

Capacita' di un conduttore

Non si possono depositare infinitamente cariche su un conduttore metallico isolato → il campo elettrico puo' raggiungere un valore limite (poi si produce scarica attraverso l'aria o attraverso sostegno isolante).

La stessa quantita' di carica non produce lo stesso potenziale su tutti i conduttori. L'abilita' di un conduttore di immagazzinare carica si dice "capacita' elettrica" e si definisce come **capacita' di un conduttore la carica da esso posseduta quando il suo potenziale e' pari a 1 V:**

$$C = \frac{Q}{V}$$

Unita' di misura (Sistema Internazionale): **Farad (F)** = Coulomb/Volt

Un conduttore ha la capacita' di 1 F se acquistando la carica di 1 C assume un potenziale di 1 V.

Capacita' di un conduttore sferico di raggio r e carica $+Q$ distribuita sulla sfera e quindi con $V = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$:

$$C = \frac{Q}{V} = Q / \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

$$C = 4\pi\epsilon_0 r$$

Condensatori

Solitamente non si usa un conduttore isolato per immagazzinare cariche ma lo si accoppia ad un altro conduttore mantenendoli ben isolati → se ad un conduttore isolato si avvicina un altro conduttore la capacita' totale aumenta.

Solitamente il secondo conduttore e' messo a terra:

Se il primo conduttore ha carica $+q \rightarrow$ il secondo si carica con $-q$ per induzione, come al solito prelevando gli elettroni da terra

Le due armature sono cariche con segno opposto: si ottiene un **condensatore** e fra i due conduttori si ha mezzo isolante

Linee di forza e quindi del campo elettrico vanno da armatura positiva + ad armatura negativa -.

Capacita' e' il rapporto tra carica sull'armatura positiva e la differenza di potenziale fra le armature ($Q/\Delta V$)

Energia di un condensatore carico

Per caricare un condensatore occorre spendere energia: e' energia accumulata come energia potenziale elettrostatica liberata quando il condensatore si scarica.

All'inizio la differenza di potenziale tra le armature era nulla. Man mano che si carica la differenza di potenziale aumenta finche' non raggiunge la situazione stazionaria ΔV_C .

In media, la differenza di potenziale mentre si carica e'

$$\Delta V_m = \frac{1}{2} \Delta V_C$$

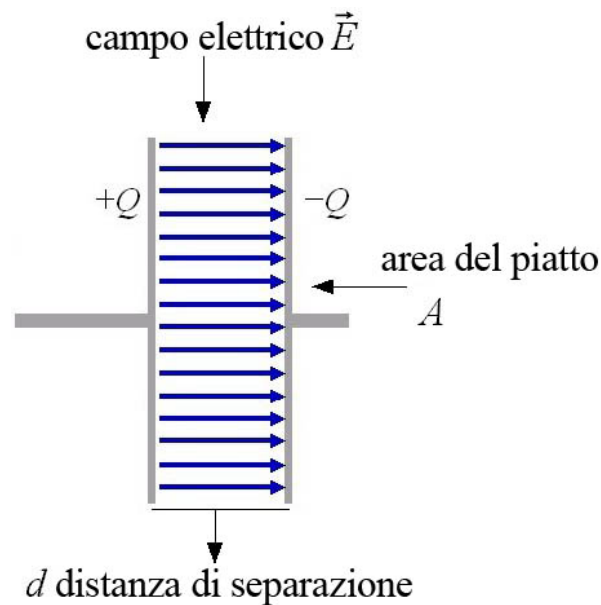
Un condensatore che si carica fino ad un certo potenziale $V \rightarrow$ possiede energia ben definita (indipendente dal processo di caricamento).

Si puo' calcolare l'energia E di un condensatore come lavoro compiuto per caricare un condensatore con carica Q

$$U = Q\Delta V_m = CV \frac{1}{2} V = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C}$$

Condensatore piano

Due piastre piane parallele di superficie A poste a distanza d, con carica +Q e -Q sulle due facce, quindi con $\sigma = Q/A$:



Differenza di potenziale V e':

$$V = Ed = \frac{\sigma}{\epsilon_0} d$$

La **capacita' C** :

$$C = Q/V = A\sigma / \left(\frac{\sigma}{\epsilon_0}\right) d$$

$$C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$$

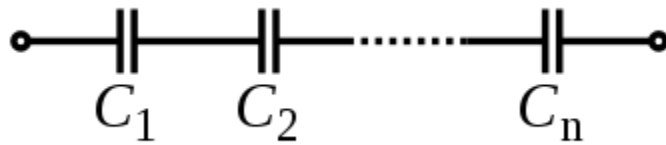
Se lo spazio fra le due armature e' riempito di dielettrico con costante dielettrica ϵ :

$$C = \frac{\epsilon A}{d}$$

La costante dielettrica e' $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_r$ con $\epsilon_r \geq 1$, quindi riempire con un dielettrico equivale ad aumentare la capacita' del dispositivo.

