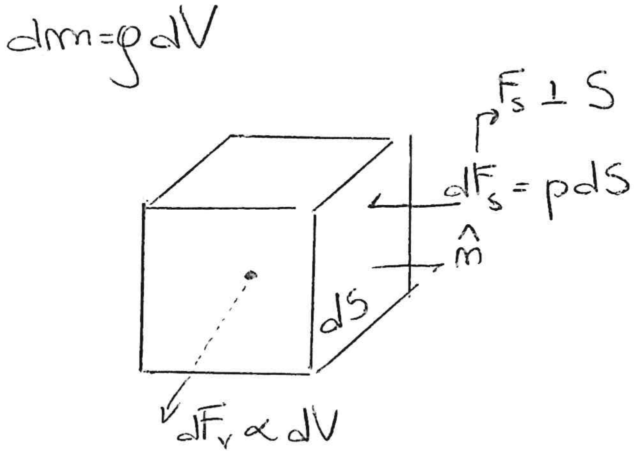
Fluidi

&

Termodinamica


dm = ρ dV
F_s ⊥ S
dF_s = p dS
m̂
dS
dF_v ∝ dV

○ Fluidi

Mancanza struttura Atomica / Molecolare Ordinata

Generalità: Sostanza liquida o gassosa senza una forma propria; assume forma recipiente.

- Liquido: Volume definito

  $\rho_{liq} \gtrsim 10^3 \rho_{gas}$

  Praticamente Incomprimibili

Differenze dovute ai diversi legami tra le molecole/atomi nelle due fasi

- Gas: Volume = Volume Recipiente

  $\rho_{gas} \ll \rho_{liq}$; $\partial \rho_{gas} / \partial T$ $\partial \rho_{gas} / \partial p$ $\gg 1$ → Ovvero molto sensibile

  Compressibile con facilità

→ Sia nei liquidi che nei gas distanze medie tra le molecole sono << alle dimensioni macroscopiche, possono quindi essere trattati come corpi continui.

→ Caratteristica principale dei fluidi è la possibilità di scorrimento di un qualsiasi elemento di fluido rispetto ad un altro adiacente (o ad una parete)

→ Ovvero un fluido NON sopporta uno sforzo di taglio (F tg alla sup.ce)

Per un fluido non ha senso parlare di forza applicata ad un punto; ~~essa si parlerà~~ ~~che~~ per ciascun elemento di massa $dm = \rho dV$ (con ρ densità) consideriamo invece le "forze di Volume" ($dF_V \propto dm$ e/o dV), come la forza peso ($dF = g dm = g\rho dV$) e le "forze di superficie" ($dF_S = p dS$) dovute all'azione del fluido al di là dell'elemento considerato.

- Elemento di Massa fluido: $dm = \rho dV$ [Kg]
- Densità: $\rho = dm / dV$; se costante nel volume $\rho = m / V$ [Kg/m³]
- Pressione: $p = dF / dS$; o se F costante sulla sup. $p = F / S$ [Pa] = N/m²

$F \perp$ alla sup.ce

1 bar = 10^5 Pa

15

P = 1

→ Se forza di volume conservativa: posso esprimerla come gradiente dell'energia potenziale

$$\vec{F}_v = -\vec{\nabla} E_p$$

$$\Downarrow$$

$$\vec{\nabla} p = -\rho \vec{\nabla} E_{p/m}$$

$$\downarrow$$

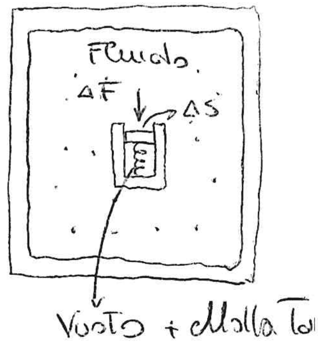
le superfici equipotenziali sono superfici ISOBARICHE (i.e. $\vec{\nabla} E_p = 0 \Rightarrow \vec{\nabla} p = 0$)

