

• Trasmissione del Calore:

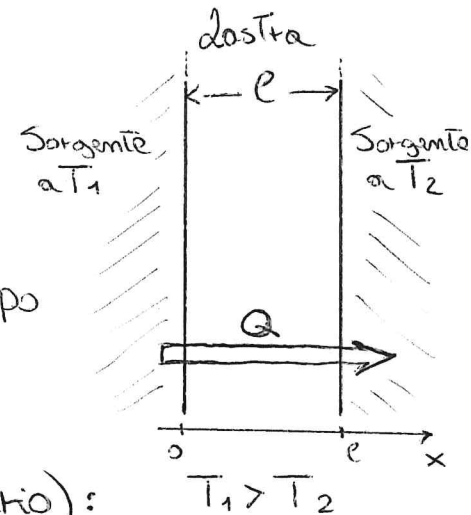
Esistono 3 distinti meccanismi di Trasmissione del calore: CONDUZIONE, CONVEZIONE e IRRAGGIAMENTO.

I 3 meccanismi operano SEMPRE in presenza di una differenza di temperatura

• Conduzione:

Es. Scambio di calore tra due corpi a contatto.

Si consideri una lastra di superficie S e spessore e a contatto con 2 sorgenti di calore a T diverse. Dopo un certo tempo le varie sezioni trasversali della lastra raggiungono una temperatura di equilibrio, $T_{eq}(x)$, costante nel tempo (Regime Stazionario): la lastra non assorbe calore ma lo trasmette; il calore che entra nel lato a T_1 eguaglia il calore che esce nel lato a T_2 .



Si dimostra che nelasso di tempo t il calore trasmesso dalla lastra è:

$$Q = k \frac{T_1 - T_2}{e} S t$$

k : conducibilità termica tipica del materiale, ed in genere funzione della temperatura. U.d.m. $\left[\frac{J}{m \cdot s \cdot K} \right]$

In genere i metalli sono buoni conduttori termici ($k \sim 10 - 10^2$), i gas e i dielettrici sono cattivi conduttori termici ($k \sim 10^{-1} - 10^{-2}$)

• Nel caso in cui si abbiano più strati composti, assumendo sempre regime stazionario; avremo che il calore che attraversa gli strati nell'unità di tempo è costante, ovvero:

$$i) P = \frac{Q}{t} = K_1 \frac{S}{e_1} (T_1 - T_x) = K_2 \frac{S}{e_2} (T_x - T_2)$$

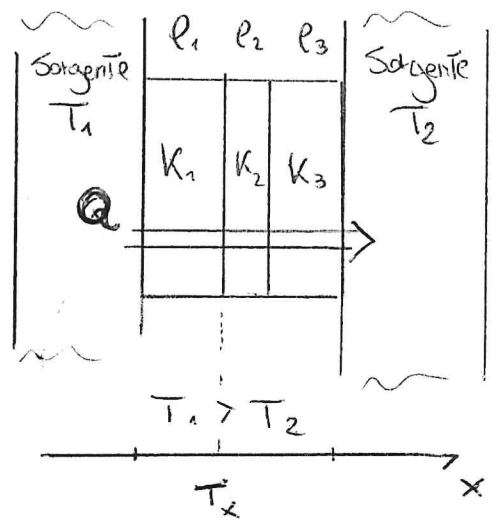
Esplicitando T_x :

$$ii) T_x = \frac{K_2 e_2 T_2 + K_1 e_1 T_1}{K_1 e_1 + K_2 e_2}$$

Sostituendo in i)

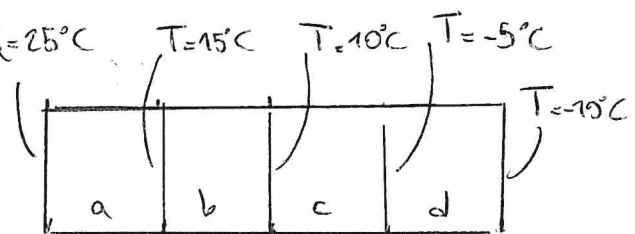
$$P = \frac{Q}{t} = \frac{S(T_1 - T_2)}{e_1/k_1 + e_2/k_2} \xrightarrow{\text{In generale per N strati}} P = \frac{S(T_1 - T_2)}{\sum_i (e_i/k_i)}$$

E.g.



