# PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2009/2010

14 settembre 2010

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**prova d'esame da CFU** : ☐**6 CFU** ☐**9 CFU**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

**IMPORTANTE**: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

**PARTE 1**:

**Esercizio 1**

Si consideri il sistema non lineare descritto dalle equazioni di stato seguenti, dove $\alpha$ è un numero reale:

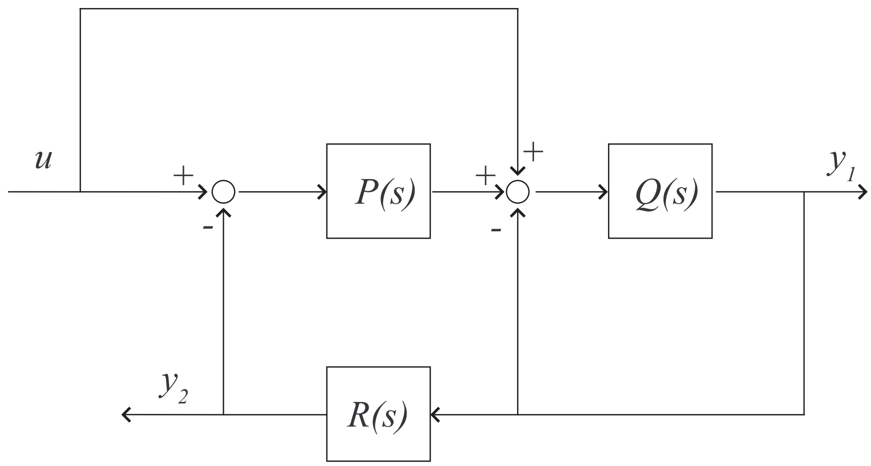
$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) &= x_2(t) + u(t) \\ \dot{x}_2(t) &= -x_1(t)\left(x_1^2(t) + 1\right) - \alpha \sin(x_2(t)) \\ y(t) &= x_1(t) + 2u(t) \end{cases}$$

**Domanda 1.1.** Si dimostri che per qualunque valore di $\alpha$ l'origine è l'unico stato di equilibrio per il sistema in corrispondenza di un ingresso costante $u(t) = \bar{u} = 0$.

**Domanda 1.2.** Si determini l'espressione del sistema linearizzato nell'intorno dell'origine.

**Domanda 1.3.** Si studi la stabilità dell'origine al variare di $\alpha$.

**Esercizio 2**



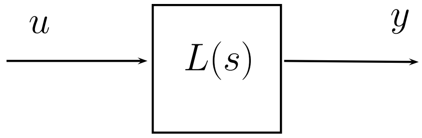

Con riferimento allo schema a blocchi illustrato in figura si risponda alle seguenti domande.

**Domanda 2.1** Si determini l'espressione della funzione di trasferimento fra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y_1(t)$ in funzione delle singole funzioni di trasferimento associate a ciascun blocco.

**Domanda 2.2** Si determini l'espressione della funzione di trasferimento fra l'ingresso $u(t)$ e l'uscita $y_2(t)$ in funzione delle singole funzioni di trasferimento associate a ciascun blocco.

**Esercizio 3**

Si consideri il sistema dinamico lineare rappresentato dallo schema a blocchi in figura:




Il sistema possiede la funzione di trasferimento

$$L(s) = \frac{4\,s\,(s+2)}{(1+4\,s)\,(1+s)}$$

**Domanda 3.1.**
Detta $\hat{y}(t)$ la risposta allo scalino unitario ($u(t) = 1(t)$) a partire da condizioni iniziali nulle, si calcoli, se possibile, il

$$\lim_{t\to\infty} \hat{y}(t).$$

**Domanda 3.2.**
Detta $\hat{y}(t)$ la risposta allo scalino unitario ($u(t) = 1(t)$) a partire da condizioni iniziali nulle, si calcoli, se possibile, il

$$\lim_{t\to 0^+} \hat{y}(t).$$

**Domanda 3.3.**
Si calcoli la risposta $y(t)$ del sistema, a partire da condizioni iniziali nulle, a fronte dell'ingresso $u(t) = e^{-2t} \cdot 1(t)$.

