

# Fluidi Ideali in Moto

CONSIDERIAMO:

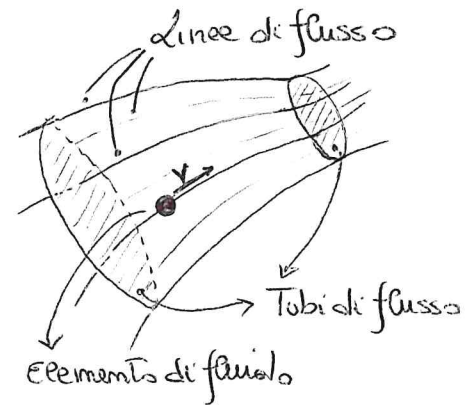
- Fluido ideale: fluido non viscoso ed incomprimibile

↓  
 Ovvero non sono presenti forze di attrito interno che si oppongono allo scorrimento relativo di due elementi di fluido

↓  
 $\rho = \text{cost}$

- Regime Stazionario: il campo di velocità del fluido,  $v(x,y,z)$  è costante nel tempo. Ovvero la velocità, pur cambiando punto per punto nel fluido, è indipendente dal tempo

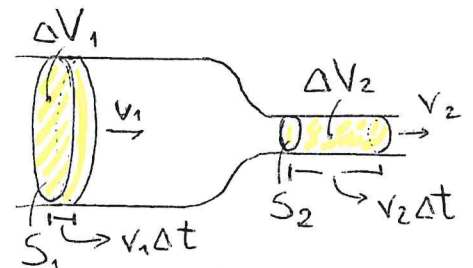
- Linea di flusso (o corrente): corrisponde alla traiettoria seguita da un elemento di fluido; punto per punto hanno verso e direzione della velocità



- Tubo di flusso: tutte le linee di flusso che possono attraversare una generica sezione  $S$  individuano un tubo di flusso

## Equazione di Continuità:

- Si consideri un fluido <sup>ideale</sup> in moto in regime stazionario. Il volume di fluido che entra nel tubo nel tempo  $\Delta t$ ,  $\Delta V_1$ , ~~è uguale~~ attraverso la sezione  $S_1$ , è uguale al volume  $\Delta V_2$  che attraversa  $S_2$ .



$$\Delta V_1 = S_1 v_1 \Delta t = \Delta V_2 = S_2 v_2 \Delta t \Rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2 \quad \text{ovvero}$$

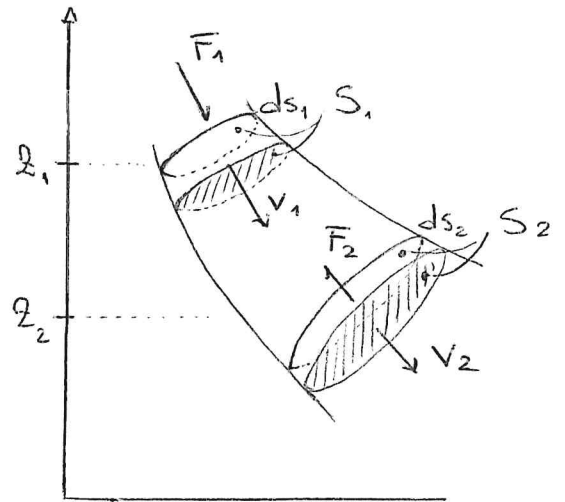
↓  
 Portata  $R = S v = \text{costante} \Rightarrow$  la portata di un tubo di flusso è costante; dove la sezione aumenta la velocità diminuisce o viceversa.



# Equazione di Bernoulli

- Fluido Ideale ( $\rho = \text{cost}$ , No attrito viscoso)
- Regime Stazionario in un condotto a sezione variabile

Vogliamo ricavare la relazione tra velocità e pressione del fluido nelle varie sezioni.



Fluido Incomprimibile  $\rightarrow$  Volume che passa attraverso  $S_1$  nell'intervallo di tempo  $dt$  è uguale al volume di fluido che attraversa  $S_2$

$$dV_1 = S_1 ds_1 = dV_2 = S_2 ds_2 \quad (\text{ovvero } dm_1 = \rho dV_1 = dm_2 = \rho dV_2)$$

Applichiamo conservazione dell'energia:  $\Rightarrow$  N.B. Complessivamente in  $dt$ , il movimento del fluido corrisponde a spostare la massa di  $dV_1$  in  $dV_2$

i)  $dW = dE_k$   
 lavoro compiuto dalle forze  $\rightarrow$  variazione Energia Cinetica

