PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2010/2011

6 giugno 2011

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐ **6 CFU** ☐ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_1(t) - f(x_2(t)) \\ \dot{x}_2(t) = -x_3(t) - |u(t)| \\ \dot{x}_3(t) = 3x_2(t) + [x_3(t)]^2 \\ y(t) = [x_1(t)]^2 + u(t) \end{cases}$$

Dove $f(x_2)$ è una funzione così definita:

$$f(x_2) = \begin{cases} -1 & \text{se} \quad x_2 \leq -\frac{1}{2} \\ 2x_2 & \text{se} \quad -\frac{1}{2} < x_2 \leq \frac{1}{2} \\ 1 & \text{se} \quad x_2 > \frac{1}{2} \end{cases}$$

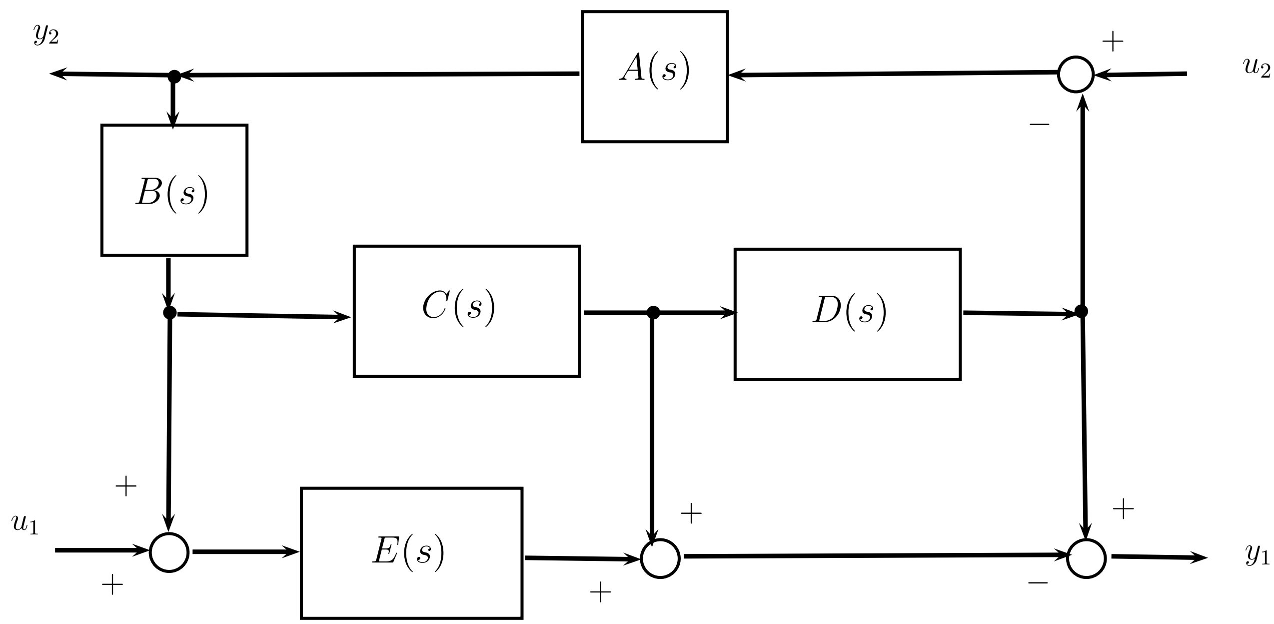
Domanda 1.1. Determinare gli stati e le uscite di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso **costante** $\bar{u}(t) = -1, \forall\, t \geq 0$.

Domanda 1.2. Determinare l'espressione del sistema linearizzato in corrispondenza di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1

Domanda 1.3. Analizzare la stabilità di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1.

Esercizio 2

Si consideri il sistema a tempo continuo descritto dallo schema a blocchi



dove le funzioni di trasferimento elementari $A(s)$, $B(s)$, $C(s)$, $D(s)$ sono generiche funzioni di trasferimento che descrivono sistemi dinamici lineari a tempo continuo.

Domanda 2.1

Si determini la funzione di trasferimento $T_{u_1}^{y_2}$ tra l'ingresso u_1 e l'uscita y_2.

Domanda 2.2 Si determini la funzione di trasferimento $T_{u_2}^{y_1}$ tra l'ingresso u_2 e l'uscita y_1.

