RICERCA IN PROFONDITÀ

INFORMATICA

RICERCA IN PROFONDITÀ

- La ricerca in profondità (depth-first search o DFS) è l'altro algoritmo standard di visita dei grafi
- Dato un grafo $G = (V, E)$ e un nodo $s \in V$ detto nodo sorgente la ricerca in profondità esplora tutti i nodi raggiungibili a partire da s.
- Se rimangono nodi non esplorati si ripete la ricerca in profondità su di essi*

* questo è fattibile anche con BFS, ma generalmente BFS si usa per trovare la distanza minima da un nodo sorgente, DFS si usa per altri scopi.

RICERCA IN PROFONDITÀ

- Solitamente DFS salva due tempi:
  - Il tempo di scoperta, quando il nodo è stato visitato per la prima volta (quando diventa grigio)
  - Il tempo di fine visita, quando tutti i suoi vicini sono stati visitati (quando diventa nero)
- Questi due tempi sono poi utilizzati da altri algoritmi che hanno DFS come subroutine

RICERCA IN PROFONDITÀ

- La ricerca in profondità può essere espressa in due modi diversi: ricorsivo e iterativo:
  - Ricorsivo è come viene solitamente presentata, ed il caso che vedremo.
- Una versione iterativa può essere ottenuta sostituendo nella BFS la coda con uno stack.

RICERCA IN PROFONDITÀ: IDEA

- Dato un nodo $u \in V$
- Colora il nodo di grigio
- Se esiste scegli un nodo bianco adiacente e richiama ricorsivamente la visita in profondità su quel nodo
- Ripeti il punto precedente finché rimangono nodi bianchi
- Colora il nodo di nero

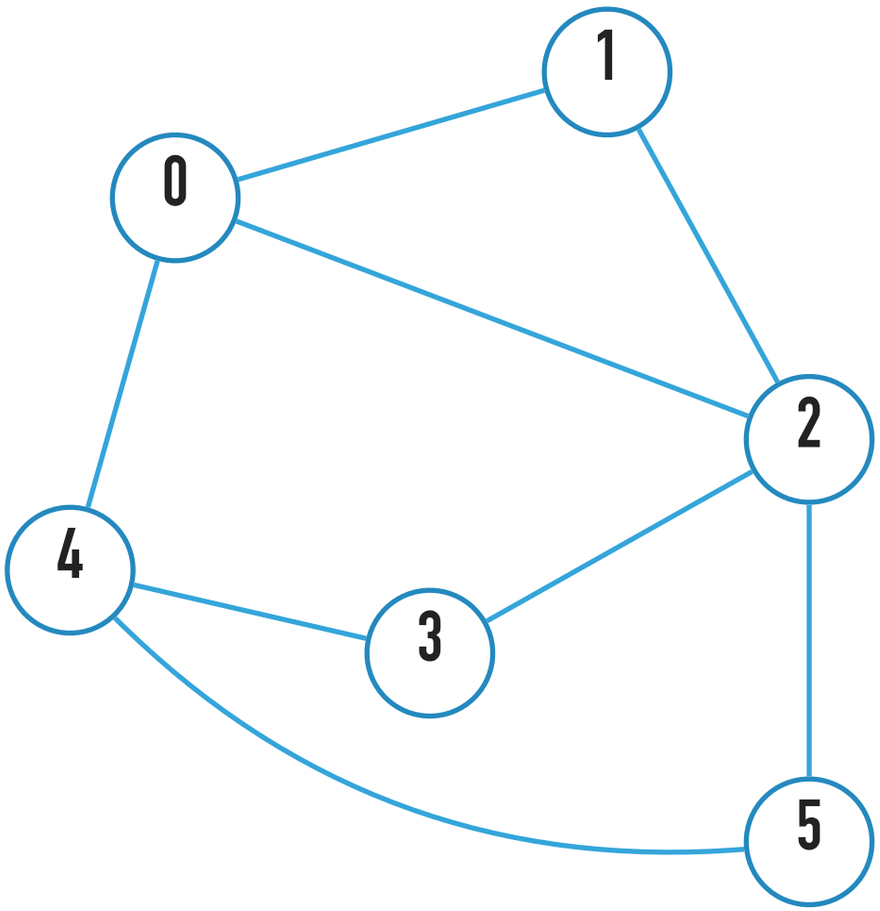
PSEUDOCODICE: INIZIALIZZAZIONE

```
Parametri: grafo G
# inizialmente impostiamo colore e predecessore per tutti i nodi
for all v ∈ V:
    colore[v] = bianco
    predecessore[v] = None
tempo = 0 # un contatore globale per il tempo di visita dei nodi
for all u ∈ V
    if colore[u] == bianco
        DFS-VISIT(G, u) # chiamiamo la procedura di ricorsiva visita
```

