PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2010/2011

7 febbraio 2012

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐ **6 CFU** ☐ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

ATTENZIONE: non rispondere oppure ottenere una valutazione negativa negli esercizi contrassegnati dal simbolo ☛ può rendere **insufficiente** l'intera prova d'esame.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico **non lineare** descritto dalle equazioni di stato

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &=& 3x_2(t) - 2x_1(t) \cdot u(t) \\ \dot{x}_2(t) &=& K - x_1(t) \cdot x_2(t) \\ \\ y(t) &=& -x_1(t) + u(t) \end{cases}$$

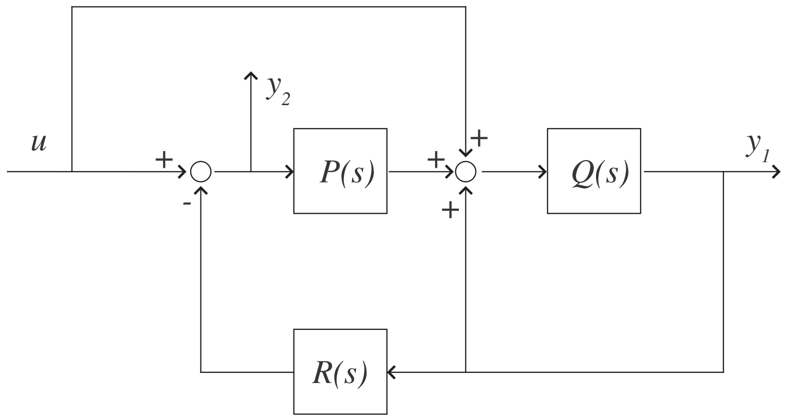
Domanda 1.1 Dato l'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$, si determinino gli eventuali stati d'equilibrio del sistema e le relative uscite d'equilibrio al variare di $K \geq 0$.

Domanda 1.2 Per $K = 9$, si linearizzi il sistema rispetto agli stati d'equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$.

Domanda 1.3 Sempre per $K = 9$, si analizzi la stabilità degli stati d'equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$.

Esercizio 2

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente:



dove

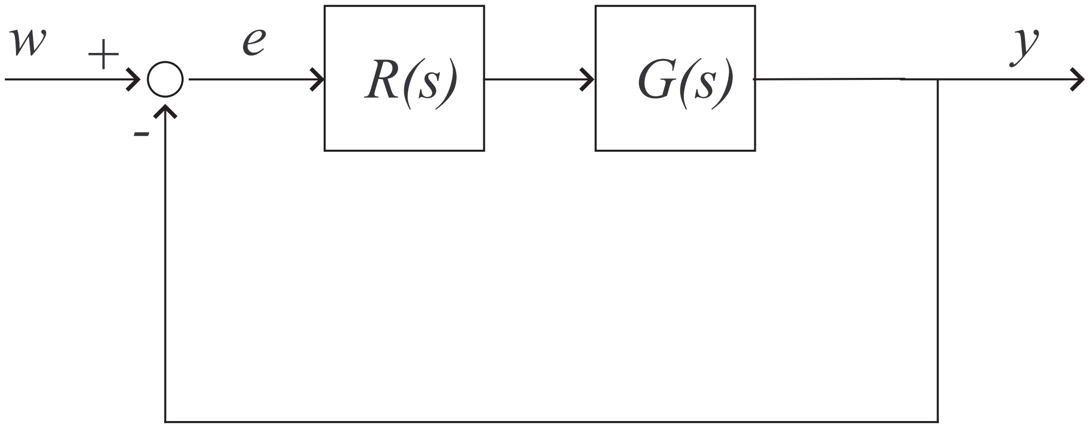
$$P(s) = \frac{s+1}{s+2}, \quad Q(s) = \frac{2}{s+3}, \quad R(s) = \frac{1}{s+4}.$$

Domanda 2.1. Si calcoli la funzione di trasferimento $T_1(s)$ fra l'ingresso u e l'uscita y_1.

Domanda 2.2. Si calcoli la funzione di trasferimento $T_2(s)$ fra l'ingresso u e l'uscita y_2.

Domanda 2.3. Si calcolino, se possibile, i valori di regime delle uscite y_1 e y_2 in corrispondenza dell'ingresso $u(t) = 2 \cdot 1(t)$, essendo nulle le condizioni iniziali.

☛ **Esercizio 3**



Si consideri lo schema raffigurato in figura , in cui valgono le seguenti espressioni

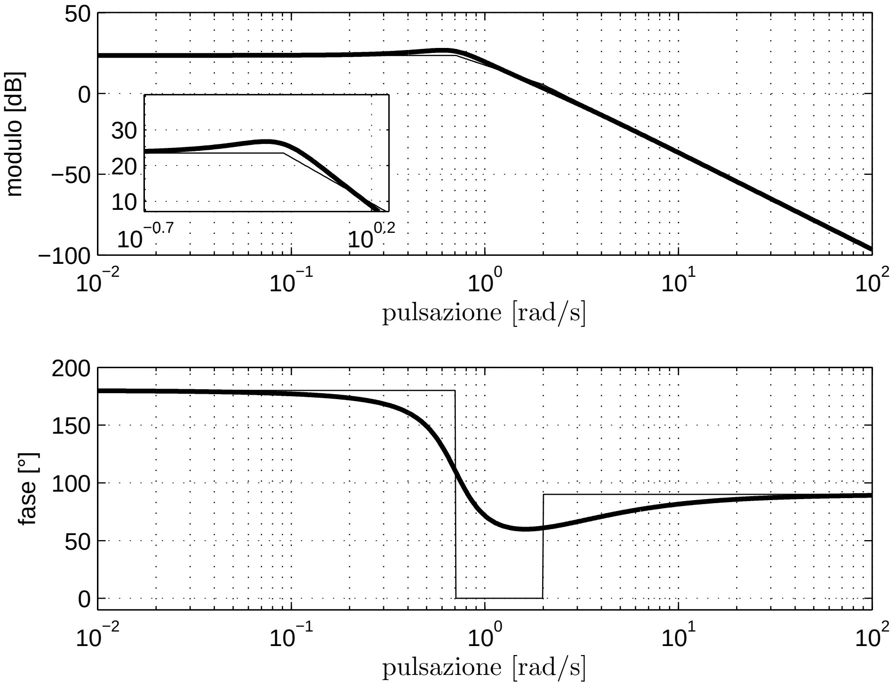
$$R(s) \;=\; 0.5\,\frac{(1+\tau\,s)}{(1+5\,s)} \quad G(s) \;=\; 2\,\frac{(1+s)}{s\,(1-0.1\,s)} \qquad \tau\;\in\mathbb{R}$$

