PROVA SCRITTA DI FONDAMENTI DI AUTOMATICA
A.A. 2013/2014

9 giugno 2014

nome e cognome:

numero di matricola:

prova d'esame da CFU : ☐**6 CFU** ☐**9 CFU**

Note: Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

IMPORTANTE: coloro i quali sostengono la prova d'esame corrispondente a 6 CFU devono risolvere soltanto gli esercizi della PARTE 1 e barrare la PARTE 2.

Chi invece sostiene la prova d'esame corrispondente a 9 CFU deve risolvere sia gli esercizi di PARTE 1 che gli esercizi di PARTE 2.

PARTE 1:

Esercizio 1

Si consideri il sistema dinamico **non lineare** descritto dalle equazioni di stato

$$
\begin{cases}
\dot{x}_1(t) &= 3x_2(t) - 2x_1(t) \cdot u(t) \\
\dot{x}_2(t) &= K - x_1(t) \cdot x_2(t) \\
\\
y(t) &= -x_1(t) + u(t)
\end{cases}
$$

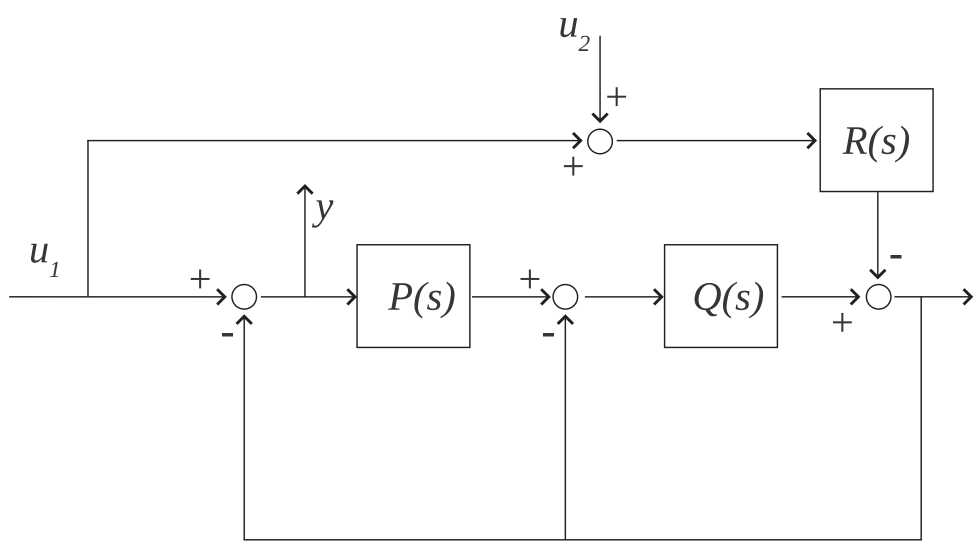
Domanda 1.1 Dato l'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$, si determinino gli eventuali stati d'equilibrio del sistema e le relative uscite d'equilibrio al variare del parametro $K \geq 0$.

Domanda 1.2 Per $K = 9$, si linearizzi il sistema rispetto agli stati d'equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$.

Domanda 1.3 Sempre per $K = 9$, si analizzi la stabilità degli stati d'equilibrio corrispondenti all'ingresso costante $u(t) = \bar{u} = \dfrac{3}{2}$.

Esercizio 2

Si consideri il sistema descritto dallo schema a blocchi:



Domanda 2.1 Si determini la funzione di trasferimento fra l'ingresso u_1 e l'uscita y in funzione di $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$.

Domanda 2.2 Si determini la funzione di trasferimento fra l'ingresso u_2 e l'uscita y in funzione di $P(s)$, $Q(s)$, $R(s)$.

Esercizio 3

Si consideri il sistema dinamico descritto dalla funzione di trasferimento

$$T(s) \;=\; \frac{(s-2)}{\left(\dfrac{s^2}{4}+\dfrac{s}{4}+1\right)}$$

Domanda 3.1 Si determini, **se possibile**, il valore di regime della risposta $y(t)$ quando il sistema viene sollecitato, a partire da condizioni iniziali nulle, con uno scalino unitario ($u(t) = 1(t)$).