PSEUDOCODICE: PROCEDURA DFS-VISIT

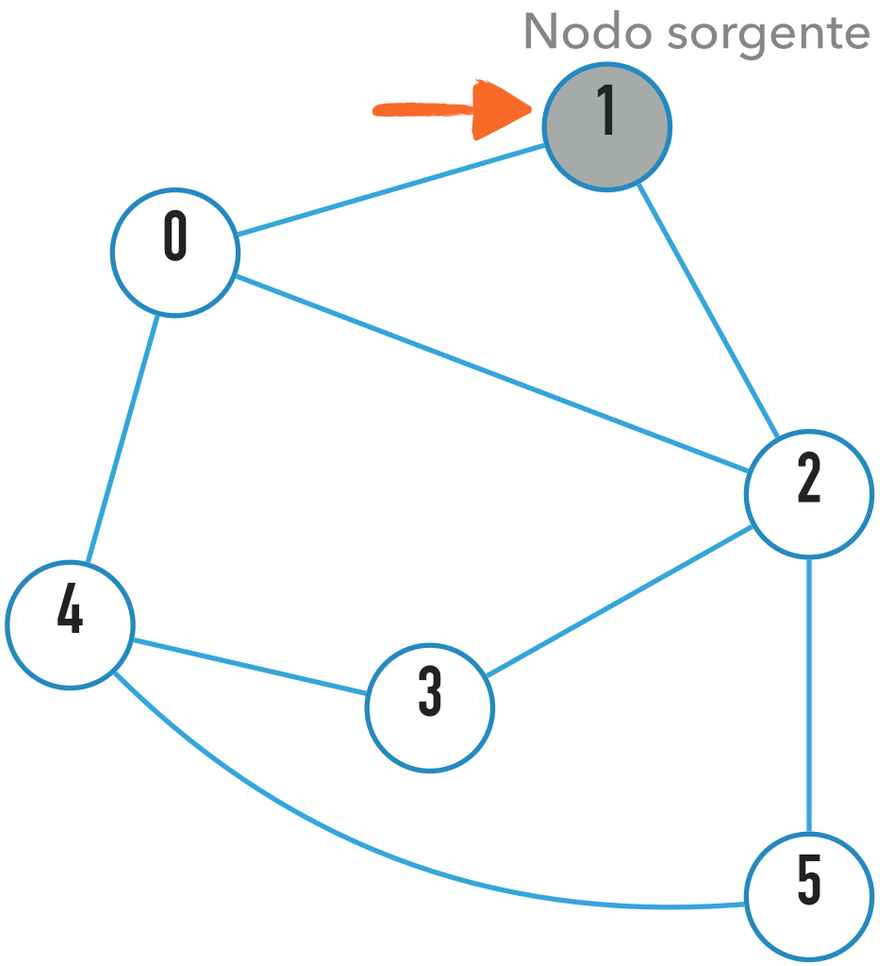
```
Parametri: grafo G, nodo u
tempo = tempo + 1 # incrementiamo il tempo globale
tempo_inizio[u] = tempo
colore[u] = grigio
for all v adiacenti a u
    if colore[v] == bianco # se è la prima volta che vediamo v
        precedessore[v] = u # ci siamo arrivati da u
        DFS-VISIT(G, v) # e ricorsivamente iniziamo la procedura di visita
colore[u] = nero # arrivati qui abbiamo visitato tutti i nodi adiacenti a u
tempo = tempo + 1
tempo_fine[u] = tempo
```

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Tempo **0**

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Stack di chiamate

NODO: 1

Iniziamo chiamando la procedura di visita sul primo nodo bianco che troviamo e lo coloriamo di grigio

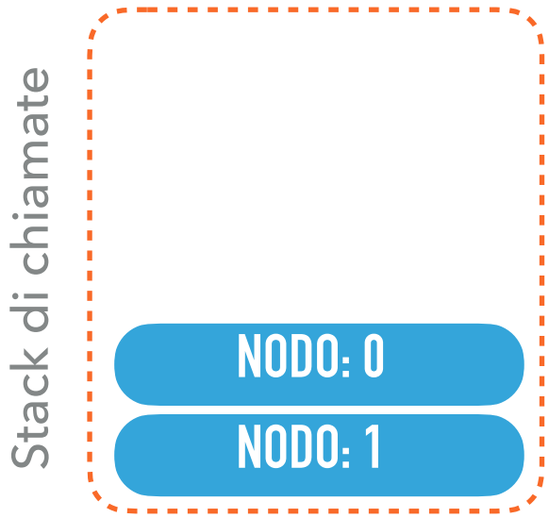
Tempo 1

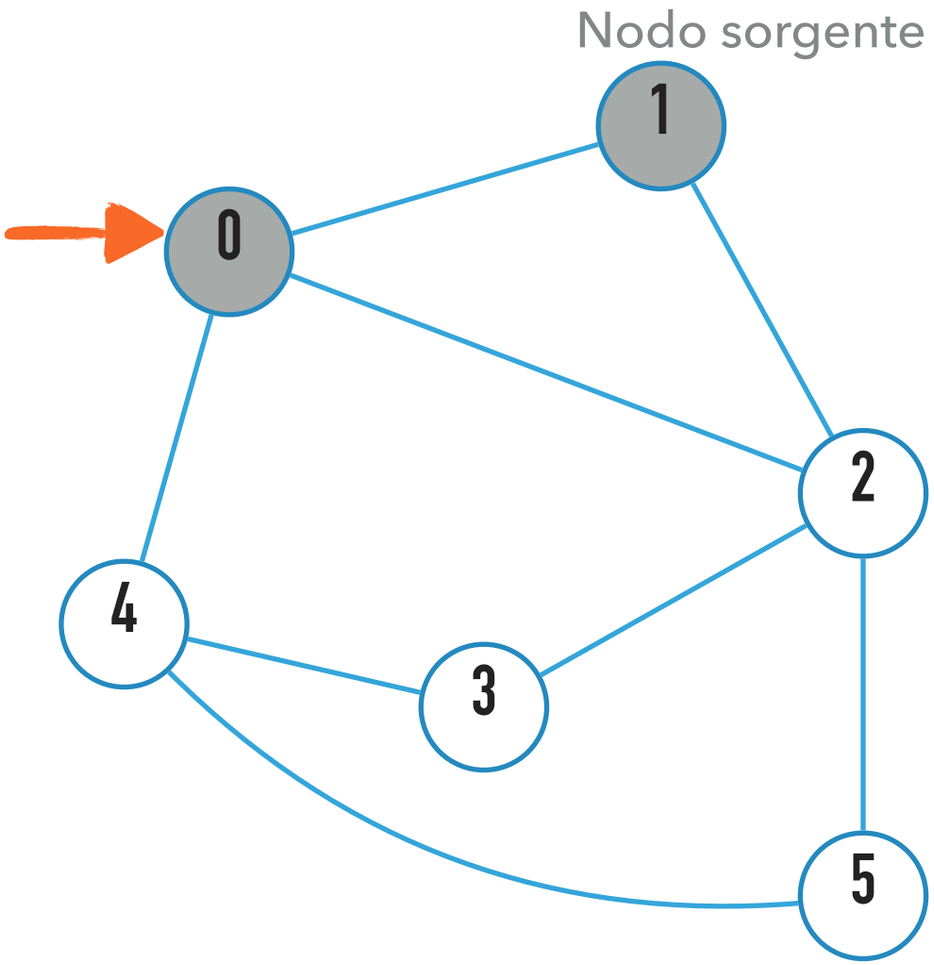
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio		1				

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine						

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	-	-	-	-	-	-

ESEMPIO DI ESECUZIONE





Chiamiamo la procedura di visita in profondità ricorsivamente su ciascuno dei nodi bianchi adiacenti quello corrente

