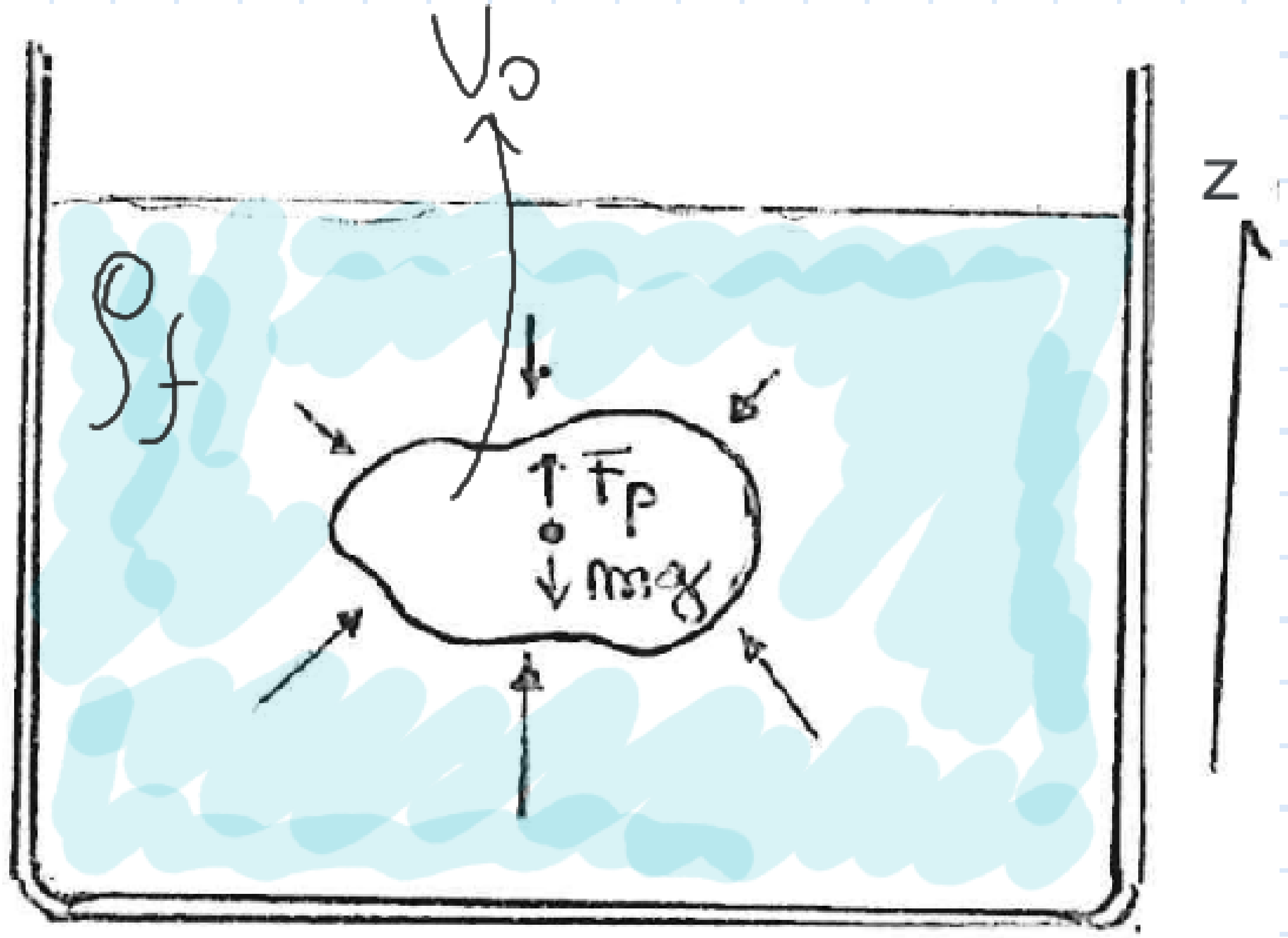
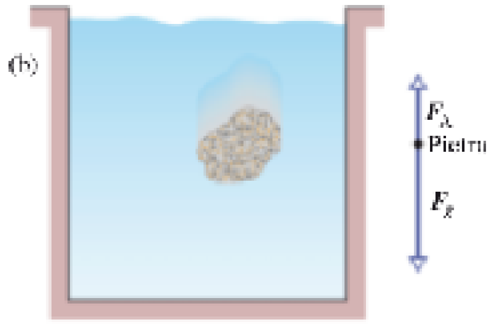
Principio di Archimede

$$\vec{F}_p + m\vec{g} = 0$$

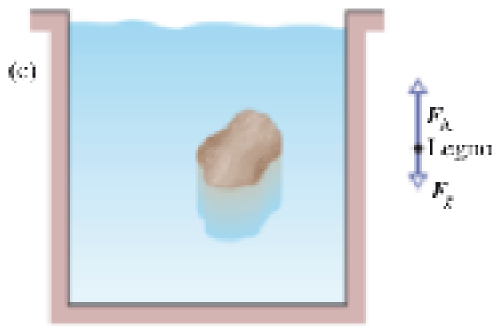
$$F_p - mg = 0 \rightarrow F_p = mg$$

$$F_p = \rho_f V_0 g$$





La forza netta è diretta verso il basso, sicché la pietra accelera verso il basso