Mezzo dielettrico	Costante dielettrica relativa
Aria secca (alla pressione di 1 [bar])	1,0006
Acqua pura	81,07
Olio minerale	2,2 ÷ 2,5
Olio per trasformatori	2 ÷ 2,5
Bachelite	5,5 ÷ 8,5
Carta comune	2
Carta paraffinata	2,5 ÷ 4
Carta da condensatori	5 ÷ 5,5
Gomma	2,2 ÷ 2,5
Mica	6 ÷ 8
Polietilene	2,3
Porcellana	4 ÷ 7
Vetro	6 ÷ 8
Ossido di titanio	90 ÷ 170
Titanati di Ba-Sr	1000 ÷ 10000

Condensatori in serie



Differenza di potenziale ai due capi della catena e' uguale a V
 Numero n di condensatori di capacita' C₁, C₂,..... C_n

Calcoliamo la capacita' equivalente C:

Intuitivamente:

- al sistema si fornisce carica Q
- la prima armatura del condensatore 1 ha carica +Q → seconda armatura assume carica -Q per induzione
- la prima armatura del condensatore 2 ha carica +Q (perche' e' collegato a seconda armatura condensatore 1 → hanno carica totale nulla)
- ricorsivamente fino all'ultimo condensatore

In sostanza abbiamo fornito una carica Q che ha agito su tutti i condensatori, mentre la differenza di potenziale ai capi di ogni condensatore e' una frazione del V totale (V_i = Q/C_i)

Siano V₁, V₂,..... V_n le differenze di potenziale dei condensatori

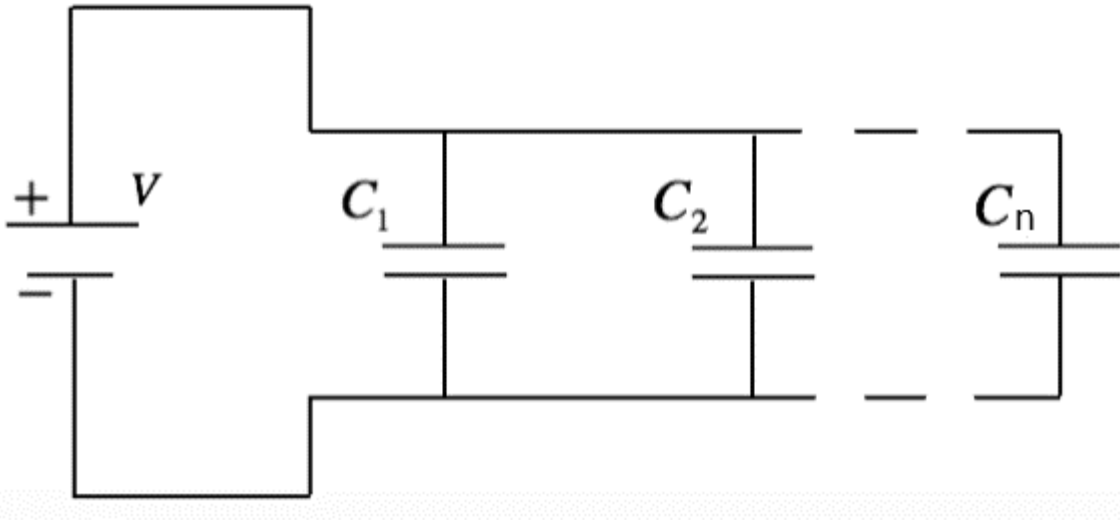
$$\frac{Q}{C} = V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = \frac{Q}{C_1} + \frac{Q}{C_2} + \frac{Q}{C_3} + \dots + \frac{Q}{C_n}$$

Poiche' V = Q/C:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + \dots + \frac{1}{C_n}$$

Ne segue che la capacita' totale e' uguale al reciproco della somma dei reciproci delle singole capacita'

Condensatori in parallelo



Ciascun condensatore ha stessa differenza di potenziale V.

