PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2011/2012

3 luglio 2012

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐ **6 CFU** ☐ **9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti:

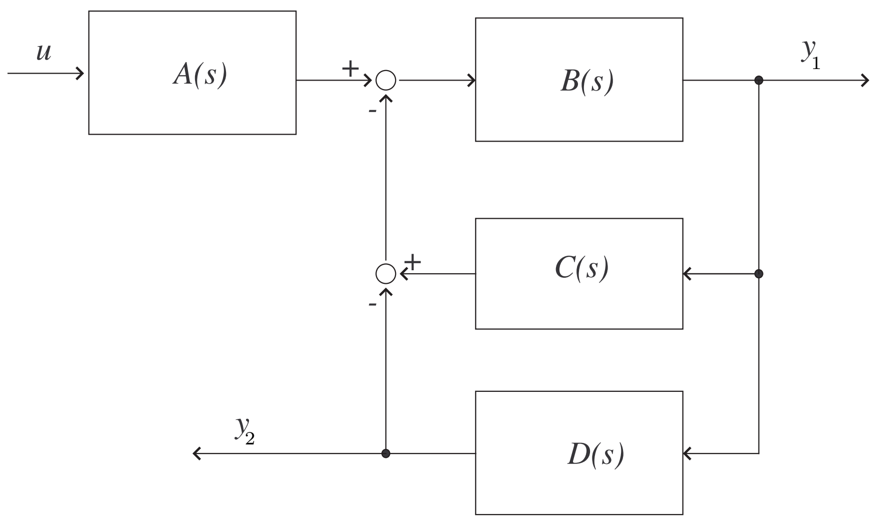
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2\arctan\left(x_3(t) - u(t)\right) \\ \dot{x}_2(t) = x_1(t) \\ \dot{x}_3(t) = x_2(t) \\ y(t) = x_3(t) + u^3(t) \end{cases}$$

Domanda 1.1. Determinare gli stati e le uscite di equilibrio in corrispondenza dell'ingresso **costante** $\bar{u}(t) = \dfrac{1}{3}\,\forall\, t \geq 0\,.$

Domanda 1.2. Determinare l'espressione del sistema linearizzato in corrispondenza di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1

Domanda 1.3. Analizzare la stabilità di tutti gli stati di equilibrio calcolati nella risposta alla domanda 1.1.

Esercizio 2



Si consideri lo schema a blocchi illustrato in figura, in cui $A(s) = \dfrac{1}{s+10}$, $B(s) = \dfrac{1}{s}$, $C(s) = \dfrac{s+1}{s+2}$, $D(s) = K \in \mathbb{R}$.

Domanda 2.1 Si determini una realizzazione in equazioni di stato del sistema complessivo.

Domanda 2.2 Si studi la stabilità del sistema complessivo al variare di K.

Esercizio 3

In riferimento al sistema dinamico descritto dalle equazioni di stato seguenti:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = -5x_1(t) + 2x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = x_2(t) + u(t) \\ y(t) = x_1(t) + 2u(t) \end{cases}$$

Domanda 3.1. Si calcoli la funzione di trasferimento del sistema tra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y(t)$.

Domanda 3.2. Si calcoli la risposta $y(t)$ all'ingresso $u(t) = 1(t) - 1(t-3)$ qualora lo stato iniziale sia nullo.

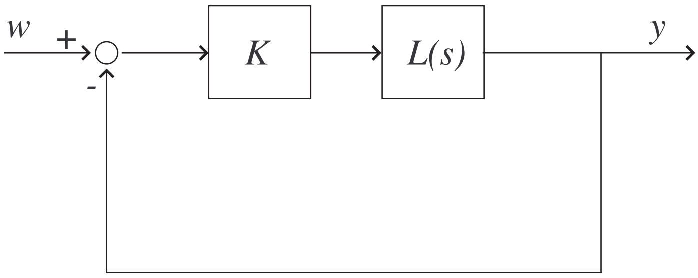
Esercizio 4

Si consideri un sistema dinamico, lineare, stazionario, a tempo continuo, con FdT $F(s)$ pari a

$$L(s) \; = \; 10\frac{(1-s)}{(1+s)(1+10\,s)}$$

Domanda 4.1.
Si tracci il diagramma polare della risposta in frequenza $L(j\,\omega)$ del sistema (carta semi-logaritmica a disposizione nella pagina seguente per tracciare anche il diagramma di Bode della risposta in frequenza).