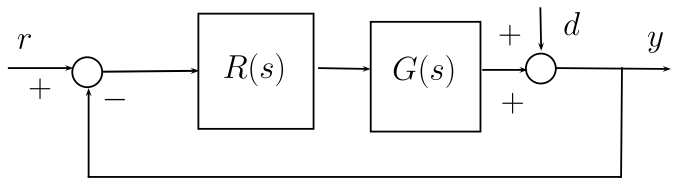
**Esercizio 4**

### Domanda 4.1

Si enunci il criterio di Nyquist.

**Esercizio 5**

Si consideri il sistema rappresentato dallo schema a blocchi in figura:




ove

$$G(s) = \frac{2\,(1\,+5\,s)}{\left(1+\dfrac{s}{7}+\dfrac{s^2}{49}\right)}$$

**Domanda 5.1.** Utilizzando i diagrammi asintotici di Bode (si allega la carta logaritmica nella pagina seguente), si progetti un regolatore $R(s)$ nella forma di rete correttrice del $1^o$ ordine

$$R(s) = \mu_R\,\frac{1+\tau\,s}{1+T\,s}\,, \quad \tau\,,\,T>0$$

in modo che siano soddisfatte le seguenti specifiche di progetto:

- $|e(\infty)| \leq 0.04$ per $r(t) = A \cdot 1(t)\,,\, d(t) \;=\; 0$, con $A \in [\frac{1}{100} \quad 10]$
- margine di fase $\varphi_m \geq 75^\circ$
- attenuazione a regime in uscita del disturbo $d(t) \;=\; 4\,\cos\left(100\,t+\dfrac{\pi}{4}\right)\cdot 1(t)$ pari ad almeno 10 dB.

**Suggerimento**: si pensi alla FdT tra il disturbo $d(t)$ e l'uscita $y(t)$, al suo legame con la FdT di anello aperto e di anello chiuso.

**Domanda 5.2.** Considerando il sistema retroazionato con il regolatore $R(s)$ determinato nella risposta alla domanda precedente, si valuti il massimo ritardo d'anello ammissibile senza che venga inficiata la stabilità in anello chiuso, ovvero, sostituendo a $G(s)$ la funzione di trasferimento $G^*(s) = G(s) \cdot e^{-sT}$ , si valuti il massimo ritardo T per cui non venga inficiata la stabilità in anello chiuso.

**PARTE 2**:

**Esercizio 6**

Si consideri la funzione di trasferimento

$$G(s) = \frac{12\left(1 + \frac{1}{10}\,s\right)}{\left(1 + \frac{s}{7} + \frac{s^2}{49}\right)}$$

Si vuole analizzare il comportamento del sistema quando venga chiuso in semplice ciclo di retroazione (negativa) eventualmente facendo variare la costante di guadagno di $G(s)$.

**Domanda 6.1.**
Tracciare in maniera qualitativa il **luogo diretto** ed il **luogo inverso** delle radici per la FdT $G(s)$, individuando analiticamente eventuali asintoti, punti critici del luogo ed i valori della costante di guadagno $k$ in corrispondenza dei punti critici, per ciascuno dei due luoghi considerati.

**Domanda 6.2.**
Facendo riferimento ai luoghi delle radici individuati per la FdT $G(s)$, dire se le seguenti affermazioni sono **vere** oppure **false** motivando adeguatamente le risposte:

1. il sistema $k\,G(s)$ a ciclo chiuso risulta asintoticamente stabile $\forall k > 0$;
2. per opportuni valori della costante di guadagno $k > 0$ il sistema $k\,G(s)$ presenta margine di fase $\varphi_m = \frac{\pi}{4}$;
3. una opportuna rete correttrice di tipo **rete ritardatrice** permetterebbe di "modificare" il luogo, introducendo due asintoti verticali;