Esercizio 3

In riferimento al sistema dinamico descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha x_1(t) \ + \ x_2(t) \ + u(t) \\ \dot{x}_2(t) = -x_1(t) \ + \ \alpha x_2(t) \\ y(t) = x_2(t) + 4u(t) \end{cases}$$

Domanda 3.1. Analizzare la stabilità del sistema al variare del numero reale α

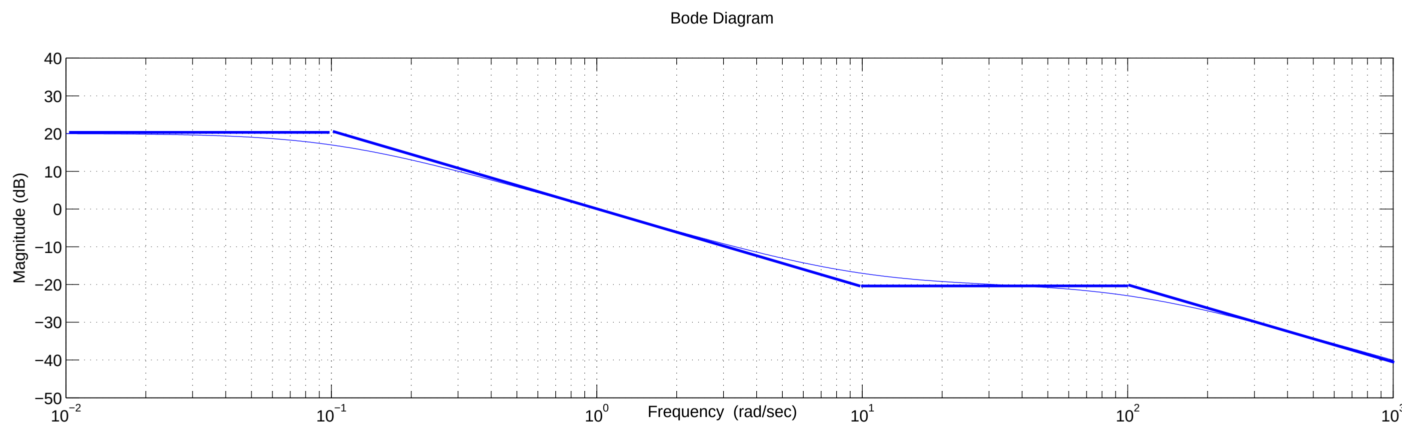
Domanda 3.2. Dimostrare che per nessun valore di α gli autovalori della matrice di stato possono essere ambedue reali.

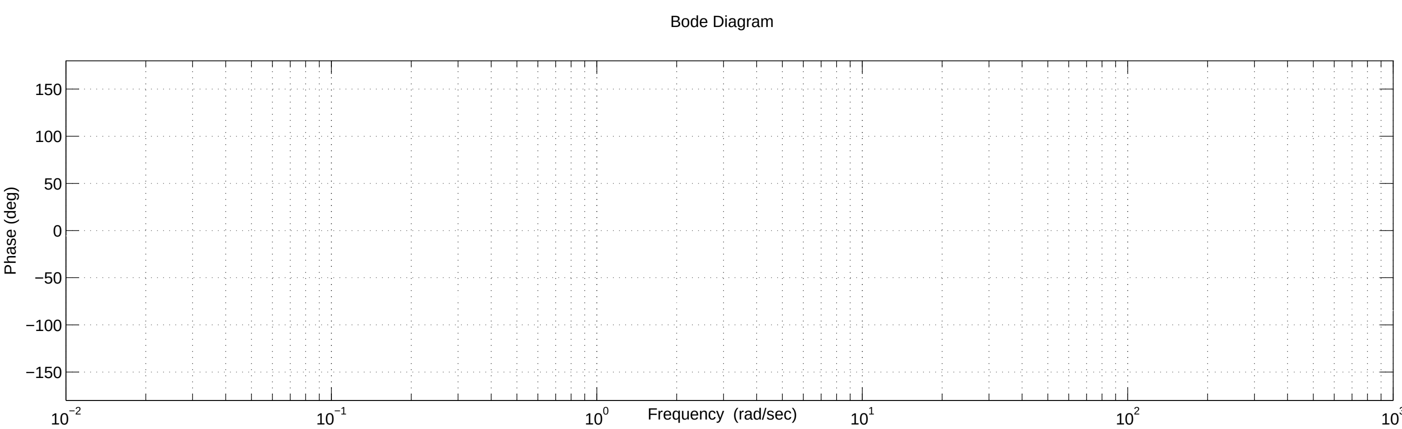
Domanda 3.3. Calcolare la funzione di trasferimento del sistema tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.

Domanda 3.4. Per $\alpha = 1$, calcolare la risposta $y(t)$ all'ingresso $u(t) = 1(t)$ qualora lo stato iniziale sia $x(0^-) = [2\ \ 0]^T$.

Esercizio 4

Si consideri un sistema lineare tempo–invariante avente funzione di trasferimento $L(s)$. Di tale funzione di trasferimento è riportato in figura il diagramma di Bode (asintotico ed effettivo) del solo modulo.