La forza netta è rivolta verso l'alto, sicché il legno accelera verso l'alto

Principio di Archimede

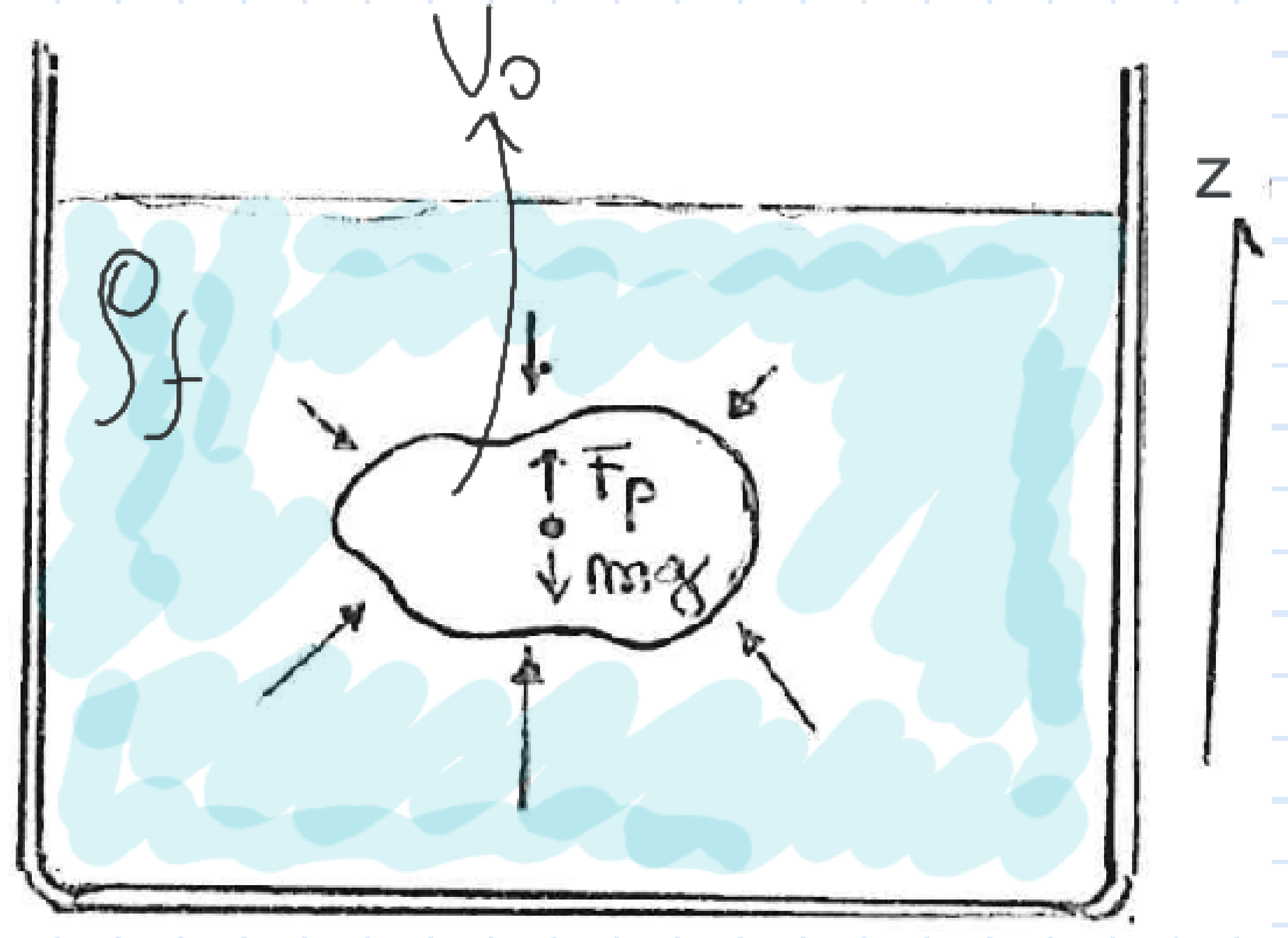
$$\bar{F}_{Tot} = F_p - m'g =$$

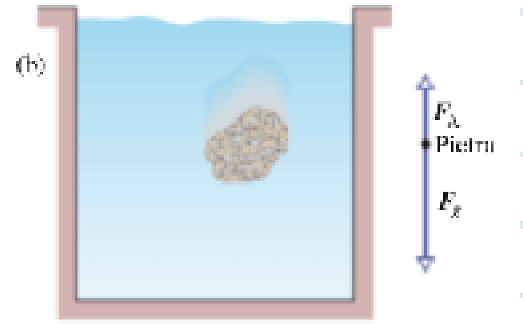
$$= \rho_f V_0 g - \rho_x V_0 g =$$

$$= V_0 g (\rho_f - \rho_x)$$

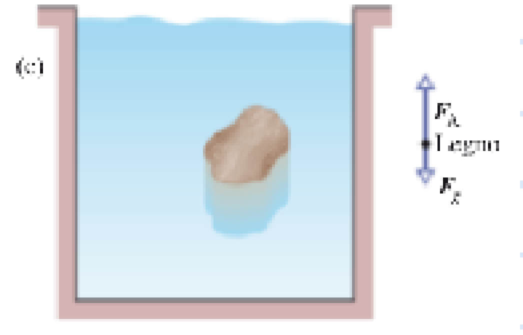
Se $\rho_x < \rho_f \longrightarrow \bar{F}_{Tot} > 0$ il corpo galleggia

Se $\rho_f < \rho_x \longrightarrow \bar{F}_{Tot} < 0$ il corpo affonda





La forza netta è diretta verso il basso, sicché la pietra accelera verso il basso

