CONDUZIONE TERMICA

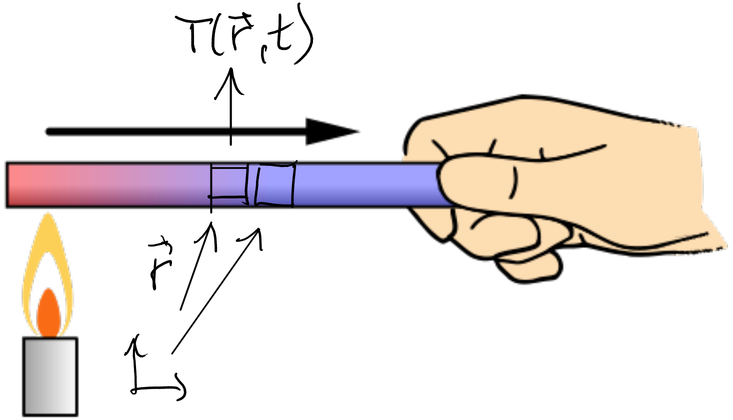
Stato di equilibrio di corpi macro → P, T, U, V, N ⇒ statico

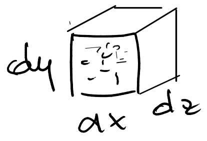
Trasformazioni quasi-statiche → successioni di stati di equilibrio

⚠ macchine termiche → max efficienza (reversibili) ⇏ max potenza

Termodinamica di <u>non-equilibrio</u> / processi <u>irreversibili</u> ⇒ dinamico

<u>Equilibrio locale</u> : tra t e $t+dt$, il sottosistema in un volumetto di lato dx, dy, dz che si trova in $\vec{r}$ è in condizione di equilibrio termo





$$\underset{\text{micro}}{l_0} \ll dx, dy, dz \ll \underset{\text{macro}}{l}$$

$$\underset{10^{-12}-10^{-9}\,s}{\tau_0} \ll dt \ll t$$

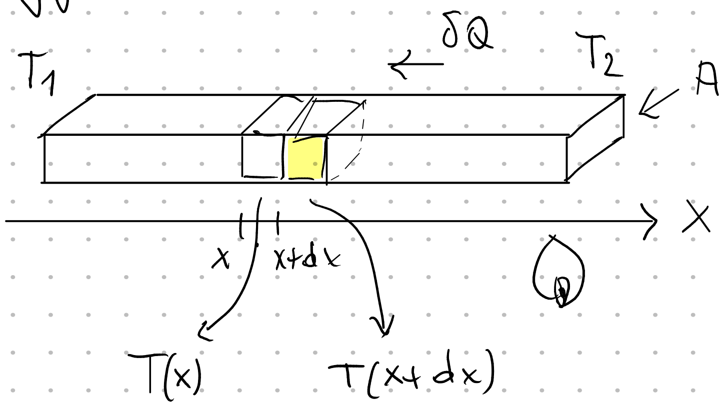
conduzione termica :
scambio "locale" d'energia
per effetti termici (calore)

→ solidi
→ liquidi
→ gas

Legge di Fourier

$T_2 > T_1$

dall'elemento in $x+dx$ con quello in x in dt



$$\delta Q \sim dA \, \frac{dT}{dx} \, dt \qquad \delta Q = C_V \, dT$$

↑ gradiente termico

$$dT = T(x+dx) - T(x)$$

$$dT > 0 \Rightarrow \frac{dT}{dx} > 0 \Rightarrow \delta Q < 0$$

$$\delta Q = -\lambda \, dA \, \frac{dT}{dx} \, dt$$

Joseph Fourier
1768 – 1830

$$I_u \equiv \frac{\delta Q}{dt} = -\lambda \, dA \, \frac{dT}{dx}$$

corrente termica (flusso termico) SI: $\frac{J}{s} = W$

$$J_u \equiv \frac{\delta Q}{dt \, dA} = -\lambda \frac{dT}{dx}.$$

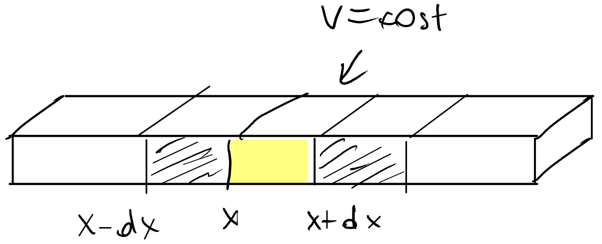
densità di corrente termica SI: $\frac{J}{s\,m^2} = \frac{W}{m^2}$

Legge di Fourier: $\boxed{J_u = -\lambda \frac{dT}{dx}}$ $\lambda \equiv$ conducibilità termica SI: $\frac{W}{m\,K}$

→ empirica

Conservazione energia

: $\underset{=0}{dE_c} + dU = \underset{=0}{\delta W} + \delta Q \Rightarrow dU = \delta Q$



per il sottosistema tra x e x+dx

$$dU = \delta Q_- + \delta Q_+ = J_u(x)\, dA\, dt - J_u(x+dx)\, dA\, dt$$

$U \to T, V, P, \ldots$?

$$\boxed{dU} = \underbrace{\left.\frac{\partial U}{\partial T}\right|_V}_{C_V} dT + \underbrace{\left.\frac{\partial U}{\partial V}\right|_T}_{=0} dV = \boxed{C_V\, dT} \Rightarrow U = C_V T \to \text{es. solidi armonici } C_V = 3nR$$

$$C_V\, dT = -dA\, dt\, [J_u(x+dx) - J_u(x)] \Rightarrow \rho\, dx\, \cancel{dA}\, c_V\, dT = -\cancel{dA}\, dt\, dJ_u$$

capacità termica : $C_V = m c_V = \rho \underbrace{dx\, dA}_{\text{volume}} c_V$

legge di Fourier

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{1}{\rho c_V} \frac{dJ_u}{dx} \to \frac{\partial T}{\partial t} = -\frac{1}{\rho c_V} \frac{\partial J_u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho c_V} \frac{\partial}{\partial x}\left(-\lambda \frac{\partial T}{\partial x}\right) = \frac{\lambda}{\rho c_V} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$$

$$\boxed{\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_V} \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}}$$

equazione del calore

cons. energia + legge di Fourier

$$\frac{\lambda}{\rho c_V} \equiv D_T$$ <u>diffusività termica</u>

-) eq. diff. alle derivate parziali

Stato stazionario : $\frac{\partial}{\partial t} = 0$

$$T(\vec{r}, t) \longrightarrow T(\vec{r})$$

3d : $\vec{J}_u = J_{ux}\,\vec{e}_x + J_{uy}\,\vec{e}_y + J_{uz}\,\vec{e}_z$

$$\vec{J}_u = -\lambda \vec{\nabla} T$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\lambda}{\rho c_V}\left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) = \frac{\lambda}{\rho c_V} \nabla^2 T$$

– din. Newtoniana : $\sum \vec{F} = m \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}$ $\quad t \to t' = -t \to t = -t'$

↓

reversibile

$$\sum \vec{F} = m \frac{d}{dt}\left(\frac{d}{dt}\vec{r}\right) = m \left(-\frac{d}{dt'}\right)\left(-\frac{d}{dt'}\vec{r}\right) = m \frac{d\vec{r}}{dt'}$$

– eq. del calore : $-\frac{\partial T}{\partial t'} = D_T \frac{\partial^2 T}{\partial x^2}$

↓

irreversibile