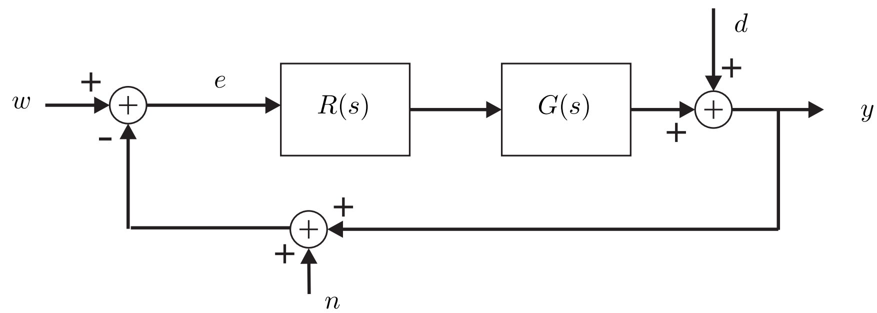
Domanda 4.1. Sapendo che il sistema è a fase minima, si tracci nella stessa figura il diagramma asintotico della fase.

Domanda 4.2. Si dica, **motivando le risposte**, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

- La funzione di trasferimento $L(s)$ ha tanti poli quanti sono gli zeri.
- Esiste una circonferenza del piano complesso, con centro nell'origine, all'interno della quale è interamente contenuto il diagramma polare della funzione di trasferimento.
- La risposta all'impulso del sistema converge asintoticamente a zero.

Esercizio 5

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = 3 \cdot \dfrac{1+20s}{(1+10s)\,(1+100\,s)}$

Domanda 5.1. Ponendo $n(t) = 0$ per ogni $t \geqslant 0$ ed utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si usi la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- tempo d'assestamento (al 1% nella risposta a ciclo chiuso) al segnale scalino unitario $1(t)$ compreso nell'intervallo 0.1 s $\leq t_{a\,1\%} \leq 1$ s;
- errore a regime a ciclo chiuso nella risposta al segnale scalino unitario $1(t)$ in ingresso $e_\infty \leq 0.1$
- supponendo che il disturbo $d(t)$ sia un segnale del tipo $d(t) = D\,\sin(\Omega\,t)$, $\quad D > 0$, $\Omega \in [1\,,\ 10]$ rad/s, garantire che, a ciclo chiuso, il disturbo sia attenuato di almeno 3 dB [cioè se l'ampiezza del disturbo $d(t)$ è D, l'ampiezza a regime del segnale d'uscita (del sistema a ciclo chiuso) dovuto al disturbo $d(t)$ sia inferiore a $D\,\frac{\sqrt{2}}{2}$].

Domanda 5.2. Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente.

Sarebbe stato possibile progettare un regolatore di tipo **rete ritardatrice** che soddisfacesse le specifiche assegnate? **Motivare la risposta**.

PARTE 2:

Esercizio 6

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \mu \cdot \frac{1+20s}{(1+10s)\,(1+100\,s)}\ , \quad \mu > 0$$

Domanda 6.1.
Modificare la funzione di trasferimento nella maniera seguente

$$\hat{G}(s) = G(s) \cdot G_1(s)$$

inserendo in $G_1(s)$ eventualmente zeri e/o poli in modo tale da far sì che siano verificate **entrambe** le seguenti condizioni:

1. il luogo delle radici diretto di $\hat{G}(s)$ possieda due asintoti verticali
2. il luogo diretto delle radici di $\hat{G}(s)$ passi per i punti $(-5 + j\,5)$ e $(-5 - j\,5)$.

Esercizio 7

Si considerino i sistemi a tempo discreto

$$F_1(z) \,=\, 5.96\,10^{-3}\,\frac{z\,(z-0.995)}{(z-0.999)\,(z-0.990)} \qquad F_2(z) \,=\, 5.96\,10^{-3}\,\frac{(z-1)\,(z-0.995)}{(z-0.999)\,(z+0.990)}$$

ottenuti applicando la formula di discretizzazione di "Eulero implicito", con periodo di campionamento $T_s = 0.1$ s a partire da due sistemi dinamici a tempo continuo, descritti dalle funzioni di trasferimento $F_1(s)$ ed $F_2(s)$.

Domanda 7.1.

Dire se sono vere o false le seguenti affermazioni, a proposito dei sistemi originari a tempo continuo, **motivando adeguatamente le risposte**:

1. la funzione di trasferimento $F_1(s)$ possiede 2 zeri;
2. la funzione di trasferimento $F_2(s)$ possiede 2 zeri, di cui uno in $s = 0$;
3. la funzione di trasferimento $F_1(s)$ corrisponde ad un sistema BIBO–stabile;
4. la funzione di trasferimento $F_2(s)$ corrisponde ad un sistema BIBO–stabile.