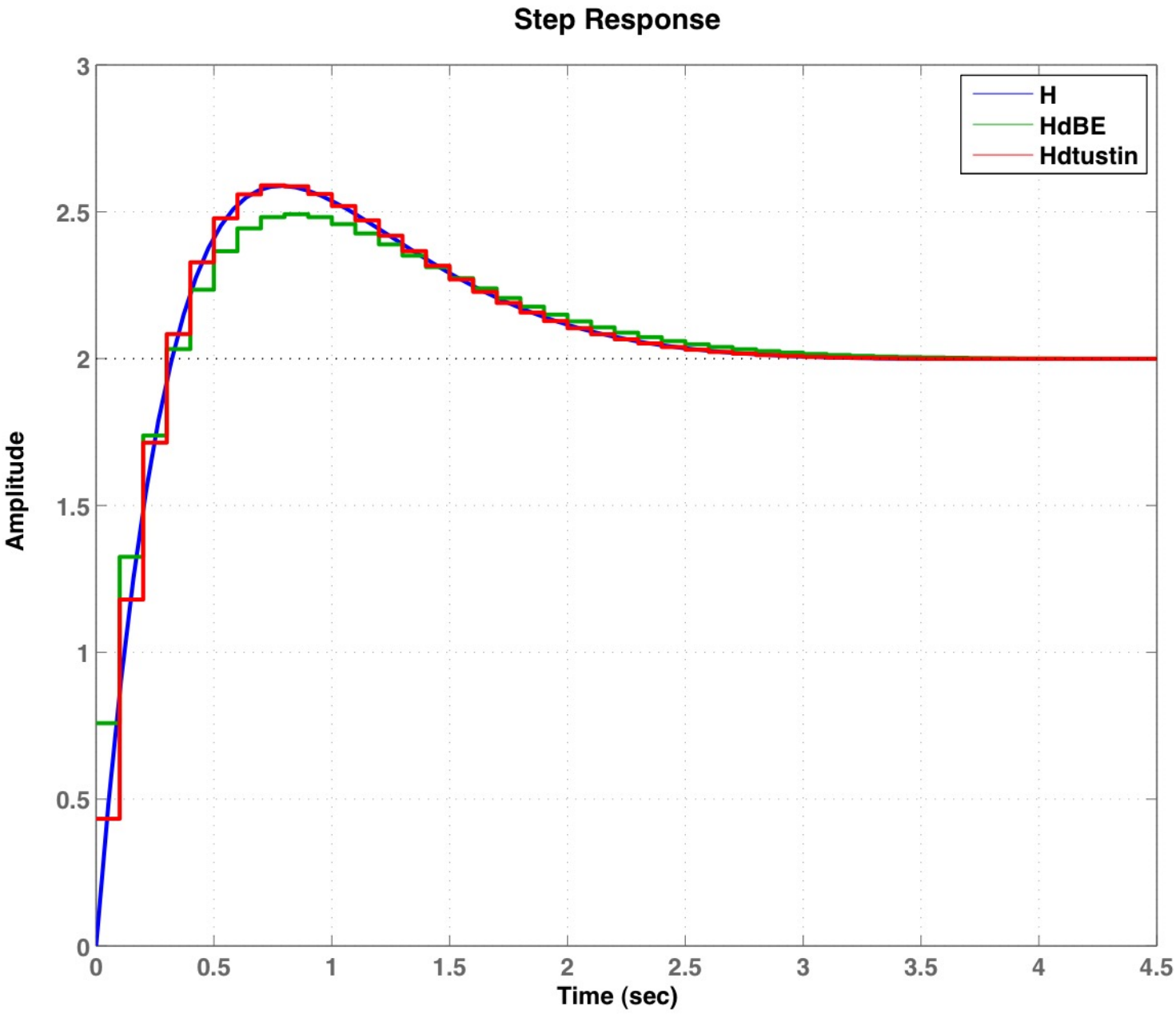
Esempio

```
» %  sistema LTI a tempo continuo
» H = 10*tf( [1  1], [1 4 5] );
»
» % periodo di campionamento: 0.1
» Ts = 0.1; % intervallo di campionamento

» [numBE denBE] = c2dBE([10  10], [1 4 5] ,Ts);
» HdBE = tf( numBE, denBE,Ts);
»  % discretizzato con la trasformazione BE

» Hdtustin = c2d( H, Ts,'tustin');
» % discretizzato con la trasformazione bilineare di Tustin
»
» Wc = 9.752; % pulsazione critica
» % e' la pulsazione in cui il sistema continuo ha margine di fase 108 deg
» % (si provi l'istruzione margin )
```

Esempio (continua …)

```
» % ora visualizzo la risposta allo scalino unitario del sistema originario
» % e del sistema a segnali campionati
» step( H, HdBE, Hdtustin);
»
» % ora invece confrontiamo la risposta in frequenza
» figure;bode(H ,HdBE, Hdtustin);
```

Risposta allo scalino



Risposta in frequenza: diagrammi di Bode