Calcoliamo la capacita' equivalente C:

La carica Q fornita al sistema si distribuisce secondo le varie capacita'.

$$Q = Q_1 + Q_2 + Q_3 \dots + Q_n = C_1 V + C_2 V + C_3 V \dots + C_n V = C V$$

Poiche' $Q = C V$

$$C = C_1 + C_2 + C_3 \dots + C_n$$

Ne segue che la capacita' totale di condensatori in parallelo e' uguale alla somma delle singole capacita'

Conduzione nei solidi

Si ha flusso di cariche se c'è differenza di potenziale.

Per convenzione il flusso è quello delle cariche positive (da potenziale maggiore a potenziale minore).

Il flusso in realtà è di elettroni (quindi è opposto)

Flusso di cariche e' corrente elettrica.

Corrente media I_m in un intervallo di tempo t e':

$$I_m = \frac{Q}{t}$$

Q = carica totale passante per una sezione di un filo in certo tempo t

Corrente istantanea = derivata della carica rispetto al tempo:

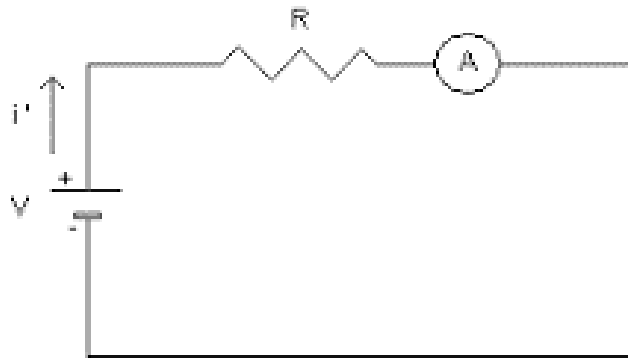
$$I = \frac{dQ}{dt}$$

Se corrente è stazionaria (differenza di potenziale costante ai capi del filo) allora corrente media = corrente istantanea

Unità di corrente elettrica: **Ampere (A)** = Coulomb/secondo

Consideriamo un circuito chiuso con:

- dispositivo (batteria) che genera differenza di potenziale V
- misuratore di corrente A
- filo conduttore che connette i vari componenti



Variando la differenza di potenziale: $V, 2V, 3 V \dots \rightarrow$
 si misura corrente $I, 2 I, 3 I, \dots$

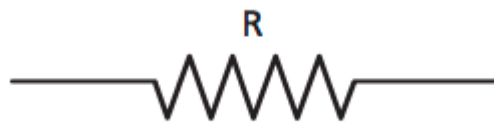
Corrente e' proporzionale alla differenza di potenziale posta ai capi del conduttore, secondo un fattore di proporzionalita' costante che chiameremo "resistenza" R :

$$\frac{V}{I} = \text{costante} = R$$

da cui deriva la **Legge di Ohm**:

$$V = R \cdot I$$

R e' la resistenza del circuito, che posso visualizzare nel mio schema del circuito col simbolo

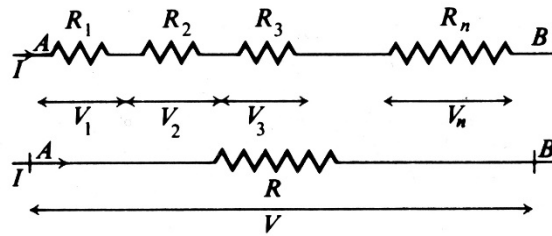


che riassume tutti i contributi alla resistenza provenienti dal filo conduttore. A questo punto nello schema il resto del filo di connessione e' considerato privo di resistenza.

Unita' di misura: **Ohm** (Ω) = Volt/Ampere

1 Ohm e' la resistenza di un conduttore con differenza di potenziale pari a 1 Volt quando fluisce 1 A di corrente.

Resistenze in serie



Fluisce corrente stazionaria $I \rightarrow I$ e' la stessa in tutti i resistori

Differenza di potenziale fra A e B e' V

Calcoliamo la resistenza equivalente R

Resistore equivalente $R \rightarrow$ deve valere $V = R I$

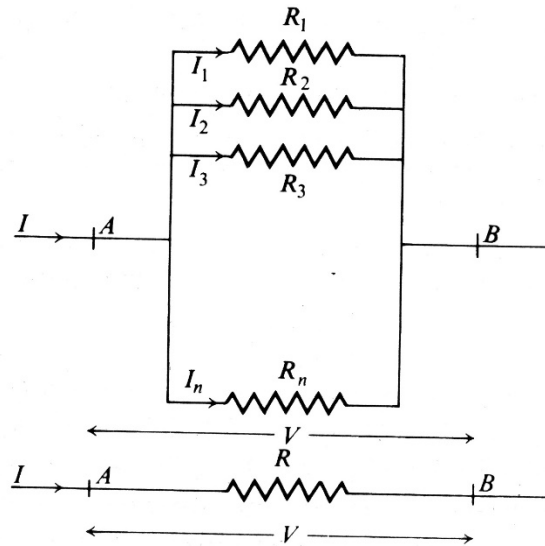
Per legge di Ohm

$$I R = V = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n = I R_1 + I R_2 + I R_3 + \dots + I R_n$$

$$\mathbf{R = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_n}$$

Resistenza equivalente e' **maggiore** delle singole resistenze: e' uguale alla somma delle singole resistenze