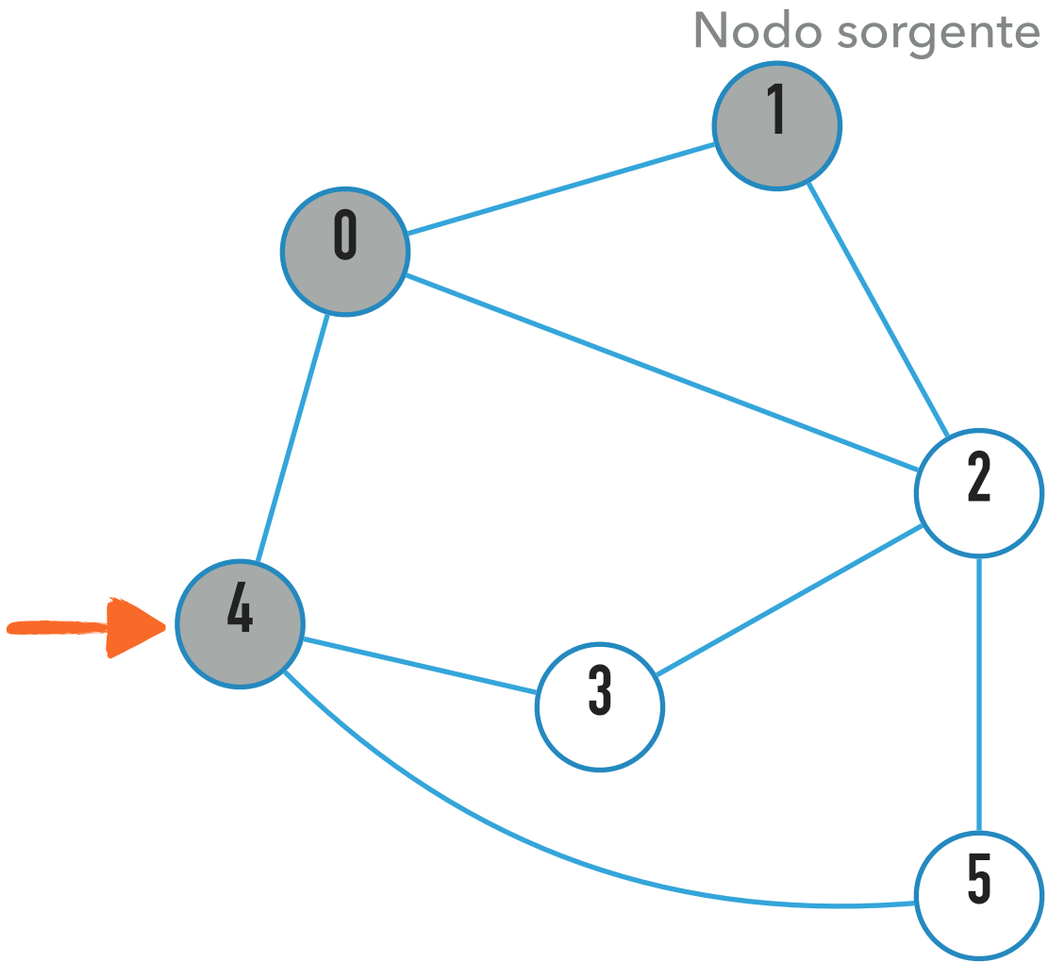
Tempo 2

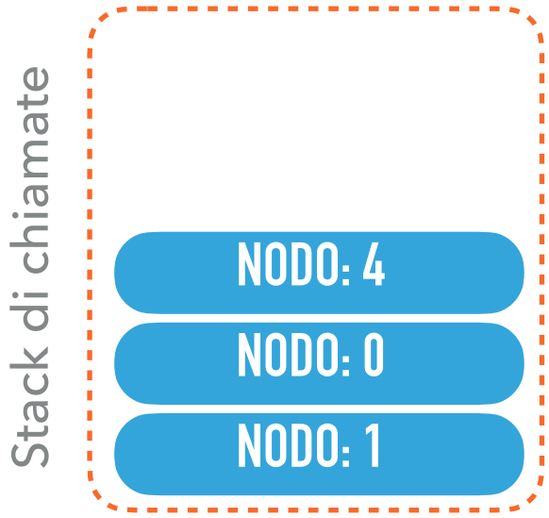
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1				

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine						

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	-	-	-	-

ESEMPIO DI ESECUZIONE





Chiamiamo la procedura di visita in profondità ricorsivamente su ciascuno dei nodi bianchi adiacenti quello corrente

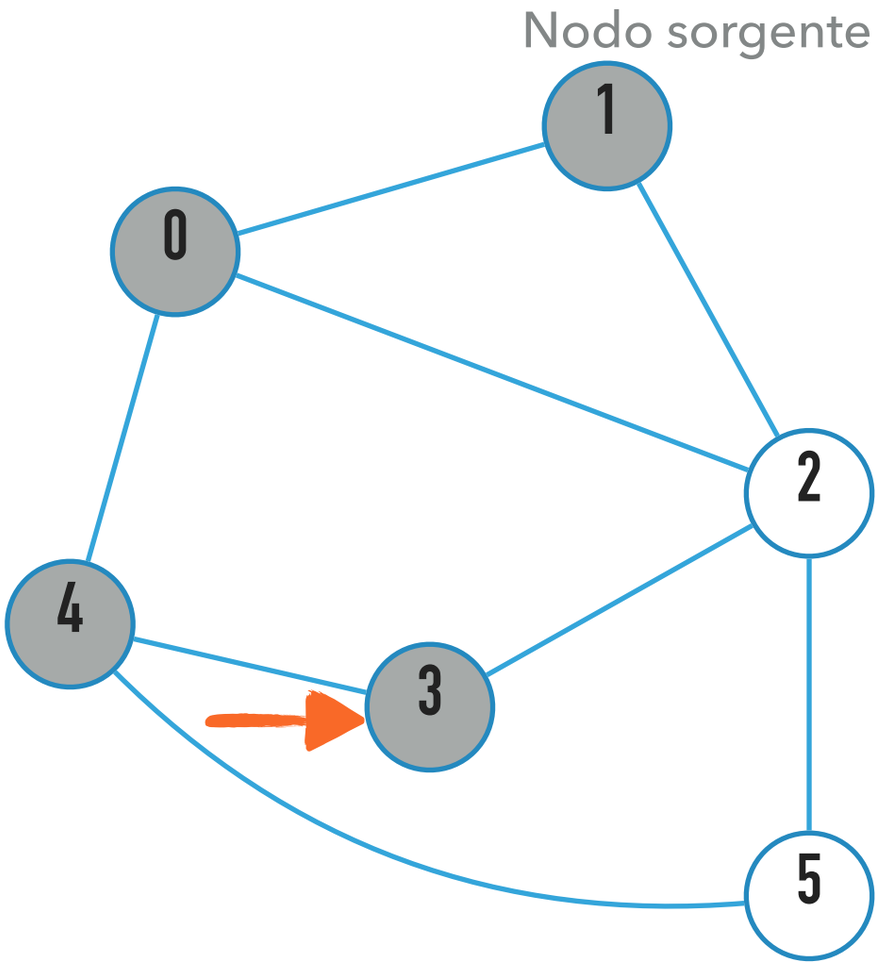
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1			3	