Variazione Energia Potenziale  $\rightarrow$

$$dW = dW_{\text{peso}} + dW_{\text{press}}$$

$$dW_{\text{peso}} = -dE_p = -dm g (z_2 - z_1) = -\rho g dV (z_2 - z_1)$$

$$dW_{\text{press}} = \vec{F}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \vec{F}_2 \cdot d\vec{s}_2 = p_1 \underbrace{S_1 ds_1}_{dV_1} - p_2 \underbrace{S_2 ds_2}_{dV_2} = (p_1 - p_2) dV$$

$$dE_k = \frac{1}{2} dm v_2^2 - \frac{1}{2} dm v_1^2 = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2)$$

Mettendo i vari termini in i)

$$dW_{\text{peso}} + dW_{\text{press}} = -\rho g dV (z_2 - z_1) + (p_1 - p_2) dV = dE_k = \frac{1}{2} \rho dV (v_2^2 - v_1^2)$$

$$p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \rho g z_2$$

Nota: l'eq. ne di Bernolli può essere interpretata come una sorta di conservazione dell'energia, dove  $p$  fa le veci di una densità di energia legata alla pressione

Nota: Perennato  $v=0$  (fluido statico) si riottiene la legge di Stevino:  $p_1 - p_2 = \rho g (z_2 - z_1)$

Si noti che la pressione misurata in un p.to del fluido in quiete è sempre maggiore di quella misurata nel fluido in movimento

ovvero in generale:

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 + \rho g z = \text{costante}$$

Equazione  
di  
Bernoulli

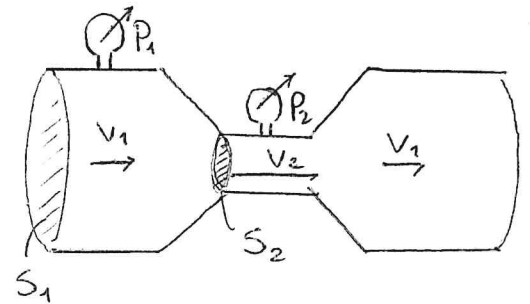
In particolare se il condotto è orizzontale  
e l'altezza è costante (quindi porto  $\rho g z$  a destra  
dell'equazione)

$$p + \frac{1}{2} \rho v^2 = \text{costante}$$

→ Se in un tratto ~~aumenta~~ della condotta (o tubo di  
flusso) ~~aumenta~~ la velocità (sezione diminuisce)  
si riduce la pressione, e viceversa

• Esempio: Tubo di Venturi

Si consideri un condotto orizzontale  
a sezione variabile



$$i) \cdot p_1 + \frac{1}{2} \rho v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2} \rho v_2^2$$

$$ii) \cdot v_1 S_1 = v_2 S_2 \Rightarrow v_2 = v_1 S_1 / S_2$$

$$i) + ii) \Rightarrow v_2^2 = \frac{2(p_1 - p_2)}{\rho} \frac{S_1^2}{S_1^2 - S_2^2} \Rightarrow$$

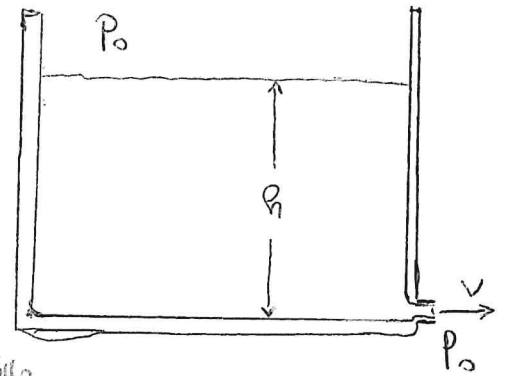
Dalla misura della differenza  
di pressione, e note le sezioni  
del condotto, si possono calcolare  
velocità del fluido e portata  
del condotto



• Esempio: Teorema di Torricelli

Con che velocità esce il liquido dal foro?