Domanda 3.1.
Si studi la stabilità del sistema in anello chiuso al variare del parametro $\tau > 0$.

Domanda 3.2.
Si consideri ora il caso $\tau = -0.1$. Si può affermare che il sistema è asintoticamente stabile? **(Motivare la risposta)**.

Esercizio 4

Si considerino i diagrammi di Bode (asintotici e reali) della risposta in frequenza di un sistema LTI a tempo continuo, con FdT $L(s)$:



Domanda 4.1.
Si dica, **motivando le risposte**, se il sistema attenua o meno i seguenti segnali in ingresso:

1. ingresso $u(t)$ di tipo sinusoidale, pari a $u(t) = A\sin(\omega\, t)$, con $\omega \in [0.5,\ 0.7]$ rad/s;

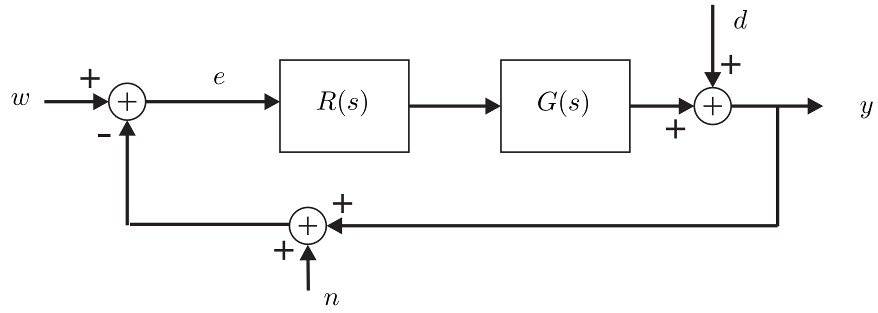
2. ingresso $u(t)$ di tipo sinusoidale, pari a $u(t) = A\sin(\omega\, t)$, con $\omega \in [10,\ 20]$ rad/s;

3. ingresso $u(t)$ pari ad un segnale a gradino di ampiezza unitaria: $u(t) = 1(t)$

Domanda 4.2.
Si tracci qualitativamente il diagramma polare della risposta in frequenza (diagramma di Nyquist) corrispondente ai diagrammi di Bode del sistema $L(s)$.

☛ Esercizio 5

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = \dfrac{1+2s}{(1+s)^2}$.

Domanda 5.1.

Ponendo $d(t) = 0$ e $n(t) = 0$ per ogni $t \geqslant 0$ e utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si usi, eventualmente, la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ di tipo PID, **fisicamente realizzabile** tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- pulsazione critica ad anello aperto ω_c non inferiore a 25 rad/s ma non superiore a 100 rad/s;
- tempo d'assestamento al 1% nella risposta allo scalino unitario (a ciclo chiuso) non superiore a 0.5 s ma non inferiore a 0.1 s;

☛ **Domanda 5.2.**
Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente.

Calcolare l'**errore a regime** a ciclo chiuso nel caso in cui sia applicato in ingresso il segnale a rampa unitaria $w(t) = t \cdot 1(t)$.

PARTE 2:

☛ Esercizio 6

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{2}{s(s+1)(s+2)}$$

☛ **Domanda 6.1.** Poiché il sistema $\mu \cdot G(s),\ \mu > 0$ chiuso in semplice ciclo di retroazione negativa risulta instabile, si pensa di stabilizzarlo introducendo un opportuno controllore $R(s)$, **fisicamente realizzabile**. Si determini allora una possibile espressione per il controllore $R(s)$ tale che

- il luogo diretto delle radici del sistema $\mu \cdot R(s) \cdot G(s)$ possieda dei rami anche nel semipiano sinistro del piano complesso della variabile s;
- eventuali asintoti del luogo siano tali da avere ascissa del centroide

$$x_c \leq -1$$

- il sistema $R(s)$ sia fisicamente realizzabile.

Si tracci infine il luogo delle radici per il sistema $\mu R(s) \cdot G(s), \quad \mu > 0$, individuando punti critici, asintoti e centroide degli asintoti.

Domanda 6.2

Si faccia sempre riferimento al luogo LD $\mu R(s) \cdot G(s), \quad \mu > 0$, dove $G(s)$ è la FdT assegnata all'inizio dell'esercizio mentre la FdT $R(s)$ è quella determinata nella risposta alla precedente domanda 6.1. Per quali valori della costante di guadagno μ il sistema a ciclo chiuso si trova al limite della stabilità, cioé con dei poli di ciclo chiuso con parte reale nulla? Quale valore assumono i poli di ciclo chiuso per ciascuno dei valori di μ appena trovati?