Domanda 3.2. Si determini la risposta $y(t)$ del sistema, a partire da condizioni nulle al tempo $t = 0$, quando l'ingresso $u(t)$ è

$$u(t) \;=\; e^{2t} \cdot 1(t)$$

Esercizio 4

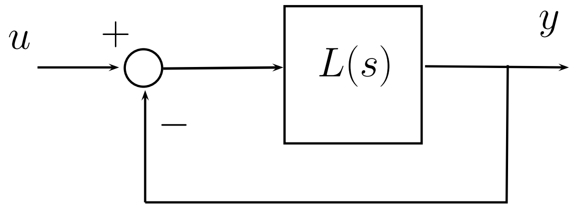


Figura 1: Stabilità a ciclo chiuso e criterio di Nyquist

Si consideri lo schema raffigurato in figura 1, in cui la FdT $L(s)$ vale

$$L(s) \;=\; 20\,\mu\,\frac{s\,(1+4\,s)}{(1+2\,s)\;(1+10\,s)} \qquad \mu > 0$$

Domanda 4.1.

Tracciare in maniera qualitativa il diagramma polare della risposta in frequenza della FdT $L(s)$, nel caso in cui $\mu = 1$, mettendo in evidenza eventuali punti caratteristici (intersezioni con gli assi, asintoti verticali ecc.), facendo eventualmente uso della carta logaritmica alla pagina seguente per tracciare preliminarmente un diagramma di Bode della risposta in frequenza studiata.

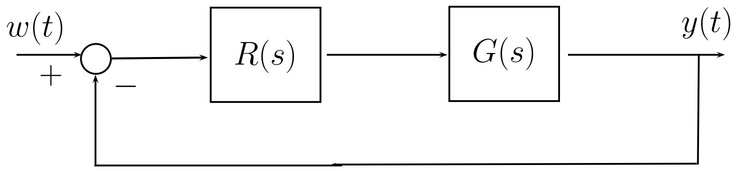
Domanda 4.2.

Utilizzando eventualmente il **criterio di Nyquist**, si determinino i valori di μ (se esistono) per i quali il sistema retroazionato descritto in Figura 1 risulti **asintoticamente stabile**.

Si consideri sempre soltanto $\mu > 0$.

Esercizio 5

Si consideri il sistema rappresentato dallo schema a blocchi in figura:



ove

$$G(s) = \frac{1.5\,(1+s)}{s\,(1+20\,s)}$$

Domanda 5.1.
Determinare un regolatore **fisicamente realizzabile** che permetta di soddisfare le specifiche seguenti:

- errore nullo a regime nella risposta del sistema (a ciclo chiuso) ad un ingresso $w(t)$ a scalino unitario: $w(t) = 1(t)$;
- pulsazione critica ω_c almeno pari a 5 rad/s: $\omega_c \geq 5$ rad/s;
- margine di fase maggiore od uguale a 45°: $\varphi_m \geq 45°$

Domanda 5.2.

Si supponga ora di applicare al sistema il regolatore puramente proporzionale $R(s) = 1$ [**NB**: non è la soluzione alla domanda precedente!].

Si applica al sistema a ciclo chiuso il segnale di riferimento

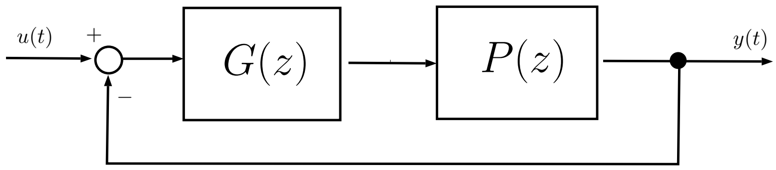
$$w(t) \;=\; 2 \cdot \sin\left(\frac{1}{5}\,t\right) \cdot 1(t).$$

In tali condizioni determinare la risposta $y(t)$ a regime del sistema a ciclo chiuso.

PARTE 2:

Esercizio 6

Con riferimento al sistema rappresentato dallo schema a blocchi in figura:



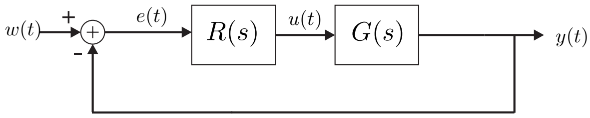
ove

$$G(z) = \frac{z}{(z-1)(z-2)}, \quad P(z) = \frac{z-a}{z}, \quad a \in \mathbb{R}$$

Domanda 6.1.

Analizzare la stabilità a ciclo chiuso del sistema, al variare del parametro $a \in \mathbb{R}$.
Evidenziare le regioni di $\mathbb{R}$ in cui, al variare di a si ha stabilità asintotica oppure stabilità semplice od instabilità.