Assumiamo che la sezione del foro ( $S_f$ ) sia molto minore alla sezione del recipiente ( $S_r$ ):



$$S_r v_0 = S_f v \quad ; \quad v_0 = \frac{S_f}{S_r} v \Rightarrow v_0 \ll v$$

ovvero cala molto lentamente il livello della vasca

Ovvero la velocità del fluido alla superficie è trascurabile,  $v_0 \approx 0$

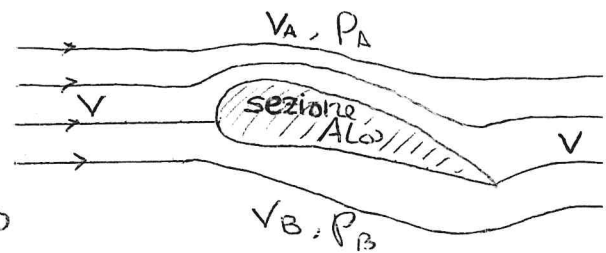
$$P_0 + \frac{1}{2} \rho v_0^2 + \rho g h = P_0 + \frac{1}{2} \rho v^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{2gh}$$

$\underbrace{\quad}_{\approx 0}$   
 La pressione alla superficie è uguale a quella all'uscita del foro

la velocità di efflusso è pari a quella che avrebbe il liquido in caduta libera da h

• Esempio: Portanza (fluido ideale)

La forma delle ali di un aereo è scelta in modo da creare una dissimetria nelle linee di flusso:



La velocità relativa dell'aria rispetto all'ala è più alta nella parte superiore rispetto a quella inferiore  $\Rightarrow$  la pressione è minore sopra l'ala rispetto a sotto:

$$P_A + \frac{1}{2} \rho v_A^2 = P_B + \frac{1}{2} \rho v_B^2 \quad \rightarrow \quad \Delta p = 2 \rho v \Delta v \quad \rightarrow \quad F = \Delta p A = 2 A \rho v \Delta v$$

$v_A = v + \Delta v$        $v_B = v - \Delta v$   
 velocità a monte (e sopra) del fluido

Superficie Alare  
 Portanza

Equazione di Stato: Relazione che intercorre tra le  
variabili termodinamiche di un sistema in equilibrio



## ◦ Termodinamica

- ~~Esistenza e stati termodinamici~~

~ Studio del bilancio energetico complessivo di un processo fisico, estendendo l'indagine a scambi di energia non meccanici (nel senso macroscopico trattato in precedenza) come il calore.

◦ Sistema Termodinamico: Porzione di mondo, costituita da una o più parti (e.g. volume di gas, un liquido in equilibrio con il suo vapore, o un insieme di blocchi solidi) oggetto dello studio delle sue proprietà fisiche MACROSCOPICHE e le loro eventuali variazioni.

◦ Ambiente: L'insieme costituito da una (e.g. l'aria o il fluido in cui è immerso il sistema) o più parti (e.g. diversi corpi a contatto con il sistema) con cui il sistema può interagire.

◦ Universo: L'insieme di sistema + ambiente

◦ Equilibrio Termodinamico;

Un sistema si dice in equilibrio termodinamico, se le variabili termodinamiche che lo descrivono (e.g. densità, pressione, temperatura) sono costanti nel tempo.

Un sistema in equilibrio termodinamico rimane invariato se non cambiano le condizioni esterne.

Perché ci sia equilibrio termodinamico è necessario:

- 1) EQUILIBRIO MECCANICO (equilibrio di forze e momenti)
- 2) EQUILIBRIO TERMICO (stessa temperatura ovunque)
- 3) EQUILIBRIO CHIMICO (non avvengono reazioni chimiche)



- Principio Zero della Termodinamica:

(dell'equilibrio Termico)

Se due corpi A e B si trovano in equilibrio termico con un terzo corpo C (i.e.  $T_A = T_C$  e  $T_B = T_C$ ) allora A e B sono in equilibrio termico tra loro ( $T_A = T_B$ )



Ovvero ogni corpo possiede una proprietà chiamata Temperatura; se due corpi sono in equilibrio termico hanno la stessa Temperatura.

• Temperatura:

- Una delle 7 grandezze fondamentali del SI.

- U.d.m Kelvin [K], limite inferiore (zero assoluto)  $\neq$  K

- Definizione & Misura:

- 1) Definizione di un punto fisso standard: PUNTO TRIPLO DELL'ACQUA

$$T_{pt} = 273.16 \text{ K}$$

↑ Fissato Arbitrariamente

↓ Temperatura (espressa in cui coesistono in equilibrio ghiaccio, acqua liquida e vapore)

- 2) Trovare una grandezza fisica  $x$  che caratterizza un fenomeno fisico che varia con la Temperatura (e.g. dilatazione del mercurio in un termometro):

Assumiamo:  $T(x) = a x$  con  $a = \text{cost}$  e  $T(x)$  temperatura corrispondente alla grandezza fisica  $x$

Al punto Triplo:  $T(x_{pt}) = a x_{pt} = 273,16$

ovvero  $a = \frac{273,16}{x_{pt}} \rightarrow T = 273,16 \frac{x}{x_{pt}} \text{ [K]}$