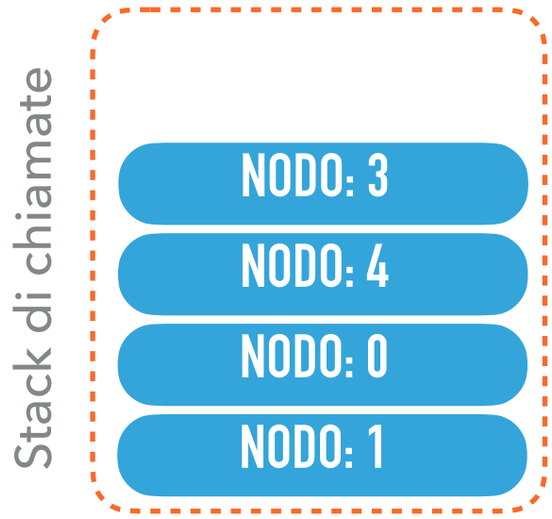
	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine						

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	-	-	0	-

Tempo	3

ESEMPIO DI ESECUZIONE



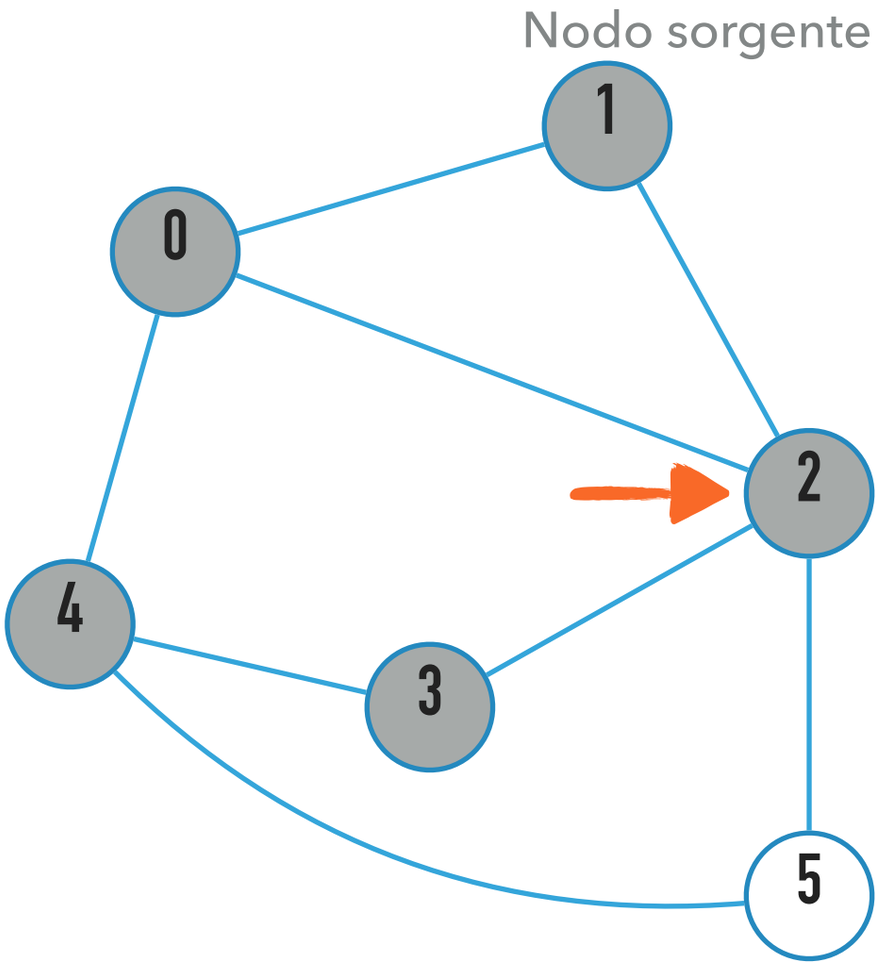


Chiamiamo la procedura di visita in profondità ricorsivamente su ciascuno dei nodi bianchi adiacenti quello corrente

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1		4	3	
Tempo_fine						
Predecessore	1	-	-	4	0	-

