PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2010/2011

4 luglio 2011

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐ **6 CFU** ☐ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

ATTENZIONE: non rispondere oppure ottenere una valutazione del tutto insufficiente negli esercizi contrassegnati dal simbolo ☛ può rendere **insufficiente** l'intera prova d'esame.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_3(t) \\ \dot{x}_3(t) = \sin(x_1(t)) - (u(t))^2 \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

Domanda 1.1. Determinare gli stati e le uscite di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso **costante** $\bar{u}(t) = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \, \forall \, t \geq 0$.

Domanda 1.2. Determinare l'espressione del sistema linearizzato in corrispondenza di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1

Domanda 1.3. Analizzare la stabilità di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1.

Esercizio 2

Domanda 2.1

Si tracci uno schema a blocchi, avente ingresso u e uscita y, costituito da cinque blocchi elementari $A(s),\ B(s),\ C(s),\ D(s),\ E(s)$ e tale che la funzione di trasferimento fra u e y sia:

$$F_u^y(s) = \frac{A(s)D(s)E(s)}{1 - A(s)B(s) + A(s)C(s)}$$

Domanda 2.2 Si tracci uno schema a blocchi, avente ingresso u e uscita y, costituito da cinque blocchi elementari $A(s),\ B(s),\ C(s),\ D(s),\ E(s)$ e tale che la funzione di trasferimento fra u e y sia:

$$F_u^y(s) = \frac{1 + A(s)D(s)E(s)}{1 - A(s)B(s) + A(s)C(s)}$$

☛ **Esercizio 3**

In riferimento al sistema dinamico descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \alpha x_1(t) + x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = 2\alpha x_2(t) + u(t) \\ y(t) = x_1(t) \end{cases}$$

☛ **Domanda 3.1.** Analizzare la stabilità del sistema al variare del numero reale α.

☛ **Domanda 3.2.** Calcolare la funzione di trasferimento del sistema tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$, in funzione di α.

☛ **Domanda 3.3.** Determinare gli eventuali valori di α per cui il valore di regime y_∞ dell'uscita, a fronte dell'ingresso $u(t) = 1(t)$ è pari a:

$$y_\infty = \frac{1}{2}.$$

.

☛ **Domanda 3.4.** Per $\alpha = -1$, calcolare la risposta $y(t)$ all'ingresso $u(t) = 1(t)$ qualora lo stato iniziale sia nullo.

Esercizio 4

Si consideri un sistema lineare tempo–invariante avente funzione di trasferimento

$$G(s) = 2\frac{s(s+1)}{(s+2)(s+3)}$$

Domanda 4.1. Si dica, **motivando le risposte**, se le seguenti affermazioni sono vere o false:

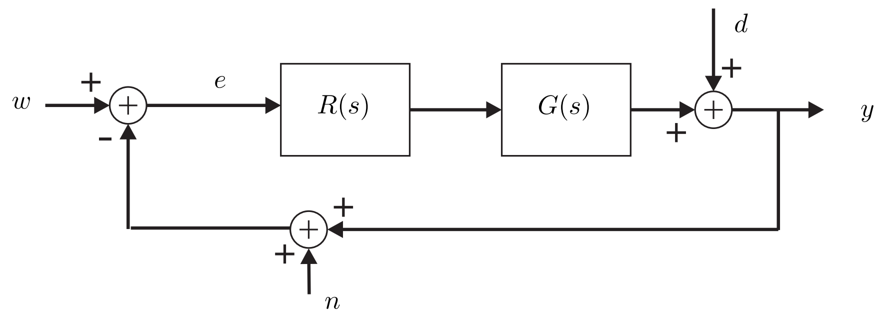
1. La funzione di trasferimento $G(s)$ è propria, ma non strettamente propria.
2. Esiste una circonferenza del piano complesso, con centro nell'origine, all'interno della quale è interamente contenuto il diagramma polare della funzione di trasferimento.
3. Il valore di regime della risposta all'ingresso $u(t) = A \cdot 1(t)$ (cioè lo scalino di ampiezza A) è indipendente da A.
4. La risposta all'impulso del sistema converge asintoticamente a zero.

Domanda 4.2. Si calcoli l'andamento a regime $y_\infty(t)$ dell'uscita, quando il sistema è sollecitato dall'ingresso

$$u(t) = \frac{1}{2}\cos(5t + \frac{\pi}{8}) + 1(t)$$

☛ Esercizio 5

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = 3 \cdot \dfrac{1+2s}{1+10s}$

☛ **Domanda 5.1.** Utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si usi la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ di tipo PI

$$R(s) \,=\, K\,\frac{1+\tau\, s}{s}$$

tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- margine di fase: $\varphi_m \,\geq\, 80°$;
- errore a regime a ciclo chiuso nella risposta al segnale rampa a pendenza unitaria $w(t) = t \cdot 1(t)$ in ingresso $e_\infty \leq 0.1$

☛ **Domanda 5.2.** Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente. Si supponga ora che il processo sia descritto dalla funzione di trasferimento

$$G(s) = 3 \cdot \frac{1+2s}{1+10s} \cdot e^{-L\,s} \qquad L \in \left[\frac{1}{10}, \frac{2}{3}\right]$$

Il regolatore trovato nella risposta alla domanda precedente 5.1 garantisce il rispetto delle specifiche per ogni valore ammissibile della costante di ritardo L?

☛ **Motivare la risposta**.

PARTE 2:

Esercizio 6

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \mu \cdot \frac{(1+20s)\,(1+\tau\, s)}{(1+10s)\, s}\ , \quad \mu > 0$$

Domanda 6.1.
Determinare il valore della costante di tempo τ in modo che

- il **luogo diretto** delle radici di $G(s)$ abbia un **punto critico** in $s = -1$.

Tracciare il luogo diretto delle radici di $G(s)$ per il valore di τ appena trovato.

Esercizio 7

Il regolatore

$$R(s) = \frac{1 + 0.1\, s}{s}$$

permette di ottenere, controllando un opportuno processo $G(s)$ [di cui, per lo svolgimento dell'esercizio non è necessario conoscere l'espressione], le prestazioni seguenti:

- pulsazione di modulo unitario ad anello aperto: $\omega_c = 0.72 \quad \text{rad/s}$;
- margine di fase $\varphi_m = 67°$;

Domanda 7.1.

Facendo uso della **trasformata di Tustin** ottenere un regolatore a segnali campionati $\hat{R}(z)$, scegliendo per il periodo di campionamento un valore tale da stimare per la diminuzione del margine di fase il valore massimo di

$$\Delta\varphi_m \leq 5°$$