↳ Misura mettendo a contatto il termometro con una cella a  $T_{pt}$

Nota: Il fatto che manteniamo il Volume dei gas costante ci assicura che la pressione varia linearmente con la temperatura ( $pV = nRT$ )

im

◦ Termometro a gas a Volume Costante:

→ termometro standard usato per tarare altri termometri

◦ la grandezza fisica ~~misura~~ utilizzata per misurare la temperatura  $T$  è la pressione del gas a volume costante. da pressione si misura:

◦  $P = P_0 - \rho g h$  (legge di Stevino)

→  $T = \frac{P}{P_{pt}} 273,16 \text{ [K]}$

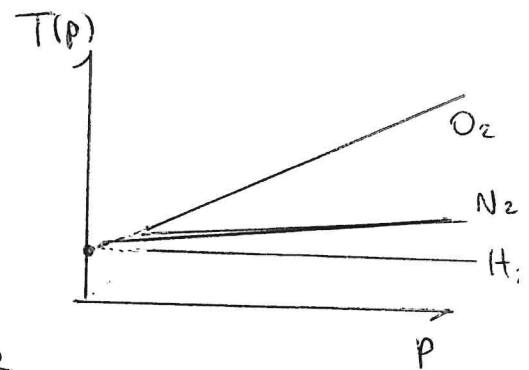
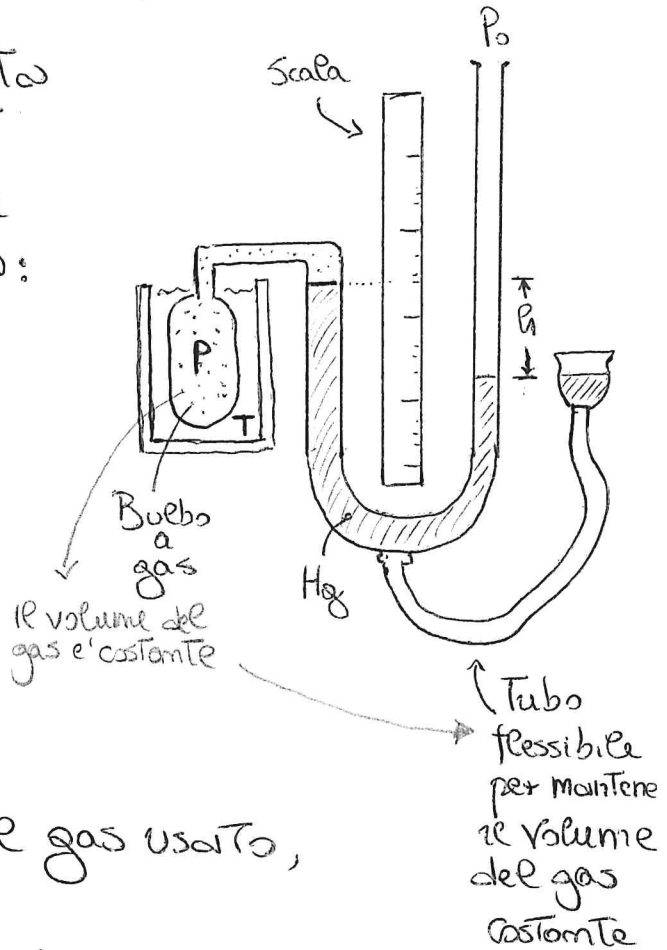
↙  $P_{pt}$   
pressione misurata al punto tipo dell'acqua

da  $T$  così misurata dipende dal gas usato, e dalla quantità di gas.

Tuttavia si dimostra che riducendo la quantità di gas usato, le letture convergono ad una singola  $T$

$T = 273,16 \lim_{P \rightarrow 0} \frac{P}{P_{pt}}$

Il passaggio al limite corrisponde a tendere alla condizione di gas ideale (noto fatto)