Nota che p fa le veci di una densità di "energia di pressione"

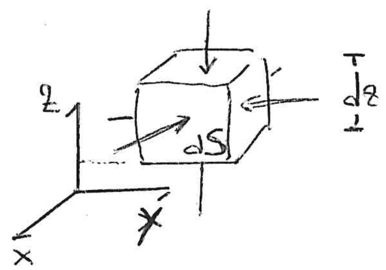
$$F_{press} = -\frac{\vec{\nabla} p}{\rho} m = -\vec{\nabla} p V = -\vec{\nabla} E_{press}$$

$$p = E_{press} / V$$

- pressione è una quantità SCALARE:
Se utilizzo un sensore come quello in figura misurerò la stessa pressione $p = \Delta F / \Delta S$ in qualsiasi modo orienti la superficie del sensore.



- Fluidi a Riposo
- Equilibrio statico di un fluido: Tutti gli elementi del fluido hanno accelerazione e velocità nulla (in un sistema di riferimento inerziale):
Ovvero $\forall$ elemento di fluido vale:



$$d\vec{F}_S + d\vec{F}_V = 0 \quad \text{(relazione vettoriale)}$$

e.g. asse z:

i) $dF_{S,z} = p(z)\,dS - p(z + dz)\,dS = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dz\,dS = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dV$

$p(z + dz) = p(z) + \frac{\partial p}{\partial z}\,dz$ → derivata parziale rispetto a "z"

e.g. $f_z = g$ (Forza per unità di massa)

ii) $dF_{V,z} = f_z\,dm = f_z\,\rho\,dV$

iii) $dF_{S,z} + dF_{V,z} = -\frac{\partial p}{\partial z}\,dV + f_z\,\rho\,dV = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = \rho f_z$ → Condizione equilibrio statico lungo z

Valida $\forall$ asse

$$\Rightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho f_x \; ; \; \frac{\partial p}{\partial y} = \rho f_y \; ; \; \frac{\partial p}{\partial z} = \rho f_z$$

CONDIZIONE EQUILIBRIO STATICO di un FLUIDO

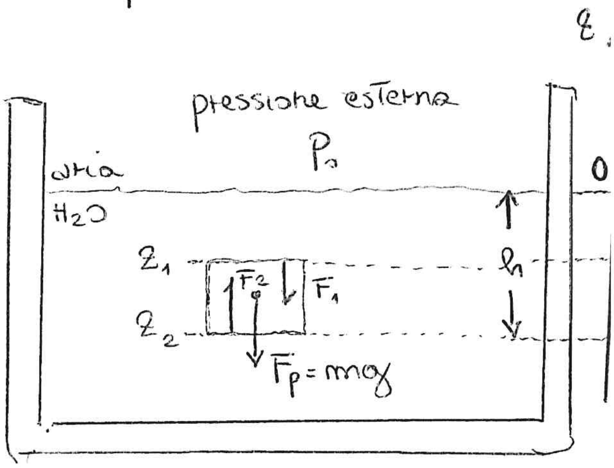
$$(\vec{\nabla} p = \rho \vec{f})$$

→ Se agisce una forza di volume la pressione ~~del~~ del fluido NON può essere costante ($\partial p / \partial x \neq 0$). La pressione aumenta ($\partial p / \partial x > 0$) in direzione della forza.

• Equilibrio statico in presenza della forza peso:

Lungo asse x, y $F_V = 0$ quindi anche $F_S = 0$ in quanto fluido in equilibrio.

