PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2010/2011

10 gennaio 2012

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : □ **6 CFU** □ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

ATTENZIONE: non rispondere oppure ottenere una valutazione negativa negli esercizi contrassegnati dal simbolo ☛ può rendere **insufficiente** l'intera prova d'esame.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) & = & \min\left\{0, [x_1(t)]^3\right\} + u(t) \\ \dot{x}_2(t) & = & x_1(t) + [x_2(t)]^2 \\ y(t) & = & x_1(t)x_2(t) - u(t) \end{cases}$$

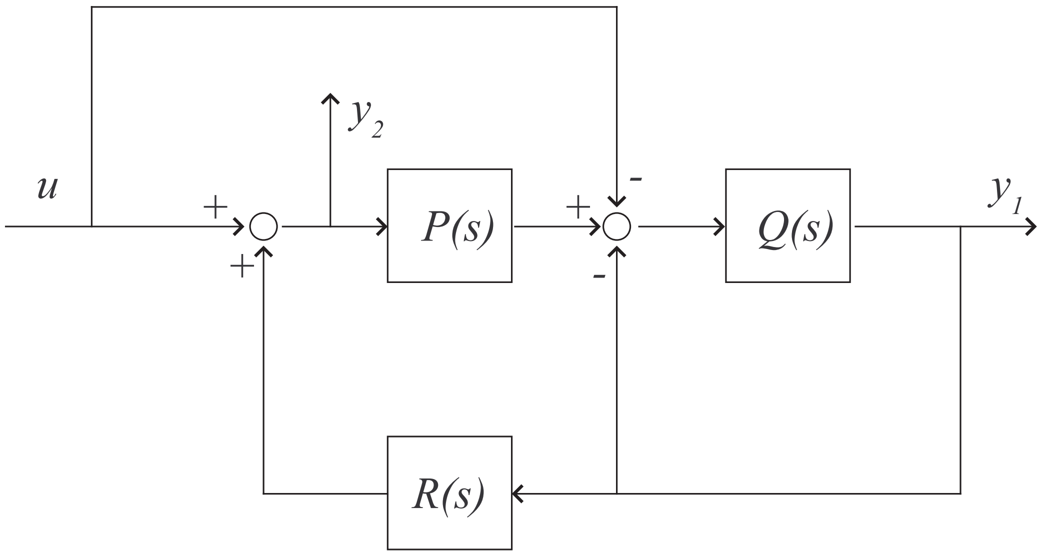
Domanda 1.1. Si determinino gli stati e le uscite di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso **costante** $\bar{u}(t) = 1, \forall\, t \geq 0\,.$

Domanda 1.2. Si determini l'espressione del sistema linearizzato in corrispondenza di tutti i punti di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1

Domanda 1.3. Si analizzi la stabilità di tutti i punti di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1.

Esercizio 2

Si consideri il sistema descritto dallo schema a blocchi:



dove $P(s)$, $Q(s)$ ed $R(s)$ sono tre generiche funzioni di trasferimento.

Domanda 2.1 Si determini la funzione di trasferimento fra l'ingresso u e l'uscita y_1 in funzione di $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$.

Domanda 2.2 Si determini la funzione di trasferimento fra l'ingresso u e l'uscita y_2 in funzione di $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$.

☛ Esercizio 3

Si consideri il sistema dinamico descritto dalla funzione di trasferimento

$$T(s) \;=\; \frac{(s-2)}{\left(\dfrac{s^2}{4}+\dfrac{s}{4}+1\right)}$$

Domanda 3.1 Si determini, **se possibile**, il valore di regime della risposta $y(t)$ quando il sistema viene sollecitato, a partire da condizioni iniziali nulle, con uno scalino unitario ($u(t) = 1(t)$).