Tempo	4

ESEMPIO DI ESECUZIONE



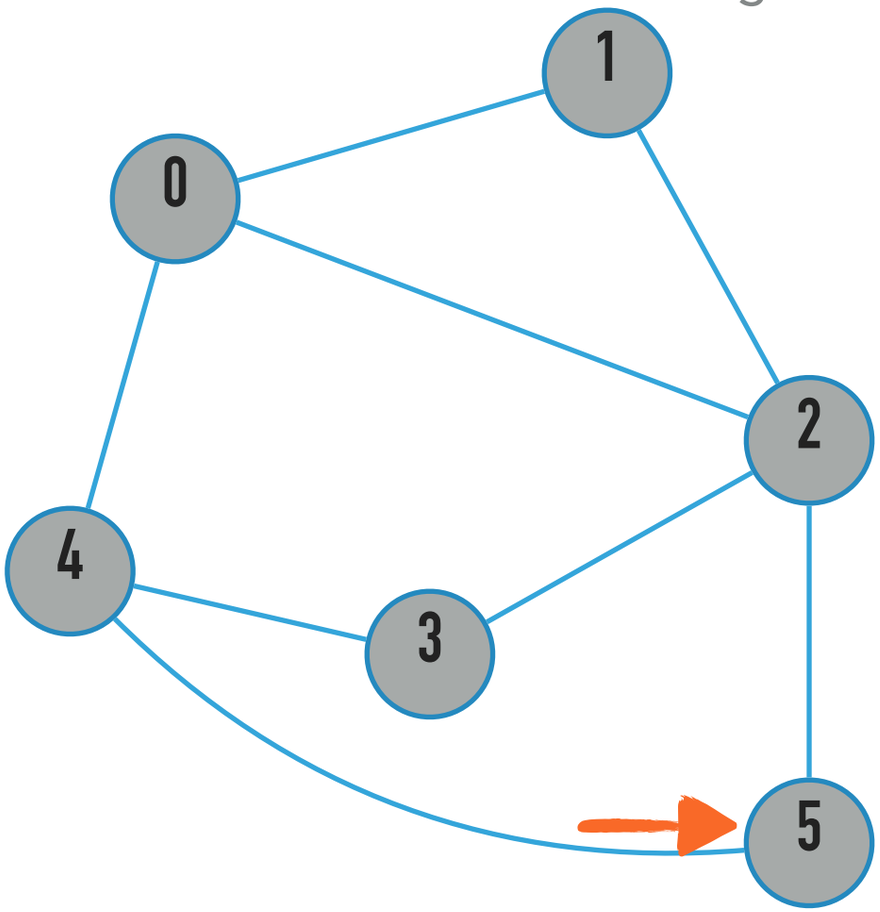
Stack di chiamate

Chiamiamo la procedura di visita in profondità ricorsivamente su ciascuno dei nodi bianchi adiacenti quello corrente

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	
Tempo_fine						
Predecessore	1	-	3	4	0	-

Tempo	5

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Stack di chiamate

Chiamiamo la procedura di visita in profondità ricorsivamente su ciascuno dei nodi bianchi adiacenti quello corrente

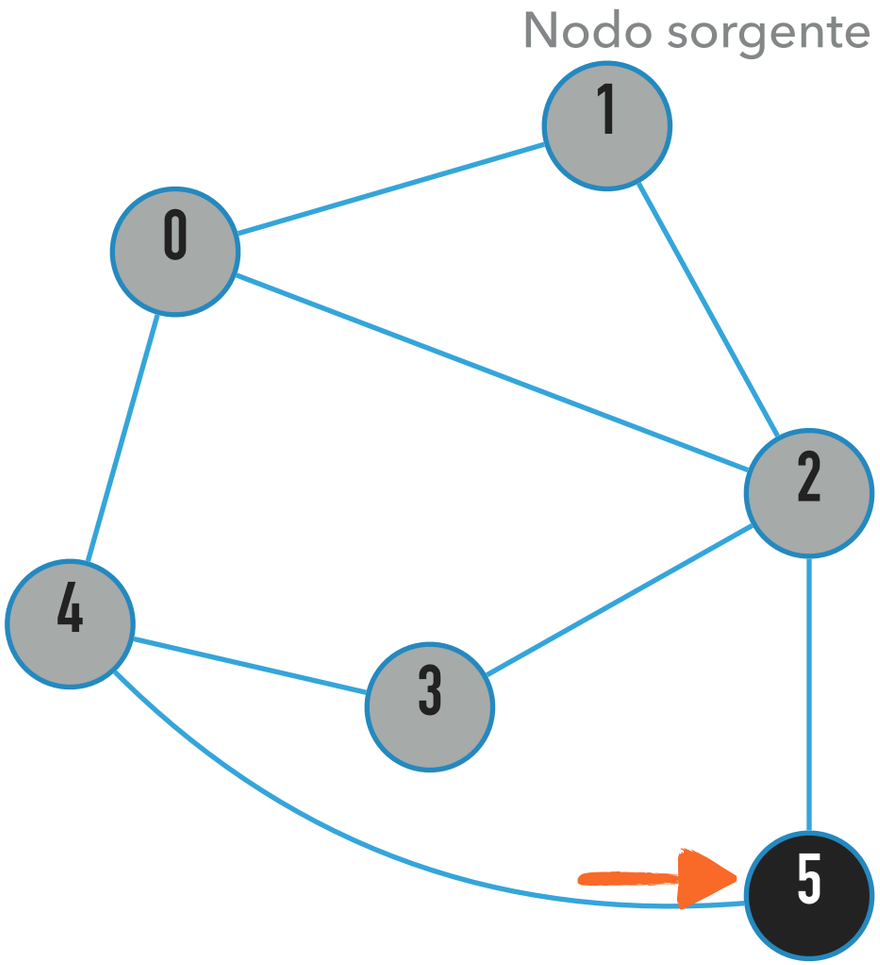
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine						

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	3	4	0	2

Tempo	6

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Stack di chiamate

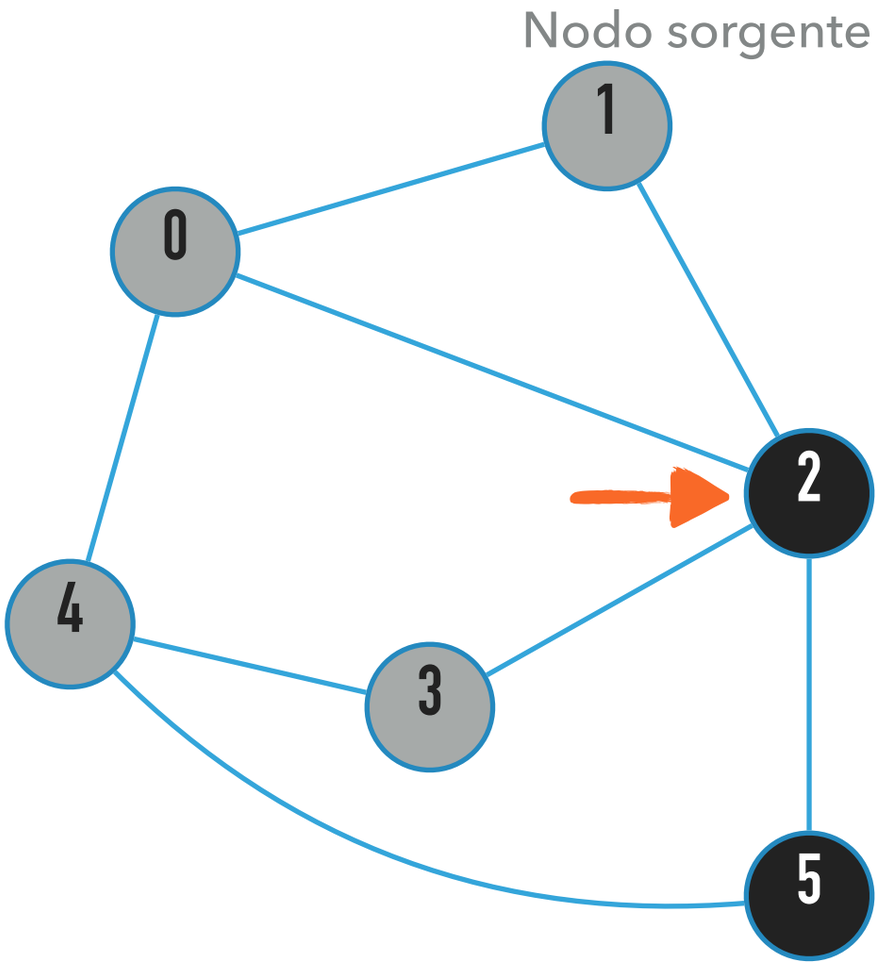
- NODO: 5
- NODO: 2
- NODO: 3
- NODO: 4
- NODO: 0
- NODO: 1

Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6
Tempo_fine						7
Predecessore	1	-	3	4	0	2

Tempo 7

ESEMPIO DI ESECUZIONE



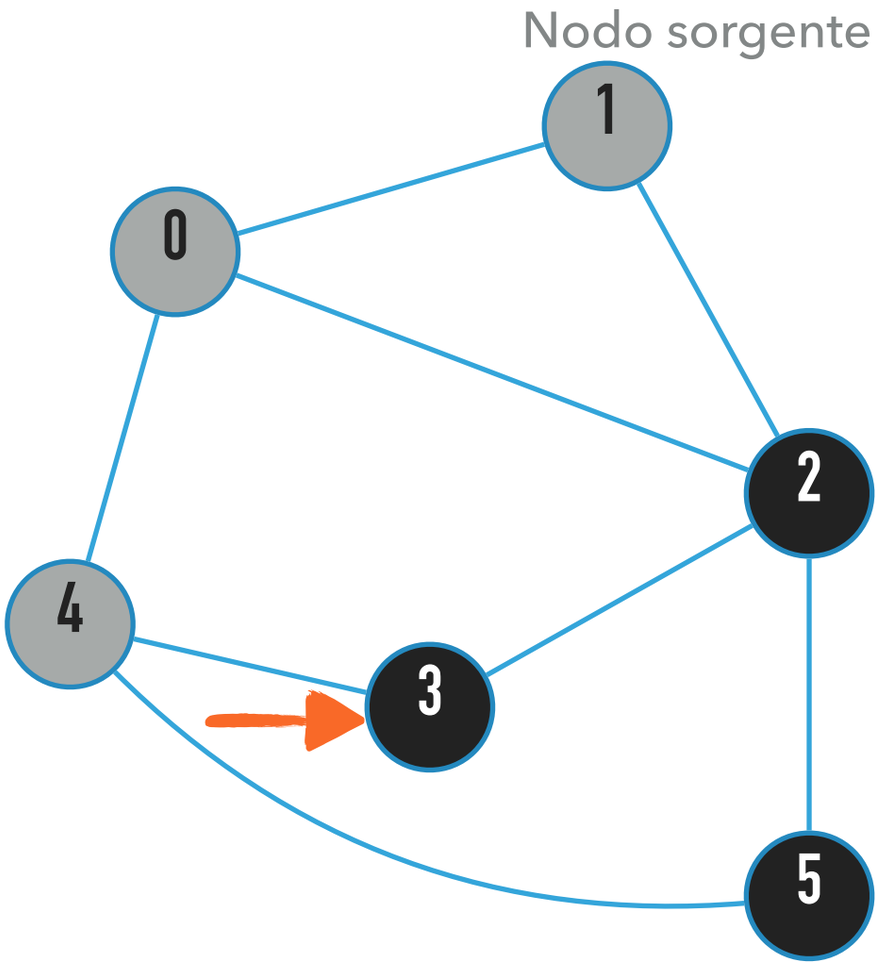
Stack di chiamate

Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6
Tempo_fine			8			7
Predecessore	1	-	3	4	0	2