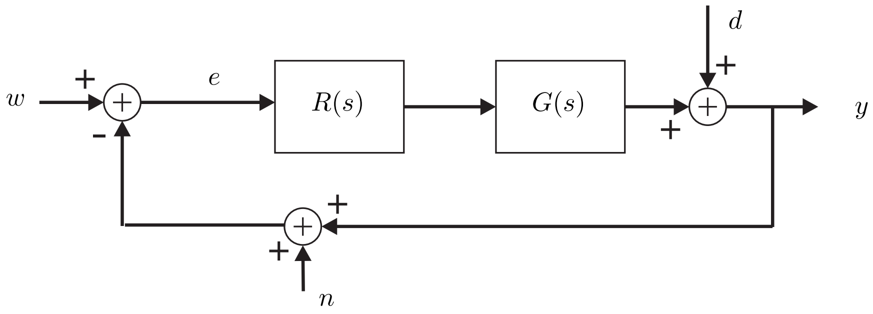
Domanda 4.2.
Ora si supponga $K > 0$ e si utilizzi il sistema $L(s)$ in retroazione, come in figura



Facendo uso del diagramma polare della risposta in frequenza (individuato nella risposta alla domanda precedente) e del criterio di Nyquist, determinare per quali valori della costante di guadagno K il sistema risulta stabile a ciclo chiuso.

Esercizio 5

Si faccia riferimento allo schema a blocchi seguente



dove $G(s) = \dfrac{1+2s}{(1-s)(1+10s)}$.

Domanda 5.1.
Ponendo $d(t) = 0$ e $n(t) = 0$ per ogni $t \geqslant 0$ e utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si usi la carta logaritmica alla pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ **fisicamente realizzabile** tale da soddisfare le seguenti specifiche:

- il sistema a ciclo chiuso risulti asintoticamente stabile;
- la pulsazione critica ad anello aperto ω_c sia non inferiore a 10 rad/s;
- il margine di fase φ_m sia non inferiore a 60°: $\varphi_m \geq 60°$

Domanda 5.2.
Si consideri ancora lo schema a blocchi della figura precedente.

Calcolare l'**errore a regime** a ciclo chiuso nel caso in cui sia applicato in ingresso il segnale a scalino unitario $w(t) = 1(t)$.

PARTE 2:

Esercizio 6

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{1 + 0.1\,s}{s^3}$$

Domanda 6.1. Tracciare il luogo delle radici **inverso** (LI) per il sistema descritto dalla FdT $G(s)$, individuando

- eventuali asintoti e centroide;
- punti critici;
- angoli d'uscita dai poli ed angoli d'arrivo agli zeri per tutti i rami del luogo LI;
- eventuali intersezioni con gli assi (asse reale, asse immaginario) dei rami del luogo LI

Esercizio 7

Il regolatore a tempo continuo descritto dalla FdT

$$R(s) = 12\frac{(1 + 2\,s)^2}{s\,(1 + 0.1\,s)}$$

permette di ottenere, controllando un opportuno processo G(s) [di cui, per lo svolgimento dell'esercizio non è necessario conoscere l'espressione], le prestazioni seguenti:

- pulsazione di modulo unitario ad anello aperto: $\omega_c = 2.1$ rad/s;
- margine di fase $\varphi_m = 67°$

Domanda 7.1

Facendo uso della **trasformata di Tustin** ottenere un regolatore a segnali campionati $\hat{R}(z)$, scegliendo per il periodo di campionamento un valore tale da stimare per la diminuzione del margine di fase il valore massimo di

$$|\delta_\varphi| \leq 5°$$