Lungo asse z:



i) $F_2 = F_1 + mg$ → Forza peso

Forze di pressione sulle due facce, superiore ed inferiore

ii) $F_2 = p_2 S \quad F_1 = p_1 S \qquad F_p = mg = \rho V g = \rho S(z_1 - z_2) g$

Sostituendo in i) e semplificando S

$$p_2 - p_1 = \rho g (z_1 - z_2)$$

Se scegliamo z_2 al livello $\emptyset$ dell'acqua:

$$p(h) = p_0 + \rho g h \qquad \text{(Legge di Stevino)}$$

pressione esterna — pressione colonna di fluido sovrastante

→ la stessa formula poteva essere derivata dall'equazione di EQUILIBRIO STATICO DI UN FLUIDO:

$$f_x = f_y = 0 \Rightarrow \frac{\partial p}{\partial x} = \frac{\partial p}{\partial y} = 0 \Rightarrow p = cost \quad \text{lungo asse x ed y}$$

$f_z = -g$ (forza peso per unità di massa) — diretta verso z negativi

$$\hookrightarrow \frac{\partial p}{\partial z} = -\rho g \Rightarrow \int_{z_1}^{z_2} dp = -\int_{z_1}^{z_2} \rho g \, dz \Rightarrow P_2 - P_1 = \rho g (z_1 - z_2)$$

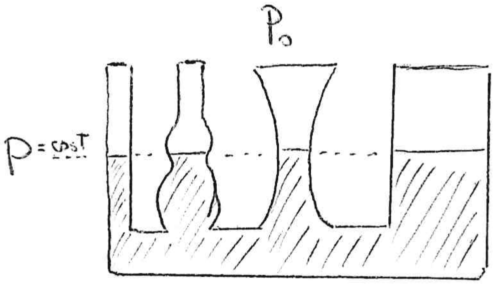
costante nel fluido

c.v.d.

⇒ Un fluido in quiete sotto la forza peso ha pressione costante lungo piani orizzontali, mentre cresce linearmente la pressione con la profondità. La pressione ad una data profondità NON dipende dalla forma del contenitore

• Alcuni esempi notevoli:

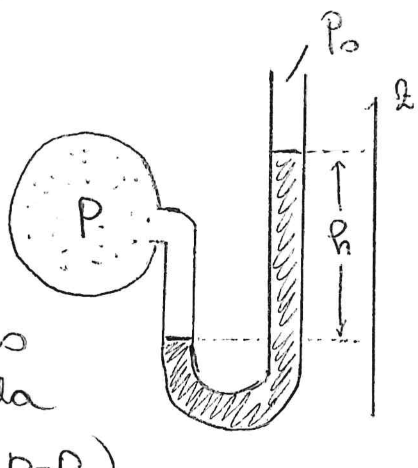
• Principio vasi comunicanti:



Dato un sistema di recipienti collegati tra loro, riempiti dallo stesso liquido, e aperti nello stesso ambiente, il liquido si dispone nei vari recipienti allo stesso livello rispetto al suolo, indipendentemente dalla forma del recipiente $\Rightarrow$ Questo si ricava dalla legge di Stevino in quanto, in condizioni di quiete, il fluido ha la stessa pressione a parità di livello.

• Manometro a "U" (o a "Tubo aperto")

I due rami del recipiente comunicano con ambienti a pressioni diverse ($p > p_0$).



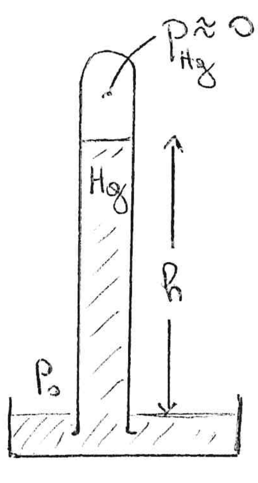
Dalla legge di Stevino si ricava:

$$h = \frac{p - p_0}{\rho g}$$

$\Rightarrow$ Ovvero nota la densità del liquido, il dislivello h da una misura della pressione relativa ($p_{rel} = p - p_0$) rispetto l'esterno.