Domanda 3.2. Si determini la risposta $y(t)$ del sistema, a partire da condizioni nulle al tempo $t = 0$, quando l'ingresso $u(t)$ è

$$u(t) \;=\; e^{2t} \cdot 1(t)$$

Esercizio 4

Domanda 4.1.
Determinare l'espressione di una possibile funzione di trasferimento $G(s)$ per un sistema LTI a tempo continuo, la cui **risposta in frequenza** possiede le seguenti caratteristiche

1. il sistema è **asintoticamente stabile**;
2. è **nulla** la risposta a regime ad un **ingresso a scalino** di ampiezza qualsiasi:

$$u(t) = A \cdot 1(t)\,, A \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow \quad y_\infty = 0$$

3. la risposta a regime ad un ingresso sinusoidale, di ampiezza qualsiasi, a pulsazione 9 rad/s è **identicamente nulla**:

$$u(t) = A\,\sin(9\,t + \varphi) \cdot 1(t)\,, A \in \mathbb{R}\,,\ \varphi \in \mathbb{R} \quad \Longrightarrow \quad y_\infty = 0$$

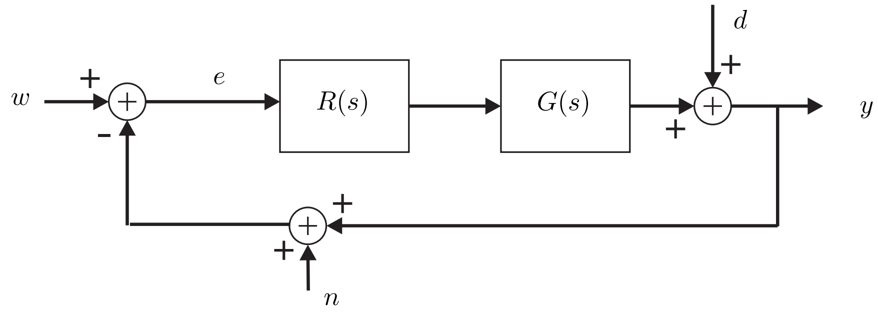
4. a pulsazioni maggiori di 60 rad/s, il **diagramma asintotico** del modulo della risposta in frequenza del sistema presenta un tratto orizzontale (quindi modulo costante) di valore pari a 2:

$$\forall \omega > 60 \text{ rad/s} \quad \Longrightarrow \quad |G\,(j\,\omega)|_{\text{asintotico}} = 2$$

5. la risposta in frequenza del sistema presenta un **picco di risonanza** alla pulsazione $\omega = 16$ rad/s.

☛ **Esercizio 5**

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = \dfrac{2\,s+1}{1+s+4s^2}$ e si consideri identicamente nullo il segnale $d(t)$: $d(t) \,\equiv\, 0$.

☛ **Domanda 5.1.**

Utilizzando eventualmente i diagrammi asintotici di Bode (si usi la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- margine di fase: $\varphi_m \,\geq\, 40°$;
- pulsazione ω_c (pulsazione critica per la FdT a ciclo aperto) compresa nell'intervallo: 5.0 rad/s $\,\leq \omega_c \,\leq\,$ 10.0 rad/s
- errore a regime nella risposta a ciclo chiuso al riferimento a scalino unitario non superiore al 10%:

$$w(t) \,=\, 1(t) \quad \Longrightarrow \quad \lim_{t\to\infty} e(t) \,=\, e_\infty \,\leq\, 0.1$$

☛ **Domanda 5.2.**

Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente, in cui si applichi il regolatore determinato nella precedente risposta 5.1 .

Calcolare **l'uscita a regime** a ciclo chiuso nel caso in cui il segnale di riferimento sia identicamente nullo $w(t) = 0$ e si applichi il segnale di disturbo $d(t) = 1(t)$.

PARTE 2:

☛ **Esercizio 6**

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{2\,s + 1}{1 + s + 4\,s^2}$$

☛ **Domanda 6.1.**

Tracciare il luogo diretto delle radici (LD) per il sistema considerato, individuando eventuali asintoti, la loro inclinazione e la posizione del centroide, gli angoli d'uscita del luogo LD dai poli e gli angoli d'arrivo del luogo LD negli zeri, la posizione degli eventuali punti critici.

Domanda 6.2

Modificare la FdT $G(s)$ del sistema studiato nella domanda 6.1, aggiungendo opportuni zeri e/o poli in modo tale che:

1. il sistema ottenuto sia **fisicamente realizzabile**;
2. il luogo LD del nuovo sistema presenti **esattamente soltanto** due asintoti verticali, con centroide degli asintoti nel punto $x_c = -2$.