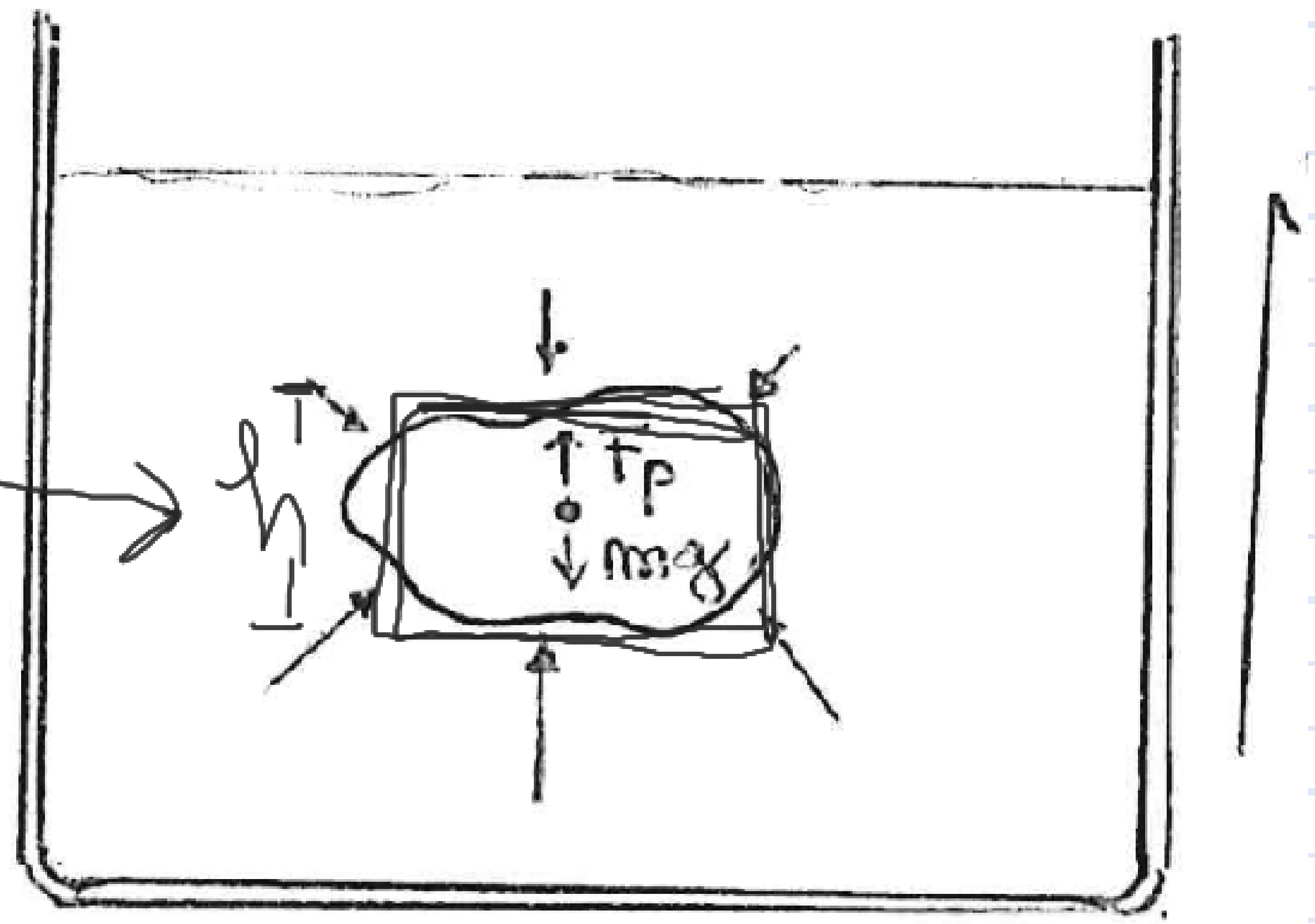


La forza netta è rivolta verso l'alto, sicché il legno accelera verso l'alto

$$\Delta p = \rho_f g h$$

$$F_p = \Delta p S = \rho_f g h S =$$

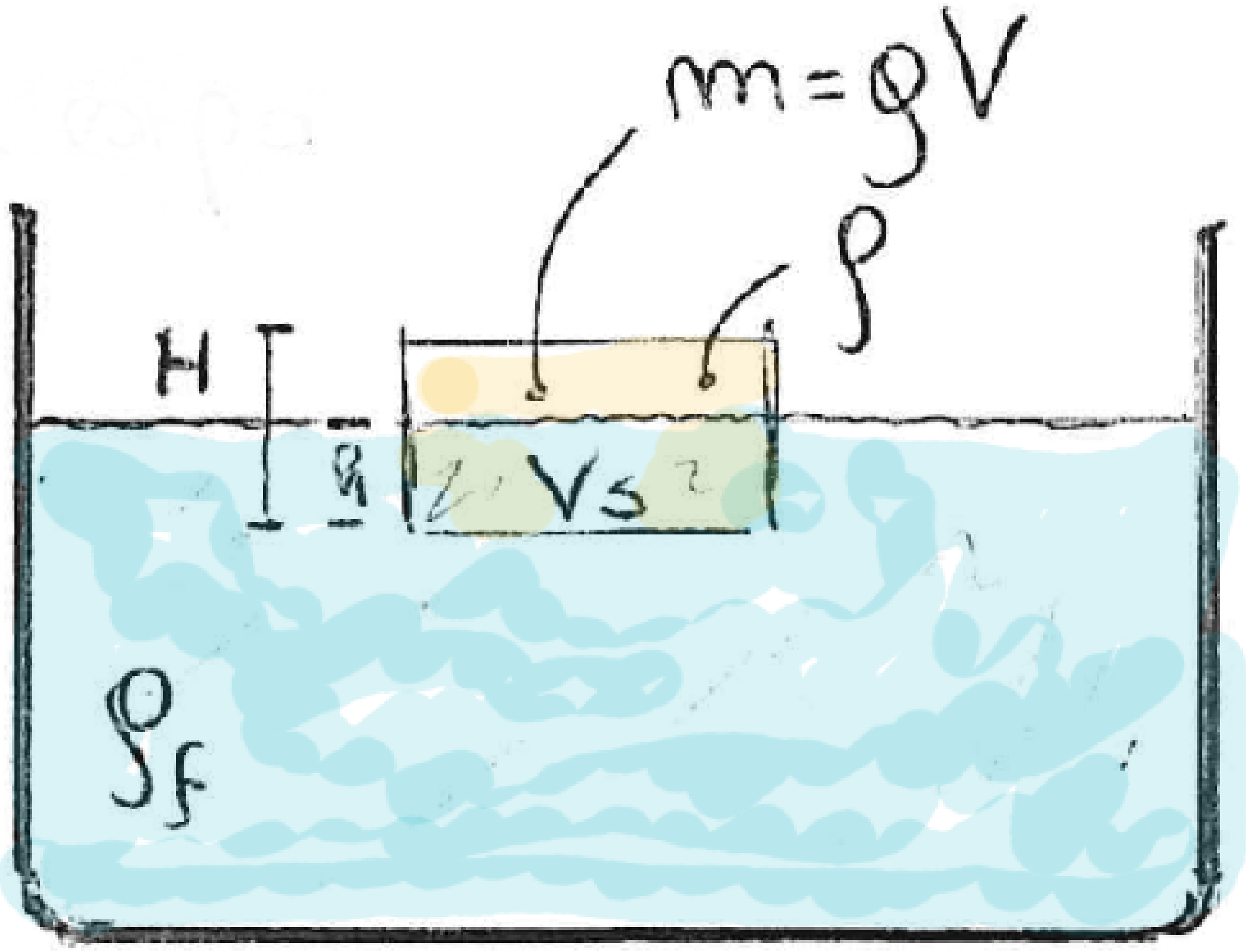
$$= \rho_f g V_0$$



Densità corpo che galleggia

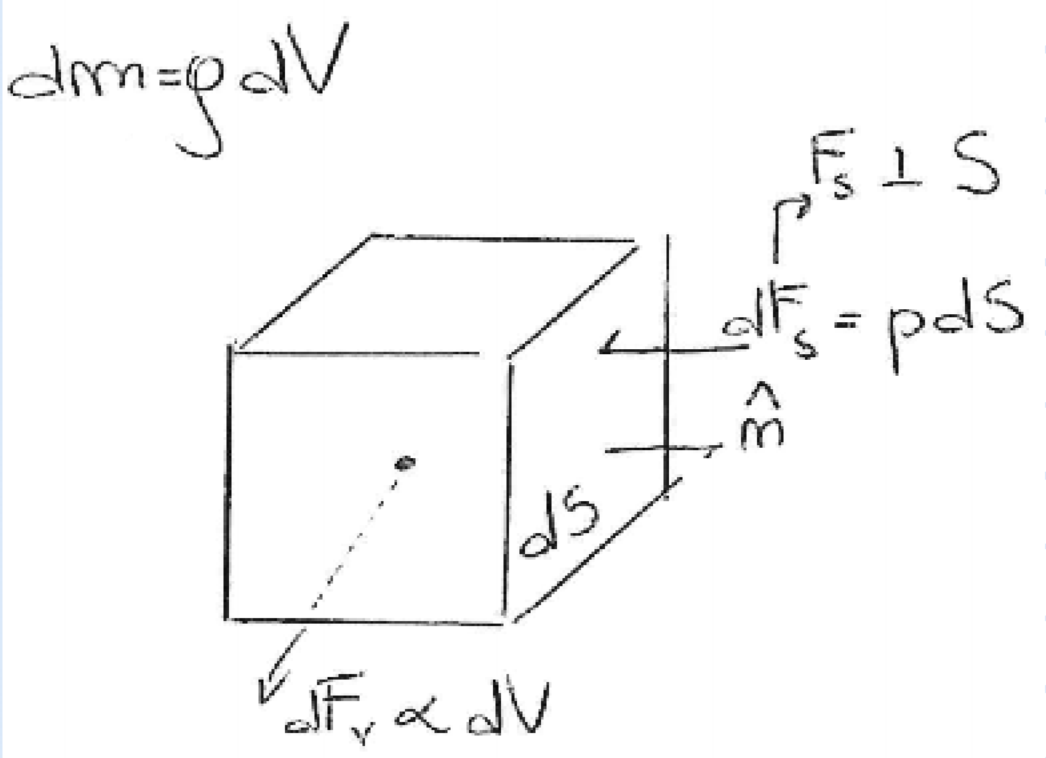
$$F_p = \rho_f g V_s = \underbrace{\rho g V}_{mg}$$

$$\rho = \rho_f \frac{V_s}{V} = \rho_f \frac{S h}{S H} = \rho_f \frac{h}{H}$$



Recap

Fluidi:



- Elemento di Massa fluido: $dm=\rho dV$ [Kg]
- Densità: $\rho = dm/dV$; se costante nel volume $\rho = m/V$ $[Kg/m^3]$
- Pressione: $p = dF/dS$; o se F costante sulla sup. $p = F/S$ $[Pa]=N/m^2$

$F \perp$ alla sup.ce

1 bar $= 10^5$ Pa

Per un elemento di fluido in equilibrio statico vale

$$d\vec{F}_p + d\vec{F}_v = 0 \quad \Longrightarrow \quad \frac{\partial p}{\partial x} = \rho f_x \; ; \; \frac{\partial p}{\partial y} = \rho f_y \; ; \; \frac{\partial p}{\partial z} = \rho f_z$$