Esempio: Serie di lastre a contatto:

Assumendo 4 lastre di materiale diverso e stessa spessore, in regime stazionario, ordinare i materiali secondo valori decrescenti di K :



$$P = \frac{K}{e} (T_i - T_{i+1}) S \rightarrow \text{Regime stazionario } P_a = P_b = P_c = P_d$$

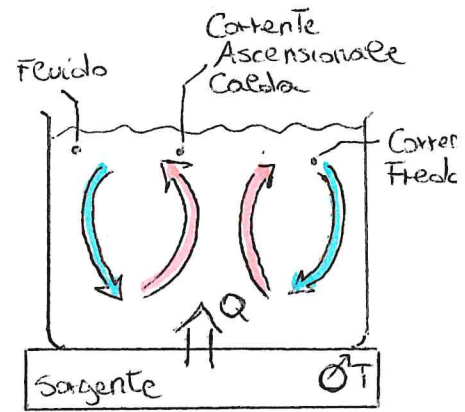
abbiamo inoltre $S_a = S_b = S_c = S_d$ & $e_a = e_b = e_c = e_d$

$$\Rightarrow K_a \Delta T_a = K_b \Delta T_b = K_c \Delta T_c = K_d \Delta T_d \Rightarrow K_b = K_d > K_a > K_c$$

$\begin{matrix} 10^\circ\text{C} & 5^\circ\text{C} & 15^\circ\text{C} & 5^\circ\text{C} \end{matrix}$

• Convezione:

Il trasferimento di calore tramite convezione ha luogo quando un fluido (e.g. aria o acqua) è a contatto con una sorgente a temperatura più alta.



Qualitativamente:

La massa di fluido più vicina alla sorgente di calore assume una temperatura maggiore rispetto al resto del fluido, dilataendosi. Essendo meno denso del fluido circostante più freddo, il fluido caldo risale a causa della spinta di Archimede. Si generano dunque delle correnti ascensionali che permettono al fluido a temperatura minore di avvicinarsi alla sorgente.

La trasmissione di calore avviene con spostamenti di MATERIA, tramite correnti convettive.

• IRRAGGIAMENTO

Un corpo ad una temperatura T emette energia sotto forma di onde elettromagnetiche (e.g. la luce ^{visibile}, o la radiazione infrarossa), che si propaga nello spazio circostante, anche se vuoto (e.g. i raggi solari attraversano 150 milioni di km nello spazio siderale).

La potenza emessa da un corpo per irraggiamento è:

$$i) \quad P = \sigma \epsilon A T^4 \quad (\text{legge di Stefan-Boltzmann})$$

con $\sigma = 5.6703 \text{ J}/(\text{m}^2 \text{K}^4)$ costante universale di Stefan-Boltzmann, A superficie emmissiva del corpo, e $\epsilon \in [0, 1]$ emissività della superficie, che dipende dalle caratteristiche fisiche della superficie. Se $\epsilon = 1$ (corpo nero) la superficie ha il massimo potere emmissivo.

Analogamente un corpo assorbe parte dell'energia elettromagnetica che lo colpisce. La potenza con cui il corpo assorbe energia radiante dall'ambiente (assunto a T_{amb} costante) è:

$$ii) \quad P_{\text{assorbita}} = \sigma \epsilon A T_{\text{amb}}^4$$

dove ϵ emittanza ϵ è la stessa che compare in i).

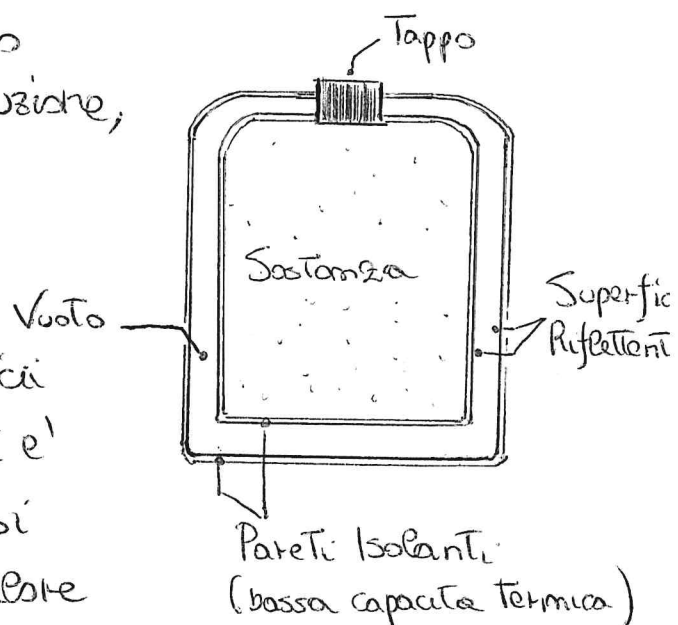
Dal bilancio tra energia irradiata e assorbita (eq. i) e ii)) dipende se la temperatura del corpo aumenta o diminuisce.

