PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2009/2010

20 gennaio 2011

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐ **6 CFU** ☐ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -|x_1(t)|x_1(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) - \cos(x_2(t)) \\ y(t) = 2x_1(t) + x_1(t)u(t) \end{cases}$$

Domanda 1.1. Si determinino gli stati e le uscite di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso **costante** $\bar{u}(t) = 1, \forall\, t \geq 0$.

Domanda 1.2. Si determini l'espressione del sistema linearizzato in corrispondenza di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1

Domanda 1.3. Si analizzi la stabilità di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1.

Esercizio 2

Si consideri il sistema lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= -x_1(t) - x_3(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -2x_2(t) - \alpha x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) &= -x_2(t) - 2x_3(t) + u(t) \\ y(t) &= x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

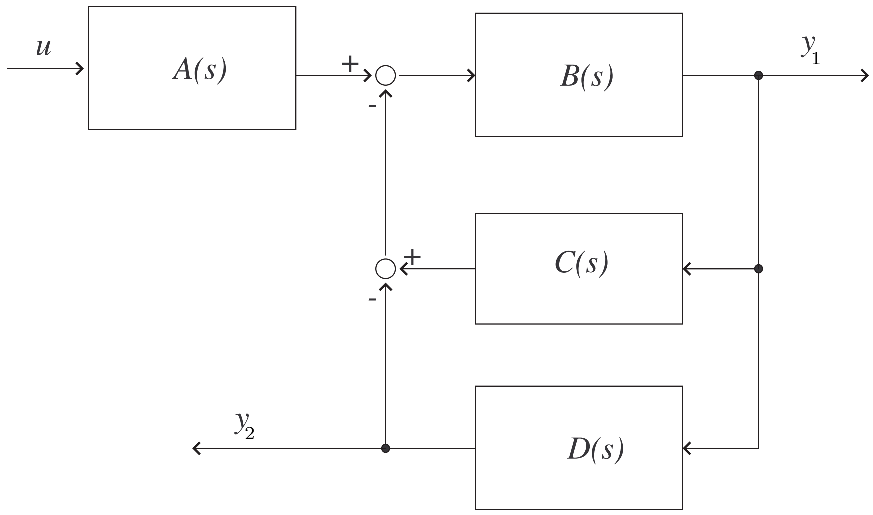
dove α è un numero reale.

Domanda 2.1. Si studi la stabilità del sistema al variare del parametro α.

Domanda 2.2. Si calcoli la funzione di trasferimento $F_u^y(s)$ fra l'ingresso u e l'uscita y, in funzione del parametro α.

Domanda 2.3. Si determinino i valori di α, fra quelli per cui il sistema è asintoticamente stabile, in corrispondenza dei quali la risposta impulsiva presenta oscillazioni smorzate aventi pulsazione $\omega > 3$ rad/s. Si assuma $x(0^-) = [0 \;\; 0 \;\; 0]^T$.

Esercizio 3



Con riferimento allo schema a blocchi illustrato in figura si risponda alle seguenti domande.

Domanda 3.1 Determinare l'espressione della funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y_1(t)$ in funzione delle singole funzioni di trasferimento associate a ciascun blocco.

Domanda 3.2 Determinare l'espressione della funzione di trasferimento tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y_2(t)$ in funzione delle singole funzioni di trasferimento associate a ciascun blocco.

Domanda 3.3. Nell'ipotesi in cui non si verifichino cancellazioni, stabilire se l'asintotica stabilità delle funzioni di trasferimento dei singoli blocchi implichi la stabilità della funzione di trasferimento $G(s)$ del sistema complessivo.

Esercizio 4

Domanda 4.1.

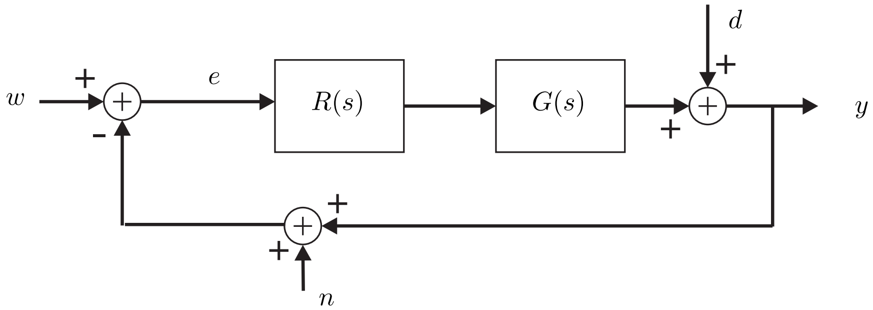
Si enunci il **criterio di Bode**.

Domanda 4.2.

Si forniscano due funzioni di trasferimento come **esempi** di sistemi dinamici lineari, tempo–invarianti, a tempo continuo, per i quali il **criterio di Bode** sia rispettivamente **applicabile** e **non applicabile**.

Esercizio 5

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = 12 \cdot \dfrac{1 + 2s}{(1 + 10s)\,(1 + s)}$.

Domanda 5.1. Ponendo $d(t) = 0$ e $n(t) = 0$ per ogni $t \geqslant 0$ e utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si usi la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ di tipo **PI** oppure **PID fisicamente realizzabile** tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- pulsazione critica ad anello aperto ω_c non inferiore a 5 rad/s ma non superiore a 20 rad/s;
- sovraleongazione nella risposta allo scalino unitario non superiore al 10%.

Domanda 5.2. Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente con il regolatore determinato nella risposta alla domanda precedente.
Si dica, **motivando le risposte**, se il regolatore trovato attenua o meno i seguenti disturbi:

1. disturbo $d(t)$ di tipo sinusoidale, pari a $d(t) = A\sin(\omega\, t)$, con $\omega \in [1,\ 2]$ rad/s;

2. disturbo $n(t)$ di tipo sinusoidale, pari a $n(t) = A\sin(\omega\, t)$, con $\omega \in [35,\ 60]$ rad/s;

3. disturbo $d(t)$ pari ad un segnale a gradino di ampiezza unitaria: $d(t) = 1(t)$;

4. disturbo $n(t)$ pari ad un segnale a gradino di ampiezza unitaria: $n(t) = 1(t)$;

PARTE 2:

Esercizio 6

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = 12\,\mu \cdot \frac{1+2s}{(1+10s)\,(1+s)}$$

Si vuole analizzare il comportamento del sistema quando venga chiuso un semplice ciclo di retroazione (negativa) eventualmente facendo variare la costante di guadagno di $G(s)$ ed aggiungendo zeri e/o poli alla $G(s)$.

Domanda 6.1.
Tracciare in maniera qualitativa il **luogo diretto** delle radici ($\mu > 0$) per la FdT $G(s)$, individuando analiticamente eventuali asintoti e verificando che per tale luogo non esistono punti critici.

Domanda 6.2

$$\hat{G}(s) = G(s) \cdot \frac{1 + \tau\, s}{1 + T\, s} \qquad \tau,\ T \geq 0$$

Si modifichi la funzione di trasferimento $G(s)$ aggiungendo un polo, oppure uno zero oppure entrambi, in modo che siano verificate entrambe le condizioni seguenti:

- il luogo delle radici della FdT $\hat{G}(s)$ possieda gli stessi asintoti del luogo delle radici della $G(s)$;
- il luogo delle radici della FdT $\hat{G}(s)$ contenga una circonferenza e quindi due punti critici;

Si determinino i punti critici del luogo della FdT $\hat{G}(s)$ ed anche i valori della costante di guadagno μ in corrispondenza di tali punti critici