Resistenze in parallelo



Differenza di potenziale fra ciascun dei due capi dei resistori e' V

La corrente I si distribuisce nei vari rami a seconda delle resistenze

Calcoliamo la resistenza equivalente R

Nel circuito con R equivalente vale la legge $I = \frac{V}{R}$

Sempre per la legge di Ohm:

$$\frac{V}{R} = I = I_1 + I_2 + I_3 + \dots + I_n = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} + \dots + \frac{V}{R_n}$$

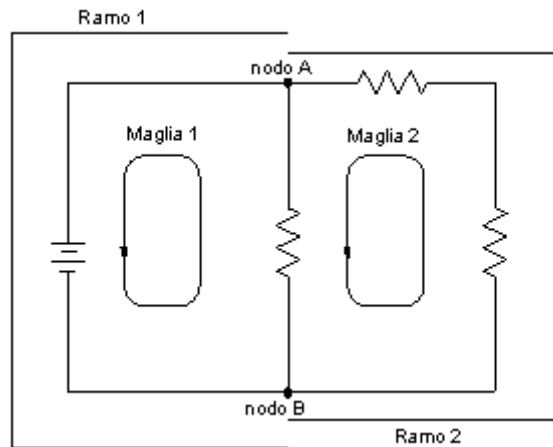
$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Resistenza equivalente e' **minore** delle singole resistenze: e' uguale al reciproco della somma dei reciproci delle singole resistenze

Circuiti elettrici e Leggi di Kirchhoff

Preso un circuito formato da tratti di conduttore che interconnettono componenti elettriche, si possono definire diversi elementi:

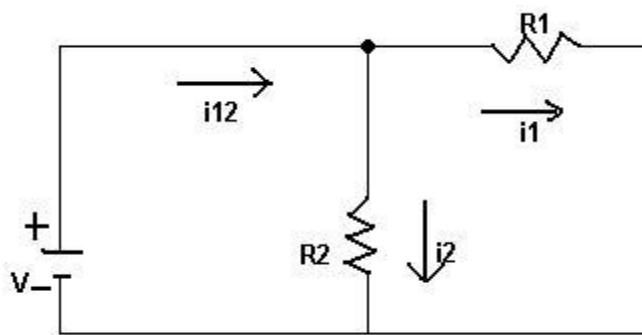
- **nodo**: punto in cui convergono più conduttori
- **maglie**: tratto chiuso di circuito
- **rami**: porzioni di maglia che connettono diversi nodi



Si può dimostrare che valgono le seguenti **Leggi di Kirchhoff**:

- 1) la somma algebrica delle intensità di corrente di tutte le correnti i_k confluenti in un nodo è nulla

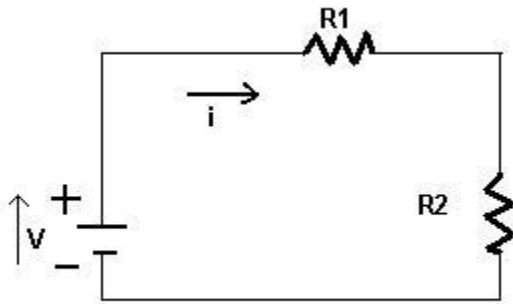
$$\sum_k i_k = 0$$



Legge dei nodi:
 $i_{12} = i_1 + i_2$

2) la somma algebrica delle forze elettromotrici presenti nei rami di una maglia è uguale alla somma algebrica delle differenze di potenziale ai capi dei resistori situati nei rami della maglia. Ovvero la somma algebrica di tutte le differenze di potenziale e potenze generate e' nulla:

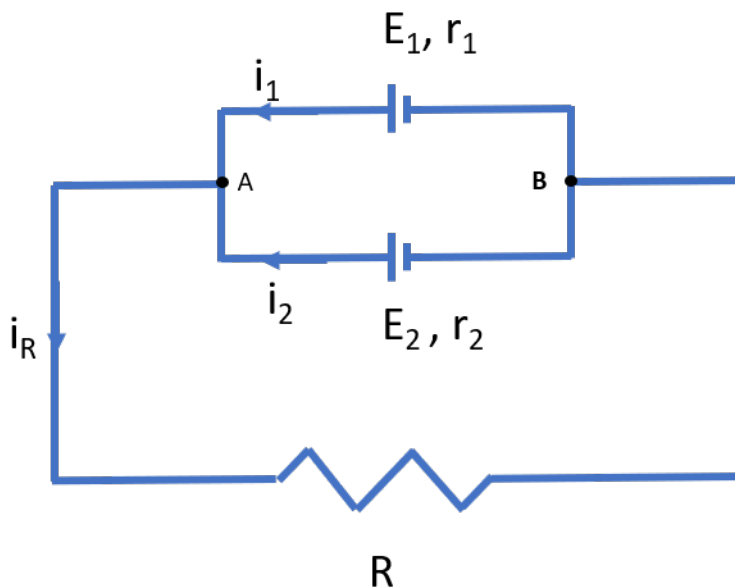
$$\sum_k R_k i_k = \sum_k \mathcal{E}_k$$



Legge delle maglie:
 $V - iR1 - iR2 = 0$

Esercizio Leggi di Kirkhhoff

Una batteria da 10 V con resistenza interna di 1 Ohm e' collegata in parallelo con un'altra batteria da 20 V con resistenza interna 2 Ohm. Calcolare la corrente che fluisce da ogni batteria e la potenza dissipata dalle batterie e da una resistenza da 30 Ohm in serie.



$$i_R = i_1 + i_2$$

maglia AE_1BE_2A

I potenziali sulla maglia in senso orario sono:

$$E_2 - i_2 r_2 - E_1 + i_1 r_1 = 0$$

$$2 \cdot i_2 - 1 \cdot i_1 = 20 - 10 = 10$$

Maglia BE_1ARB

Resistività

Se si hanno fili di lunghezza L diversa, con applicata la stessa differenza di potenziale V , si dimostra sperimentalmente che il grafico della corrente I in funzione di $1/L$ e' una retta, cioe' **I e' inversamente proporzionale a L** .

I proporzionale ad $1/L$

I proporzionale a $1/R$ (per legge di Ohm se V e' costante)

Quindi:

R proporzionale a L

Se si hanno fili di sezione A diversa, con applicata la stessa differenza di potenziale V , si dimostra sperimentalmente che il grafico della corrente I in funzione di A e' una retta, quindi **I e' direttamente proporzionale ad A**

I proporzionale ad A

I proporzionale a $1/R$

Quindi:

R proporzionale a $1/A$

Risulta:

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

ρ = resistivita' del materiale

Unita' di misura: $[\rho] = \Omega \cdot m$

Per molti materiali la resistivita' aumenta al crescere della temperatura

Manteniamo la stessa V e misuriamo I a diverse temperature

La variazione della resistenza e' proporzionale alla variazione di temperatura in intervalli non grandi (circa 0°C – 100°C)

$$R_t = R_0[1 + \alpha(t - t_0)]$$

$$\alpha = \frac{R_t - R_0}{R_0(t - t_0)}$$

E' **coefficiente di temperatura della resistenza**

E' la variazione relativa della resistenza per variazione di temperatura di 1 grado

Effetto termico della corrente (effetto Joule)

Supponiamo differenza di potenziale V fra punto A e punto B

Se in A il potenziale e' maggiore → carica Q in A presenta energia potenziale maggiore di Q rispetto quella in B

Carica fluisce da A (potenziale maggiore) a B (potenziale minore)

Lavoro compiuto su carica Q da campo di forze elettriche e' QV

Per esempio, se corrente fluisce in motore elettrico il lavoro e' convertito in energia meccanica

Se corrente passa in un resistore si ha aumento di energia cinetica di vibrazione → **lavoro della forza elettrica produce calore**

Se differenza di potenziale e' V → **lavoro e' Q · V**

Potenza dissipata dalla corrente e' uguale al rapporto tra lavoro e tempo:

$$P = \frac{QV}{t} = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

e si misura in Watts (W) con $1W = 1A \cdot 1V$

Legame potenza dissipata e calore dissipato per **Effetto Joule: per effetto della resistenza del mezzo l'energia cinetica acquistata dalla carica e' trasformata in energia termica**

Il **calore (in Joule)** è:

$$P t = I V t$$

- potenza di 1 W è applicata per 1 s → energia = 1 J

- 1 kW di potenza è applicato per 1 h → energia = 1 kWh = $10^3 \cdot 3600$ J