Esempio: Vaso Dewar (Recipiente Adiabatico)

Per ridurre al massimo lo scambio di calore bisogna impedire conduzione, convezione ed irraggiamento.

Il vaso Dewar è costituito da due pareti isolanti (e.g. di vetro), internamente rivestite con superfici riflettenti (e.g. argento), tra cui è fatto il vuoto: in questo modo si minimizza la trasmissione di calore

per conduzione/convezione nell'intercapedine, mentre le superfici riflettenti minimizzano il potere emmissivo



∴ $\beta = 3\alpha$ per solidi isotropi

Si consideri un parallelepipedo di lati l_1, l_2, l_3 ; il volume alla temperatura $T + \Delta T$ sarà:

$$V(T + \Delta T) = V + \Delta V = l_1(1 + \alpha \Delta T) l_2(1 + \alpha \Delta T) l_3(1 + \alpha \Delta T) =$$

$$l_1 l_2 l_3 = V (1 + \alpha \Delta T)^3 \approx V (1 + 3\alpha \Delta T) \Rightarrow \Delta V = V \frac{3\alpha \Delta T}{\beta}$$

per $\alpha \ll 1$ possiamo approssimare a c.v.d.

• Dilatazione Termica Solidi & Liquidi

Il volume di un corpo, a pressione costante, aumenta al crescere della Temperatura. Il fenomeno è legato alla maggior energia degli atomi/molecole che si oppone alle forze interatomiche/molecolari che tengono legate il corpo.

- Per variazioni di ΔT abbastanza piccole la variazione Δl della lunghezza l di una ~~qualsiasi~~ dimensione del corpo è:

$$\Delta l = \alpha l \Delta T$$

α : Coefficiente di dilatazione lineare; u.d.m. $[K^{-1}]$.

Dipende dal materiale ed in genere è funzione della Temperatura. $\alpha \sim 10^{-5} - 10^{-6} K^{-1}$

- Se tutte le dimensioni di un solido si dilatano con la Temperatura, anche il volume si espande. Per una variazione ΔT di Temperatura si ha che il volume di un solido o un liquido varia come:

$$\Delta V = V \beta \Delta T$$

β : Coefficiente di dilatazione cubica (o volumica); u.d.m. $[K^{-1}]$

Per solidi isotropi:

$$\beta = 3\alpha$$

→ Comportamento Anomalo dell'acqua:

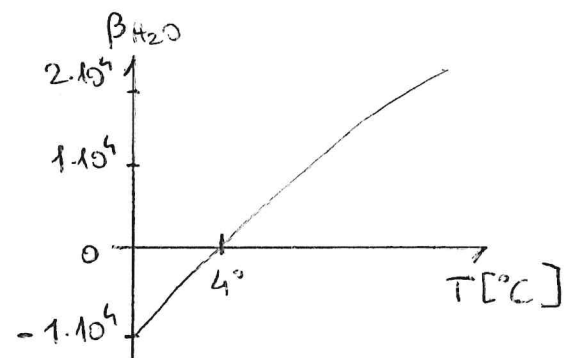
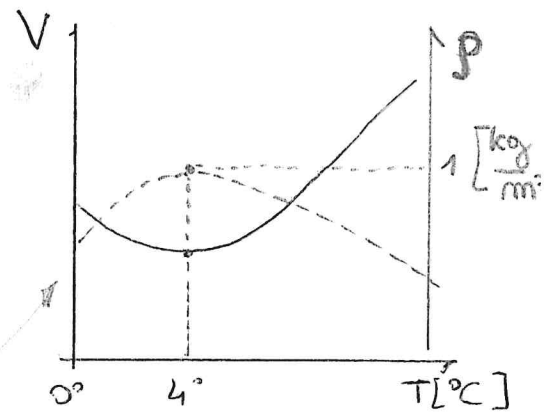
L'acqua al contrario delle altre sostanze ha un coefficiente di dilatazione cubica negativo tra 0°C e 4°C :

pertanto nel passare da 0°C a 4°C il volume diminuisce e la densità aumenta, raggiungendo il valore minimo/massimo ^{di volume} / ^{di densità} a 4°C .