• Barometro di Torricelli (o a mercurio)

Tubo riempito di mercurio con estremità aperta immersa in una bacinella di mercurio. Lo spazio libero da mercurio nel tubo contiene solo vapori di mercurio, la cui pressione è trascurabile ($p_{Hg} \approx 0$)

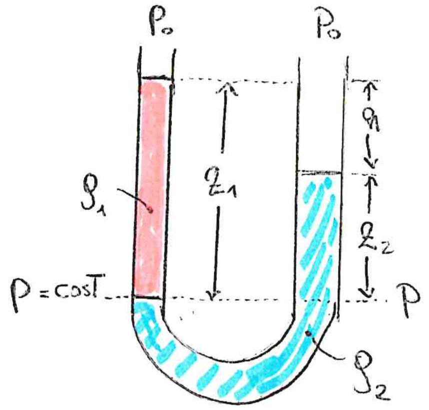


$$p_0 - \overset{\approx 0}{\cancel{p_{Hg}}} = \rho g h \Rightarrow h = p_0 / \rho g$$

l'altezza della colonna di mercurio permette di misurare la pressione atmosferica

· Equilibrio pressioni Tubo a "U"

Tubo ad U aperto alle estremità riempito con due liquidi non miscibili di densità ρ_1 e ρ_2. Sia p la pressione alla superficie di separazione:



$$p = p_0 + \rho_1 g z_1 = p_0 + \rho_2 g z_2 \Rightarrow \rho_1 g z_1 = \rho_2 g z_2$$

$$\rho_1/\rho_2 = \frac{z_2}{z_1} = 1 - h/z_1 \quad \text{con } h = z_1 - z_2 \Rightarrow$$

dalla misura del dislivel si ricava una misura della densità relativa di un liquido rispetto a quella di un liquido campione.

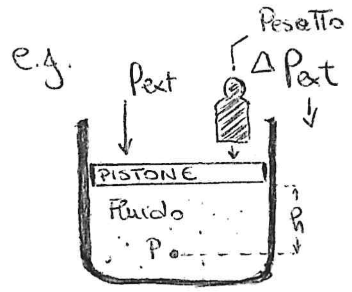
• Principio di Pascal:

Un cambiamento di pressione applicato ad un fluido confinato viene trasmesso inalterato ad ogni porzione del fluido e alle pareti del recipiente che lo contiene:

∴ La pressione in un punto del fluido e' data da:

i) $p = P_{ext} + \rho g h$ => Se aumento la pressione esterna di ΔP_{ext}

pressione esterna

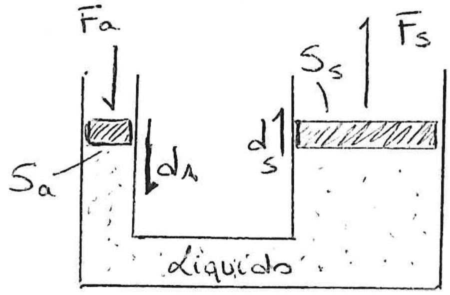


ii) $p' = P'_{ext} + \rho g h$ con $P'_{ext} = P_{ext} + \Delta P_{ext}$

$$\Rightarrow \Delta p = p' - p = P'_{ext} - P_{ext} = \Delta P_{ext}$$

• Esempio: Martinetto idraulico

F_a agisce su pistone di sinistra di sezione S_a; il liquido incomprimibile nel dispositivo esercita quindi una forza F_s sul pistone di destra sollevandolo.



→ Per il P. di Pascal: $\Delta p = \frac{F_a}{S_a} = \frac{F_s}{S_s}$

$F_s = F_a \frac{S_s}{S_a} > F_a$ dato che $S_s > S_a$ → Ovvero la forza di sollevamento e' maggiore di quella che ha azionato il pistone di sinistra

Ovviamente però il lavoro svolto sul pistone di sinistra deve essere uguale a quello svolto dal pistone di destra:

$V = S_a d_a = S_s d_s$ => I volumi di liquido spostato sono uguali

$d_s = d_a \frac{S_a}{S_s} < d_a$ => Ovvero il pistone di destra si sposta di un tratto più breve.