$$(\vec{\nabla} p = \rho \vec{f}\,)$$

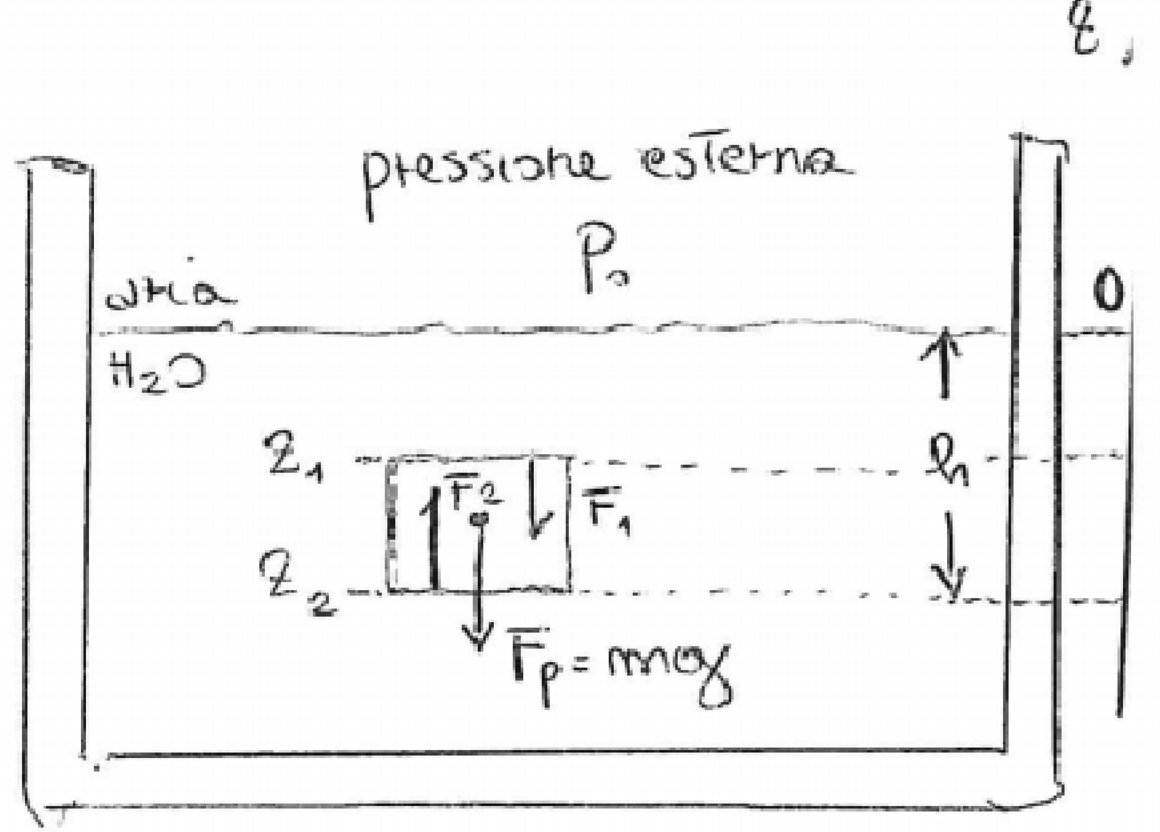
CONDIZIONE EQUILIBRIO STATICO di un FLUIDO

Recap

Equilibrio statico in presenza della forza peso:

$$p(h) = p_0 + \rho g h \quad \text{(Legge di Stevino)}$$

pressione esterna — pressione colonna di fluido sovrastante

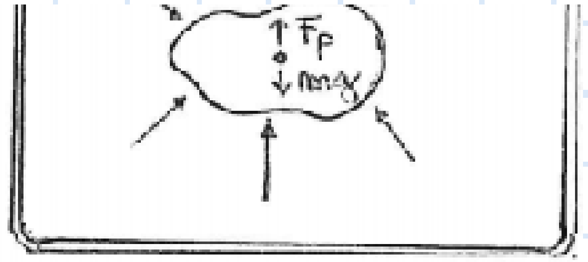


Principio di Pascal:

Un cambiamento di pressione applicato ad un fluido confinato viene trasmesso inalterato ad ogni porzione del fluido e alle pareti del recipiente che lo contiene:

Principio di Archimede

Dalla condizione di equilibrio:



$$\vec{F}_p + m\vec{g} = 0 \rightarrow F_p - mg = 0 \rightarrow F_p = mg$$

Risultante Forze di pressione

$$F_p = m_0 g = \rho_f V_0 g \rightarrow$$

le forze di pressione esercitate dal fluido sul volume V_0 sono uguali al peso del volume stesso (