Tempo	8

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Tempo | 9

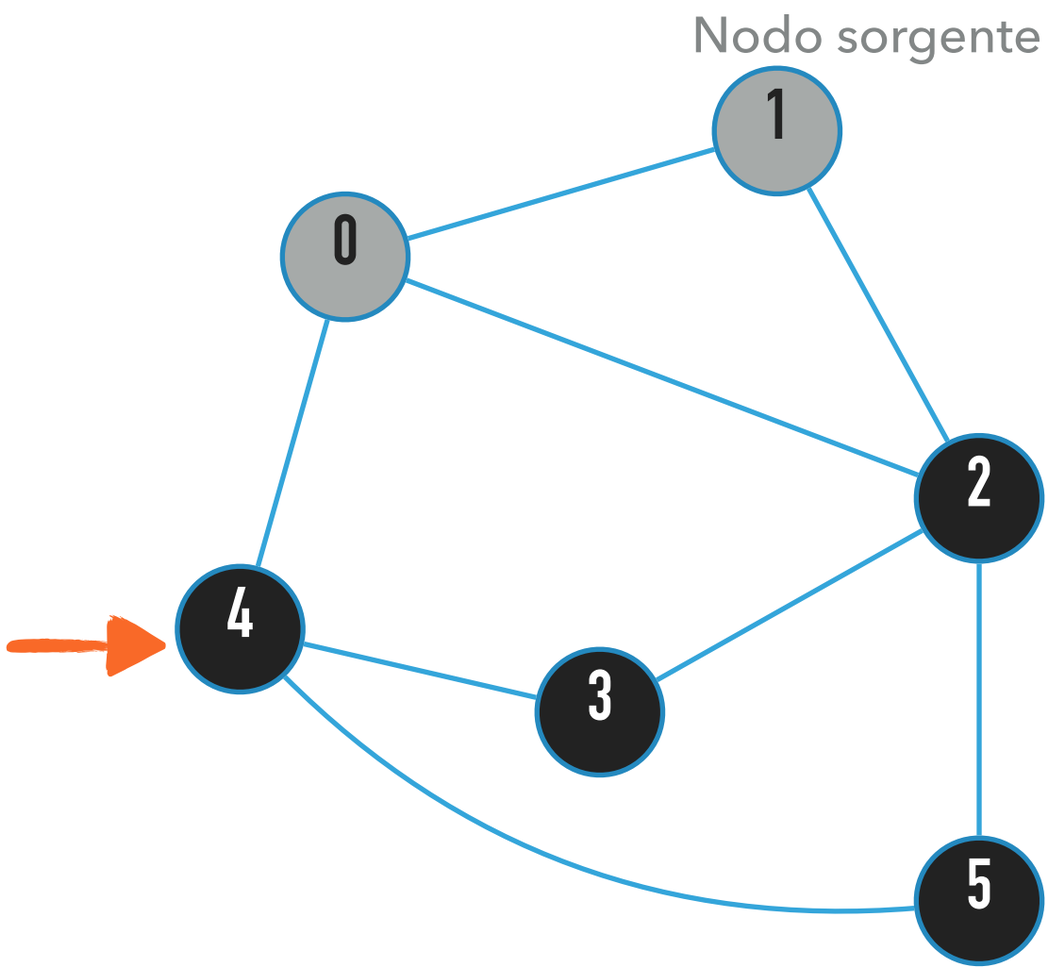
Stack di chiamate

- NODO: 3
- NODO: 4
- NODO: 0
- NODO: 1

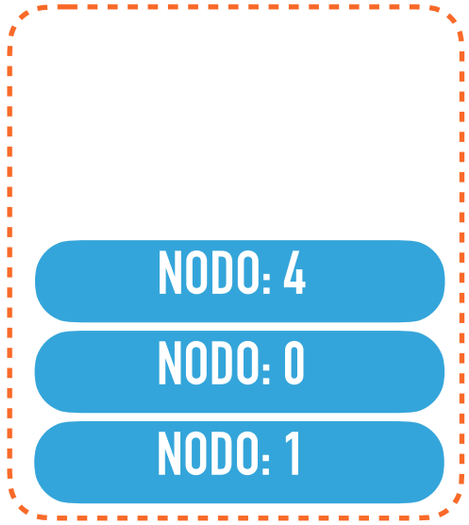
Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6
Tempo_fine			8	9		7
Predecessore	1	-	3	4	0	2

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Stack di chiamate



Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

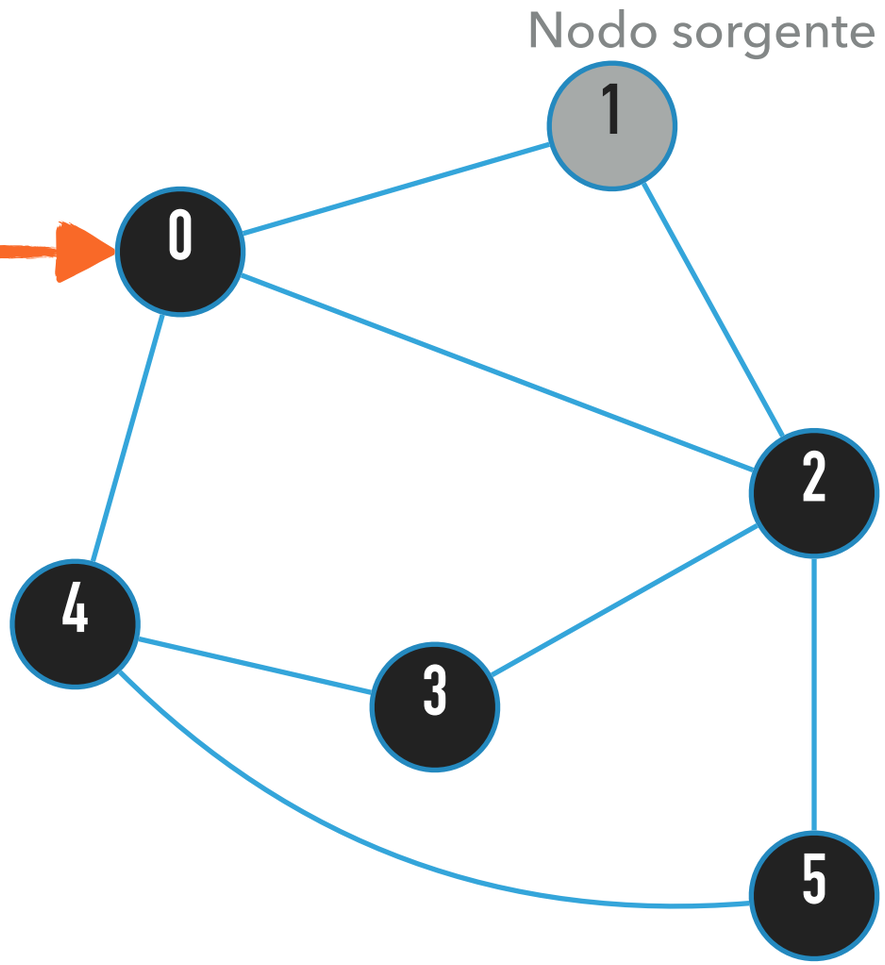
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine			8	9	10	7

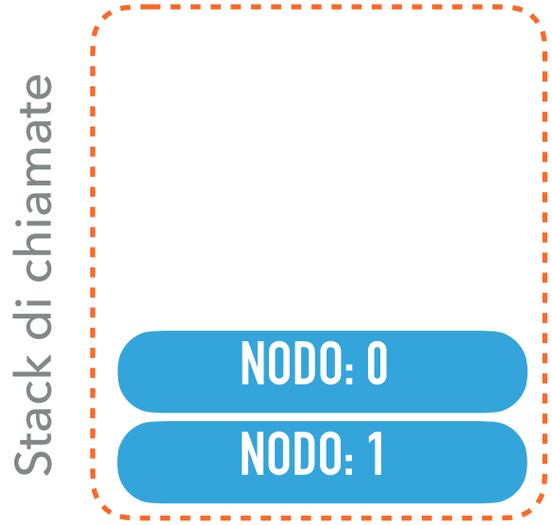
	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	3	4	0	2