◦ Scala Celsius:  $T(^{\circ}\text{C}) = T(\text{K}) - 273.15$

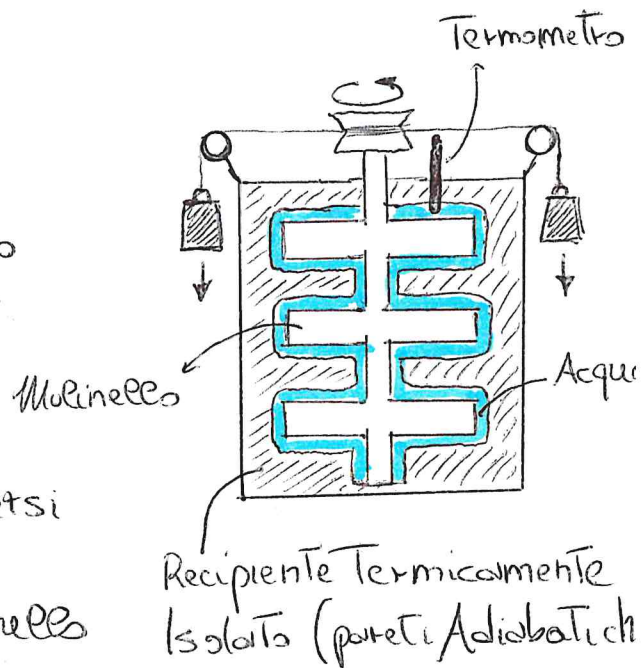
◦ Scala Fahrenheit:  $T(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} T(\text{K}) - 459.67$   
 $= \frac{9}{5} T(^{\circ}\text{C}) + 32$



## ◦ Equivalenza Calore - Lavoro

### ◦ Esperimenti di Joule:

Le varie esperienze di Joule, eseguite su un sistema termodinamico isolato costituito da una certa quantità di acqua, avevano lo scopo di realizzare un aumento della temperatura con procedimenti diversi



a) Viene messo in rotazione un mulinello tramite dei pesi che compiono un lavoro  $W_1$  nell'acqua. L'acqua, agitata dal mulinello, si riscalda per effetto dell'attrito.

b) Viene compressa una certa quantità di gas contenuta in un recipiente con pareti diatermiche immerso nell'acqua. Il processo di compressione del gas richiede il lavoro  $W_2$

c) Vengono strofinati due blocchi di metallo immersi nell'acqua. Il lavoro speso per strofinarli contro le forze di attrito è  $W_3$

→ Si osserva che il lavoro speso, a parità di massa d'acqua,  $W_1$  o  $W_2$  o  $W_3$ , è sempre proporzionale alla variazione di temperatura dell'acqua:

$$W \propto \Delta T$$

Ovvero, indipendentemente dal tipo di processo che compie lavoro sul sistema, a parità di lavoro, si osserva la stessa variazione di temperatura dell'acqua (contenuta in un recipiente ADIABATICO)

Nota: Prima che gli scienziati si rendessero conto che il calore è una forma di energia scambiata,  $Q$  veniva misurato in base alla sua capacità di innalzare la temperatura dell'acqua.

Caloria: Quantità di calore necessaria per innalzare ~~la~~ la Temperatura di 1 kg di acqua da 14,5 a 15,5 °C.

$$1 \text{ Cal}^{\text{a}} = 4186,8 \text{ J}$$

↓  
[kcal]



Sulla base di queste considerazioni possiamo scrivere:

$$i) \quad W_{\text{ad}} = -\Delta U = U_{\text{in}} - U_{\text{fin}}$$

Lavoro (adiabatico) speso sul sistema

Variazione Energia Interna del sistema Tra due stati Termodinamici

- Analogamente, un aumento di temperatura della massa d'acqua si può ottenere mettendola a contatto con un corpo caldo. Si realizza così uno scambio di calore tra il corpo e l'acqua SENZA NESSUNA AZIONE MECCANICA MACROSCOPICA ( $W=0$ ).

Se possiamo ottenere ~~per~~ stesso cambiamento di stato dell'acqua (aumento  $T$ ) tramite ~~per~~ scambio di calore possiamo scrivere anche in questo caso:

$$ii) \quad Q_{W=0} = \Delta U$$

Calore scambiato in assenza di lavoro esterno ( $W=0$ )

Diretto da i) + ii):

$$Q_{W=0} = -W_{\text{ad}}$$

Equivalenza Lavoro-Calore  
u.d.m. del  $Q$  [J]

→ Sia calore che lavoro sono scambi di energia che avvengono tra sistema ed ambiente ~~che avvengono~~ durante le trasformazioni termodinamiche

→ Il calore è l'energia scambiata tra un sistema e l'ambiente a causa della differenza di temperatura tra essi. → Vedremo che questo scambio è legato ~~è legato~~ ai moti caotici degli atomi/molecole che costituiscono il sistema/ambiente

Sorgente di calore: un corpo con la proprietà di poter scambiare calore restomolo a temperatura costante

Nota: Rimuoviamo 1 pallino di piombo alla volta di modo che la trasformazione termodinamica avvenga molto lentamente, ed il sistema può essere considerato istante per istante in equilibrio termodinamico. (Trasformazione reversibile). Istante per istante sono definite le coordinate termodinamiche del sistema ( $p, V, T$ )