Questo fenomeno ~~sp~~ è dovuto alla struttura molecolare dell'acqua, che al di sotto di 4°C forma legami idrogeno tra le molecole

sempre più forti che tendono ad espandere il liquido.

Questa peculiarità dell'acqua spiega perché ~~per~~ i bacini d'acqua iniziano a congelarsi dalla superficie piuttosto che dal fondo, mentre l'acqua sottostante si mantiene intorno ai 4°C .



Esempio: Lastra di ferro riscaldata

Una massa di 3 kg di ferro passa da 18°C a 20°C, alla pressione atmosferica. Calcolare variazione energia interna:

Calore assorbito per aumentare la temperatura

$$Q = m c \Delta T = 2688 \text{ J} \quad (c_{\text{Fe}} = 448 \text{ J/kgK})$$

Variazione volume massa di ferro:

$$\Delta V = V \beta \Delta T = \frac{m}{\rho} \beta \Delta T = 2.1 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3 \quad (\rho_{\text{Fe}} = 7.8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3)$$

$$(\lambda_{\text{Fe}} = 9.1 \cdot 10^{-6} \text{ K}^{-1})$$

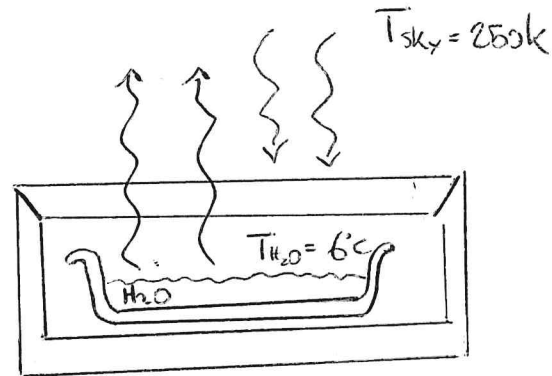
Corrispondente al lavoro:

$$W = p \Delta V = 2.1 \cdot 10^{-3} \text{ J} \quad (p_{\text{atm}} \approx 10^5 \text{ Pa})$$

$$\Rightarrow W \ll Q \Rightarrow \Delta U = Q$$

- Esempio:

ipotizzando che l'acqua scambi calore solo per irraggiamento calcolare il tempo necessario al suo congelamento:



i) Calore necessario al congelamento:

$$Q_1 = c m (T_{02} - T_i) \quad \text{per passare da } T_i = 6^\circ\text{C} \text{ a } T_f = 0^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = m \lambda \quad \text{per congelarsi} \rightarrow Q_{\text{tot}} = Q_1 + Q_2 < 0$$

ii) Potenza netta scambiata $P_{\text{net}} = P_{\text{ass}} - P_{\text{em}} = \sigma \epsilon A (T_{\text{sky}}^4 - T_{\text{H}_2\text{O}}^4) < 0$

→ Tempo necessario al congelamento:

$$t = \frac{Q_{\text{tot}}}{P_{\text{net}}} = \frac{Q_1 + Q_2}{P_{\text{net}}} = \frac{m (c \Delta T + \lambda)}{\sigma \epsilon A (T_{\text{sky}}^4 - T_{\text{H}_2\text{O}}^4)} \rightarrow \text{per } m_{\text{H}_2\text{O}} = 45 \text{ g} \text{ e } A = 9 \text{ cm}^2$$

$$t \sim 5.9 \text{ h}$$

o Gas Ideali (o perfetti)

• Date le ~~due~~ caratteristiche fisiche ^{di un gas} (non ha volume proprio, facilmente comprimibile), le variabili Termodinamiche più adatte per descrivere lo stato Termodinamico sono p, V, T .

• Un gas ha un comportamento "IDEALE" se:

- i) È composto da un numero molto elevato di particelle distanti tra loro ed in moto caotico
- ii) Non ci sono interazioni tra particelle
- iii) Le collisioni tra particelle sono elastiche

→ Non esistono gas ideali in natura, ma un gas reale approssima un comportamento ideale a BASSA PRESSIONE ed ALTA TEMPERATURA (comparata a quella di condensazione)

o Mole è un numero di Avogadro:

L'unità di misura della quantità di materia è la MOLE: Quantità di materia che contiene tante unità elementari quanti sono gli atomi in 12g di carbonio avente numero di massa 12 (^{12}C)

Nota: Il volume di un gas dunque dipende dal numero di molecole da cui è costituito, e non dal tipo di molecole o dalla loro dimensione