Esercizio 7



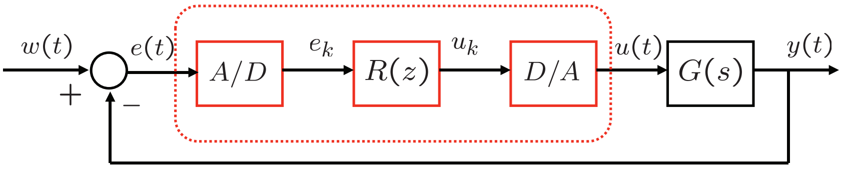
Il regolatore a tempo continuo descritto dalla FdT

$$R(s) = 2 \cdot \frac{1 + s}{s\,(1 + 0.1\,s)}$$

permette di ottenere, controllando un opportuno processo $G(s)$ [di cui, per lo svolgimento dell'esercizio non è necessario conoscere l'espressione], le prestazioni seguenti:

- pulsazione di modulo unitario ad anello aperto: $\omega_c = 12.7$ rad/s;
- margine di fase $\varphi_m = 64°$

Domanda 7.1



Facendo uso della **trasformata di "Tustin"** ottenere un regolatore a segnali campionati $R(z)$, scegliendo per il periodo di campionamento un valore tale che il decremento del margine di fase sia

$$|\delta_{\varphi_m}| \leq 2°$$

$f(t)$	$F(s)$
$\delta(t)$	1
$1(t)$	$\frac{1}{s}$
$t \cdot 1(t)$	$\frac{1}{s^2}$
$t^2 \cdot 1(t)$	$\frac{2}{s^3}$
$e^{\alpha\, t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{s-\alpha}$
$t \cdot e^{\alpha\, t} \cdot 1(t)$	$\frac{1}{(s-\alpha)^2}$
$\sin(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{\omega}{s^2+\omega^2}$
$\cos(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{s}{s^2+\omega^2}$
$t \cdot \sin(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{2\,\omega\, s}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$
$t \cdot \cos(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{s^2-\omega^2}{\left(s^2+\omega^2\right)^2}$
$e^{\sigma\, t} \cdot \sin(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{\omega}{\left(s-\sigma\right)^2+\omega^2}$
$e^{\sigma\, t} \cdot \cos(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{s-\sigma}{\left(s-\sigma\right)^2+\omega^2}$
$t \cdot e^{\sigma\, t} \cdot \sin(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{2\,\omega\,(s-\sigma)}{\left[\left(s-\sigma\right)^2+\omega^2\right]^2}$
$t \cdot e^{\sigma\, t} \cdot \cos(\omega\, t) \cdot 1(t)$	$\frac{\left(s-\sigma\right)^2-\omega^2}{\left[\left(s-\sigma\right)^2+\omega^2\right]^2}$

Tabella 1: Segnali e corrispondenti trasformate di Laplace

$f(k)$	$F(z)$
$\delta(k)$	1
$1(k)$	$\dfrac{z}{z-1}$
$k \cdot 1(k)$	$\dfrac{z}{(z-1)^2}$
$k^2 \cdot 1(k)$	$\dfrac{z\,(z+1)}{(z-1)^3}$
$a^k \cdot 1(k)$	$\dfrac{z}{z-a}$
$k \cdot a^k \cdot 1(k)$	$\dfrac{a\,z}{(z-a)^2}$
$\sin(\omega\,k) \cdot 1(k)$	$\dfrac{z\,\sin\omega}{z^2-2z\,\cos\omega+1}$
$\cos(\omega\,k) \cdot 1(k)$	$\dfrac{z^2-z\,\cos\omega}{z^2-2z\,\cos\omega+1}$
$a^k \cdot \sin(\omega\,k) \cdot 1(k)$	$\dfrac{a\,z\,\sin\omega}{z^2-2\,a\,z\,\cos\omega+a^2}$
$a^k \cdot \cos(\omega\,k) \cdot 1(k)$	$\dfrac{z^2-a\,z\,\cos\omega}{z^2-2\,a\,z\,\cos\omega+a^2}$
$\dfrac{k\,(k-1)}{2} \cdot 1(k-2)$	$\dfrac{z}{(z-1)^3}$
$\dfrac{k\,(k-1)}{2} \cdot a^{k-2} \cdot 1(k-2)$	$\dfrac{z}{(z-a)^3}$

Tabella 2: Segnali e corrispondenti Z-trasformate