Lavoro

$$W_s = F_s d_s = \left(F_a \frac{S_s}{S_a}\right)\left(d_a \frac{S_a}{S_s}\right) = F_a d_a = W_a$$

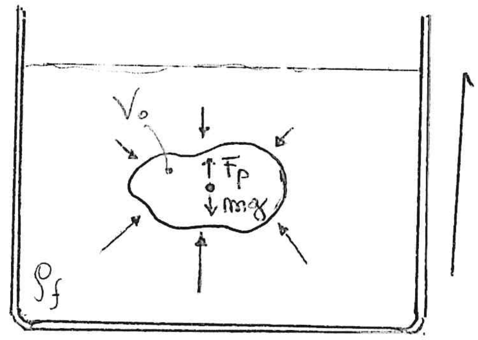
→ La forza (o spinta) di galleggiamento NON dipende dalla profondità a cui e' immerso il corpo.
Infatti la differenza di pressione tra le due estremità inferiore e superiore del corpo immerso è: $\Delta p = \rho g h$ (con h altezza del corpo) indipendentemente dalla profondità. Quindi $F_p = \Delta p\, S = \rho g h \cdot S = \rho g V$ c.v.d.

Assumo un corpo di forma regolare con superficie di base S

- PRINCIPIO DI ARCHIMEDE

Si consideri un volume V_0 di fluido all'interno di un fluido in equilibrio sotto la forza peso.

Dalla condizione di equilibrio:



$$\underbrace{\vec{F}_p}_{\text{Risultante Forze di pressione}} + m\vec{g} = 0 \rightarrow F_p \underset{\text{Rivolta verso z negativi}}{-} mg = 0 \rightarrow F_p = mg$$

$$\underbrace{F_p}_{\text{Forza di "galleggiamento" rivolta verso l'alto}} = mg = \rho_f V_0 g$$ → le forze di pressione esercitate dal fluido sul volume V_0 sono uguali al peso del volume stesso (m

→ La relazione $\overset{F_p = \rho_f V_0 g}{}$ rimane ~~rimane~~ valida anche se sostituiamo al volume V_0 di fluido un identico volume di una qualsiasi altra sostanza, mentre varia la forza peso; la condizione di equilibrio non sussiste più e la risultante delle forze è:

Lungo Asse z:

$$F_{Tot} = F_p - m'g = \rho_f V_0 g - \underset{\text{densità corpo immerso}}{\rho} V_0 g = (\rho_f - \rho) V_0 g$$

Se $\rho > \rho_f$ $F_{Tot} < 0$ → il corpo affonda

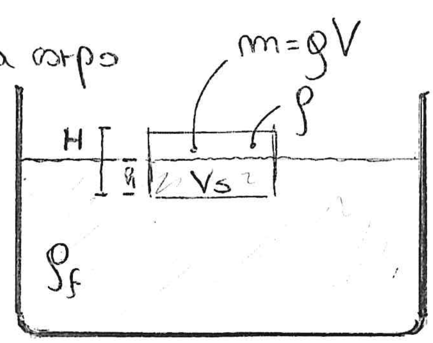
Se $\rho_f > \rho$ $F_{Tot} > 0$ → il corpo galleggia

In entrambi i casi: il corpo riceve una spinta verso l'alto, $F_p = \rho_f V_0 g$, pari al peso del volume di fluido spostato.

- Esempio: Densità di un Corpo che galleggia

Corpo galleggia in quiete → $F_p = \rho_f V_s g = \overset{\text{massa corpo}}{\rho V} g$

V_s = volume sommerso



$$\rho = \rho_f \frac{V_s}{V} = \rho_f \frac{h}{H}$$

• PORTATA (R): Volume di fluido che scorre attraverso la sezione S nell'unità di Tempo. U.d.m. $[m^3/s]$

• Nota che l'eq.ne di Continuità, corrisponde ad una conservazione della massa, ovvero:

$$m_1 = \rho V_1 = \rho S_1 v_1 \Delta t \equiv m_2 = \rho V_2 = \rho S_2 v_2 \Delta t$$

$$\Downarrow$$

$$v_1 S_1 = v_2 S_2$$

m_1 & m_2 sono le masse che fluiscono attraverso S_1 e S_2 in Δt.