• Il numero di unità elementari in una mole è:

$$N_A = 6.0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad \text{Numero di Avogadro}$$

• Il numero di moli "m" contenuto in un certo quantitativo di sostanza può essere dunque ricavato come

$$m = \frac{N}{N_A} = \frac{m_c}{M} = \frac{m_c}{N_A m}$$

Annotations:
- N : Numero Molecole/Atomi nel campione
- m_c : massa del campione
- M : massa molare, ovvero la massa di 1 mole di sostanza
- $N_A m$: massa di 1 molecola/atomo di sostanza

• legge di Avogadro:

Volumi uguali di gas diversi, nelle stesse condizioni di temperatura e pressione, contengono lo stesso numero di molecole; ovvero, lo stesso numero di molecole di gas diversi occupano lo stesso volume ad una data temperatura e pressione

↳ legge valida per gas ideali:

→ che segue che 1 mole di un qualsiasi gas, ad una data T & p, occupa lo stesso volume:

A condizioni standard ($p_0 = 101325 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$; $T_0 = 273,15 \text{ K}$)

$$V_m = 0,022414 \text{ m}^3 = 22,414 \text{ l} \quad \text{Volume Molare}$$

◦ Equazione di Stato di un gas Ideale:

Sperimentalmente si dimostra che ^{per} un gas ideale in condizioni di equilibrio, le coordinate termodinamiche obbediscono alla equazione:

$$i) \quad pV = nRT \quad (\text{legge dei gas perfetti})$$

Annotations: p → pressione assoluta gas; V → Volume occupato; n → Numero di moli; T → Temperatura in K

$$R = 8.314 \text{ J/mol K} \quad (\text{Costante universale dei gas})$$

da i) può essere riformulata ~~in termini di numero di moli~~ in termini di numero di molecole/atomi di un gas come:

$$ii) \quad pV = \frac{N}{N_A} RT = N k_B T \quad \text{avendo definito la nuova costante}$$

Annotation: N → Numero Molecole

$$k_B = \frac{R}{N_A} = 1.3807 \text{ J/K} \cdot 10^{-23} \quad (\text{Costante di Boltzmann})$$

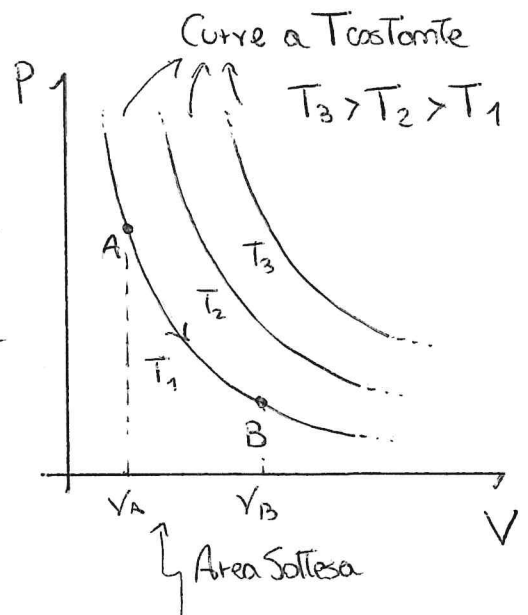
Vediamo dunque che per un gas ideale in equilibrio sono indipendenti solo 2 variabili termodinamiche; la terza si ricava da i) o ii).

• Vediamo alcune Trasformazioni notevoli:

i) Trasformazione Isoterma:

$$T = \text{cost}$$

$$pV = mRT = \text{cost} \rightarrow p = \frac{\text{cost}}{V} \rightarrow \text{ ramo di iperbole}$$



Il lavoro compiuto durante una trasformazione isoterma ^{Reversibile} di un gas ideale è:

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = \int_{V_A}^{V_B} \frac{mRT}{V} dV = mRT \int_{V_A}^{V_B} \frac{dV}{V} = mRT \ln \frac{V_B}{V_A} = mR \ln \frac{P_A}{P_B}$$

Sfrutto:

$$P_A V_A = P_B V_B$$

A seguito di un'espansione ($V_B > V_A$) avrò $W_{AB} > 0$, ovvero il gas compie lavoro;