Tempo	10

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Tempo 11



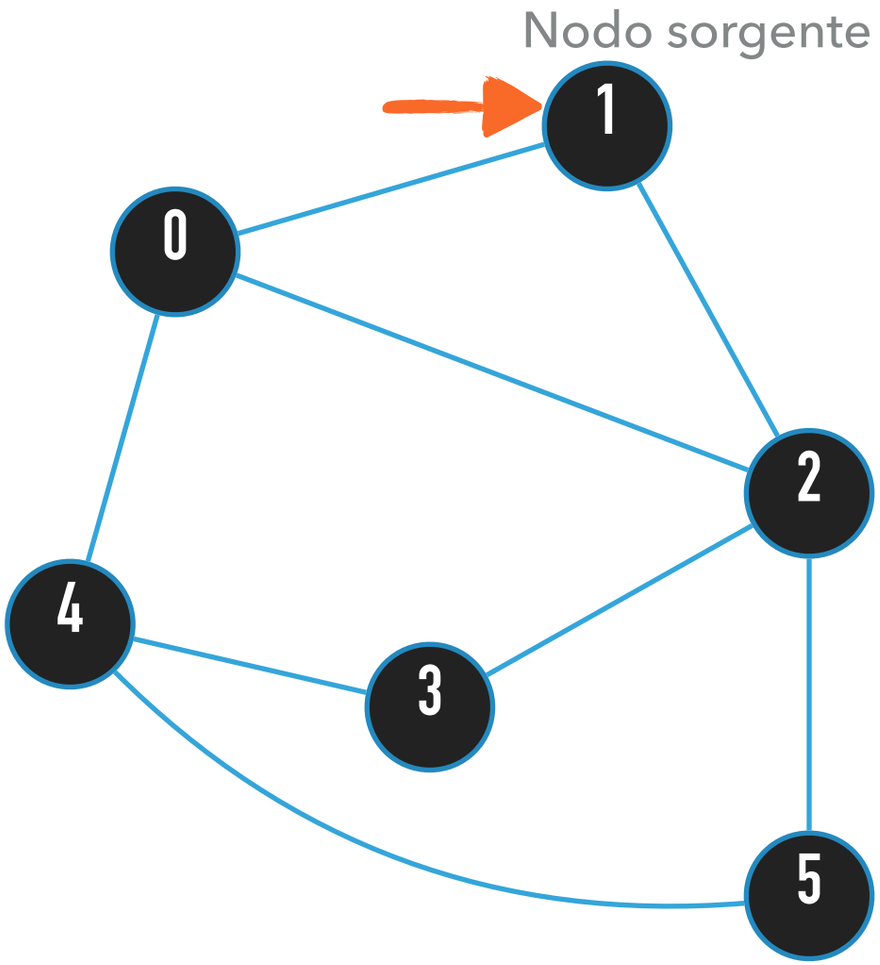
Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine	11		8	9	10	7

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	3	4	0	2

ESEMPIO DI ESECUZIONE



Stack di chiamate

NODO: 1

Dato che non possiamo più effettuare chiamate ricorsive, abbiamo finito di visitare il nodo corrente. aggiorniamo colore, tempo di fine e ritorniamo dalla chiamata ricorsiva

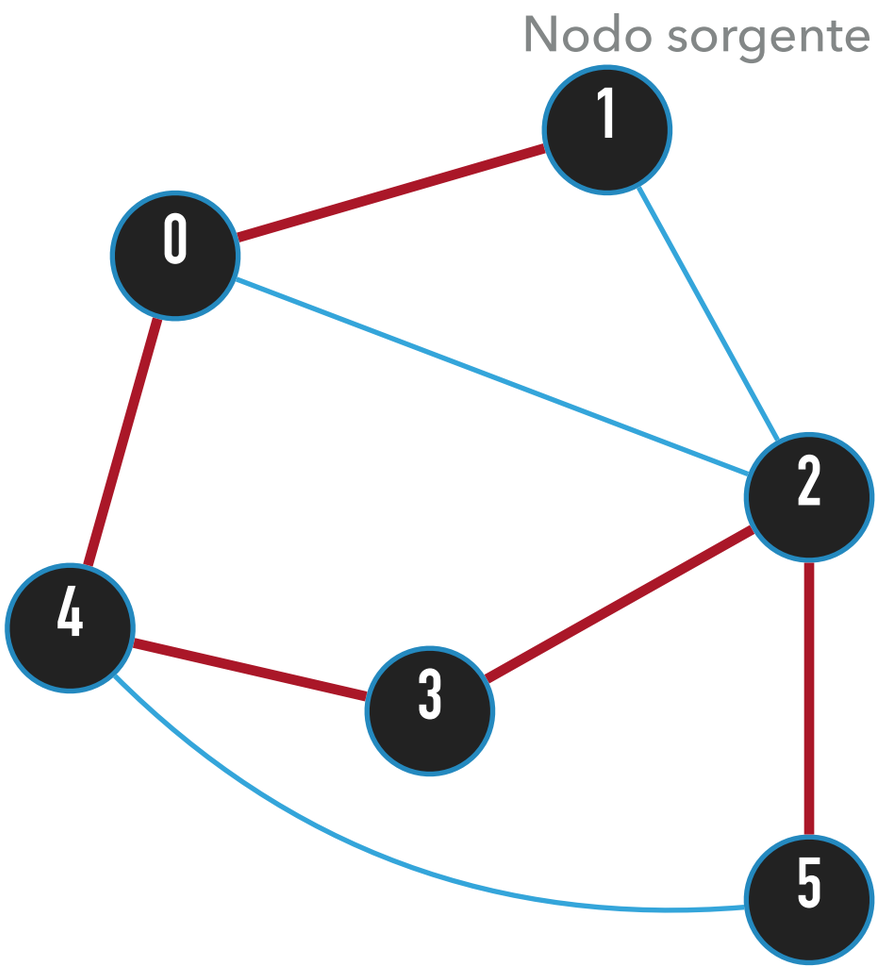
	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine	11	12	8	9	10	7

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	3	4	0	2

Tempo	12

RISULTATI



Abbiamo ottenuto un albero DFS. Notate come sia diverso dall'albero BFS e come i percorsi su di esso non rappresentino, in generale, il percorso di lunghezza minima dal nodo di partenza

	0	1	2	3	4	5
Tempo_inizio	2	1	5	4	3	6

	0	1	2	3	4	5
Tempo_fine	11	12	8	9	10	7

	0	1	2	3	4	5
Predecessore	1	-	3	4	0	2

ANALISI DELLA COMPLESSITÀ

- Notiamo che DFS-VISIT viene chiamata al più una volta per ogni nodo, dato che la chiamata avviene solo se il nodo viene visitato per la prima volta (era bianco) e viene immediatamente ricolorato di grigio, quindi $\Theta(V)$ chiamate a DFS-VISIT
- Su **tutte** le chiamate a DFS-VISIT, il ciclo che itera sui nodi adiacenti viene eseguito in totale $\Theta(E)$ volte
- Otteniamo quindi una complessità di $\Theta(V + E)$

AMPIEZZA VS PROFONDITÀ

- La scelta di una o dell'altra tipologia di visita dipende dalle specifiche dell'algoritmo
- Per trovare il percorso di lunghezza minima? BFS
- Spesso per grafi diretti si utilizza DFS
- Notate come in BFS la coda sia esplicita, mentre in DFS lo stack è implicitamente fornito dalle chiamate ricorsive