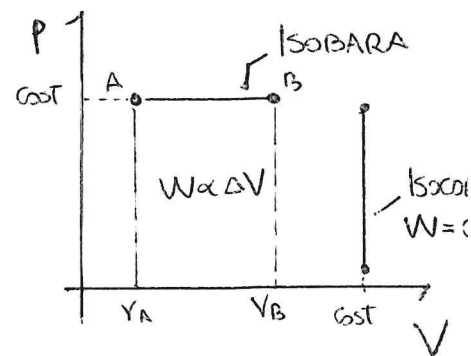
viceversa per una compressione del gas ($V_B < V_A \Rightarrow W_{BA} < 0$)

ii) Trasformazione Isobara:

$$p = \text{cost} \rightarrow \frac{V}{T} = \text{cost} \rightarrow \frac{V_A}{V_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_B} p dV = p \int_{V_A}^{V_B} dV = p(V_B - V_A) = mR(T_B - T_A)$$

$$V = \frac{mRT}{P}$$



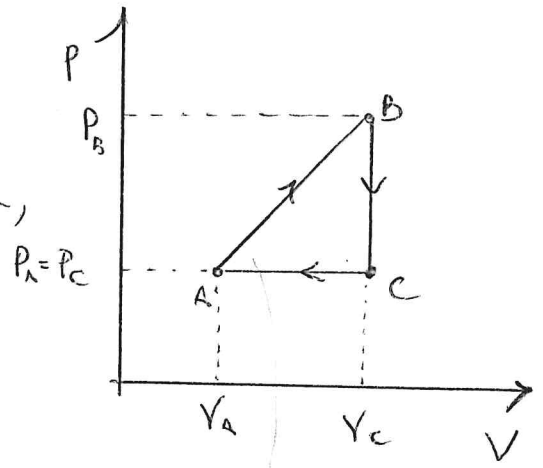
iii) Trasformazione Isocora:

$$V = \text{cost} \rightarrow \frac{P}{T} = \text{cost} \rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{T_A}{T_B}$$

$$W_{AB} = \int_{V_A}^{V_A} p dV = 0$$

Esempio: Ciclo Gas Ideale

Un gas ideale compie il ciclo illustrato (ABCA). Sia $P_B = 7,5 \text{ kPa}$ e $P_A = P_C = 2,5 \text{ kPa}$, inoltre $T_A = 200 \text{ K}$, $V_A = 1 \text{ m}^3$ e $V_C = 3 \text{ m}^3$



a) Quante moli di gas sono presenti nel compressore?

$$n = \frac{P_A V_A}{R T_A} = 1,5 \text{ mol}$$

$$P - P_A = nR(V - V_A) \quad \left. \begin{array}{l} \text{Retta} \\ \text{per} \\ 2 \\ \text{p.ti} \end{array} \right\}$$

$$n = \frac{P_B - P_A}{R(V_C - V_A)}$$

b) Qual è la temperatura nel punto B?

$$T_B = \frac{P_B V_B}{nR} = 1,8 \cdot 10^3 \text{ K}$$

c) e nel punto C?

$$\frac{P_A V_A}{T_A} = \frac{P_B V_B}{T_B} = \frac{P_C V_C}{T_C} = nR \rightarrow T_C = T_A \frac{P_C V_C}{P_A V_A} = 6,0 \cdot 10^2 \text{ K}$$

d) Quanto calore viene fornito al gas durante il ciclo?

$$\rightarrow \text{Per un ciclo } \Delta U = 0 \Rightarrow Q = W$$

$$W = W_{AB} + W_{BC} + W_{CA} = \text{Area Triangolo ABC} = (V_C - V_A)(P_B - P_A) \cdot \frac{1}{2}$$

$$\begin{array}{ccc} \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ > 0 & = 0 & < 0 \text{ (ISOBARA)} \\ \text{(ISOCORA)} & & W = P_A (V_A - V_C) \end{array}$$

$$W = \int_{V_A}^{V_C} P(V) dV = \left(\frac{P_B - P_A}{V_C - V_A} \right) \frac{V_C^2 - V_A^2}{2} + \frac{P_A V_C - P_B V_A}{V_C - V_A} (V_C - V_A) = \frac{1}{2} (P_B - P_A) (V_C + V_A) + P_A V_C - P_B V_A$$

$$\rightarrow = \frac{P_B - P_A}{V_C - V_A} (V - V_A) + P_A = \frac{P_B - P_A}{V_C - V_A} V + \frac{P_A (V_C - V_A) - V_A (P_B - P_A)}{V_C - V_A}$$

$$= \frac{P_B - P_A}{V_C - V_A} V + \frac{P_A V_C - P_B V_A}{V_C - V_A}$$