Forza di "galleggiamento" rivolta verso l'alto

$F = \rho V_0 g$

densità corpo immerso

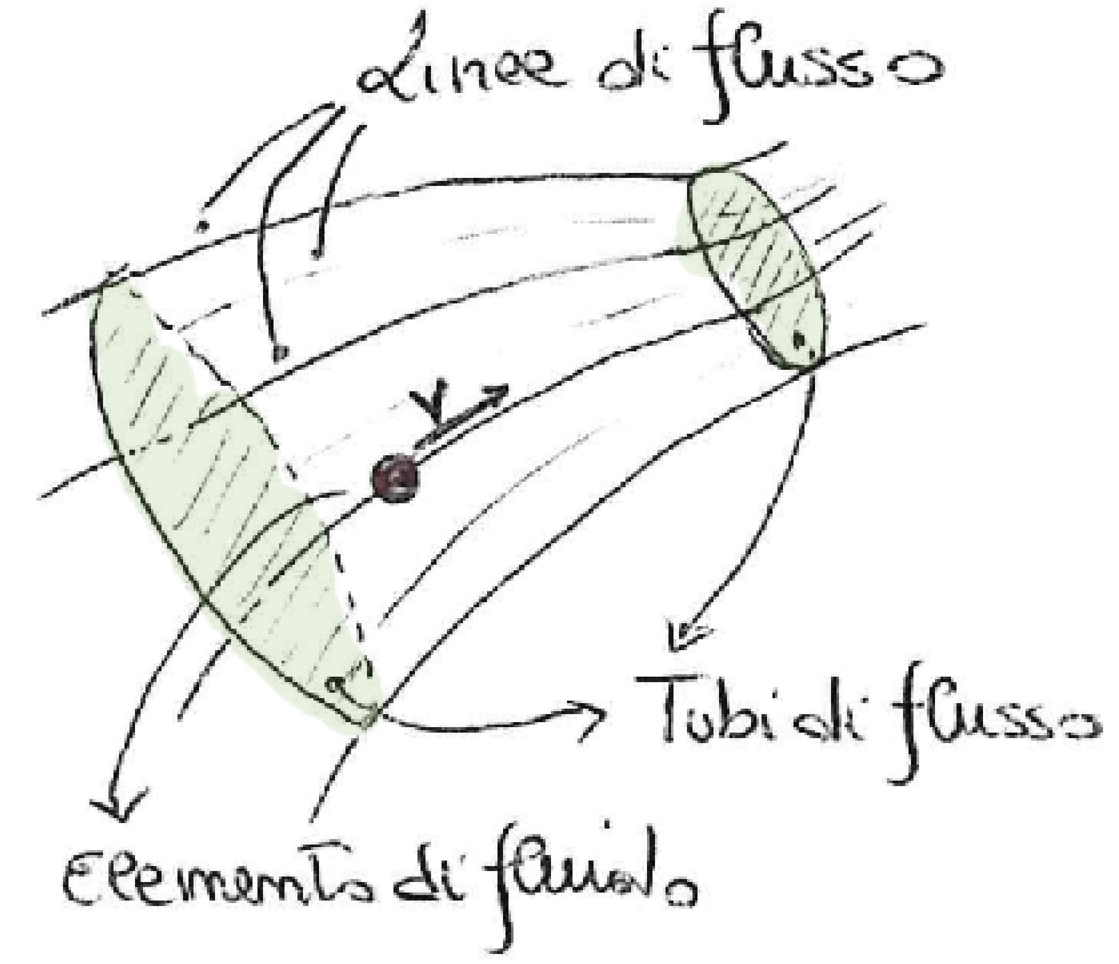
$$F_{Tot} = F_p - m'g = \rho_f V_0 g - \rho V_0 g = (\rho_f - \rho) V_0 g$$

Se $\rho > \rho_f$ $\quad F_{Tot} < 0 \rightarrow$ il corpo affonda

Se $\rho_f > \rho$ $\quad F_{Tot} > 0 \rightarrow$ il corpo galleggia

In entrambi i casi: il corpo riceve una spinta verso l'alto, $F_p = \rho_f V_0 g$, pari al peso del volume di fluido spostato.

Fluidi Ideali in Moto:

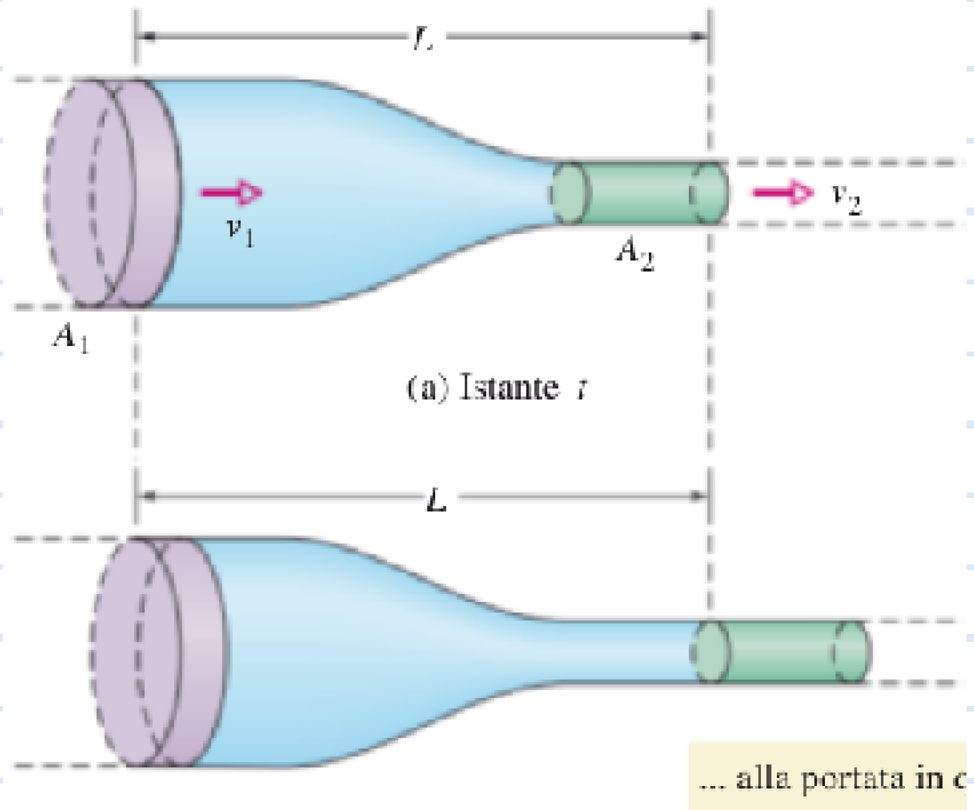


Equazione di Continuità:

$$\Delta V_1 = S_1 v_1 \Delta t = \Delta V_2 = S_2 v_2 \Delta t$$

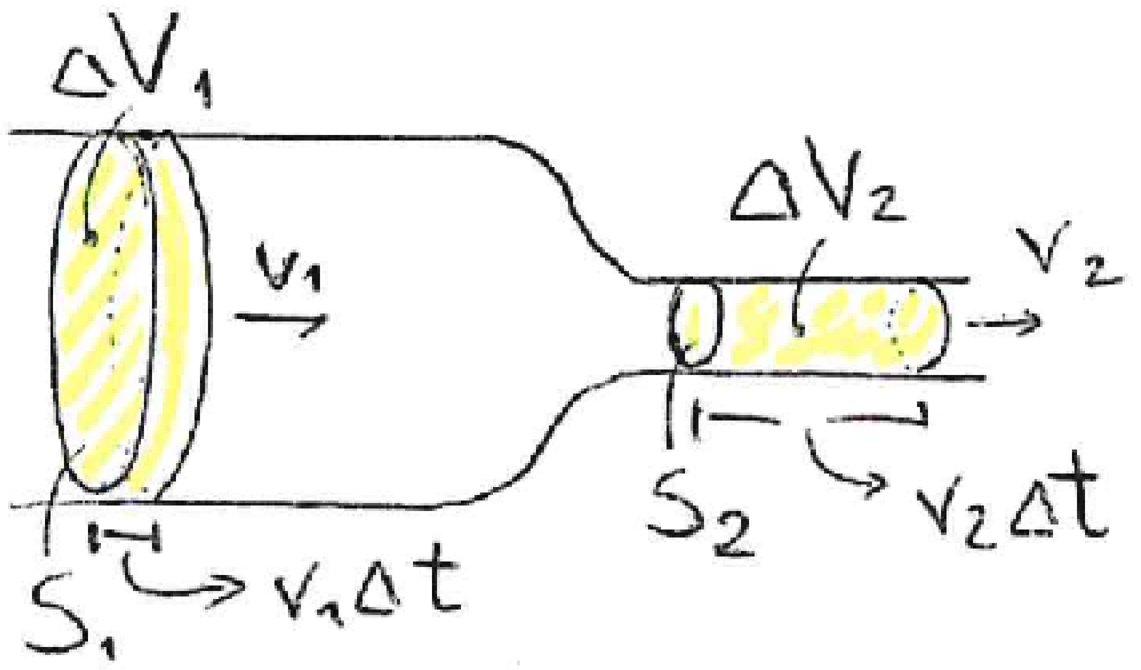
$$\rightarrow S_1 v_1 = S_2 v_2$$

$$R = Sv = \text{costante}$$



(a) Istante t

(b) Istante $t+\Delta t$



$$m_1 = m_2$$

$$\rho V_1 = \rho V_2$$

Equazione di Bernulli

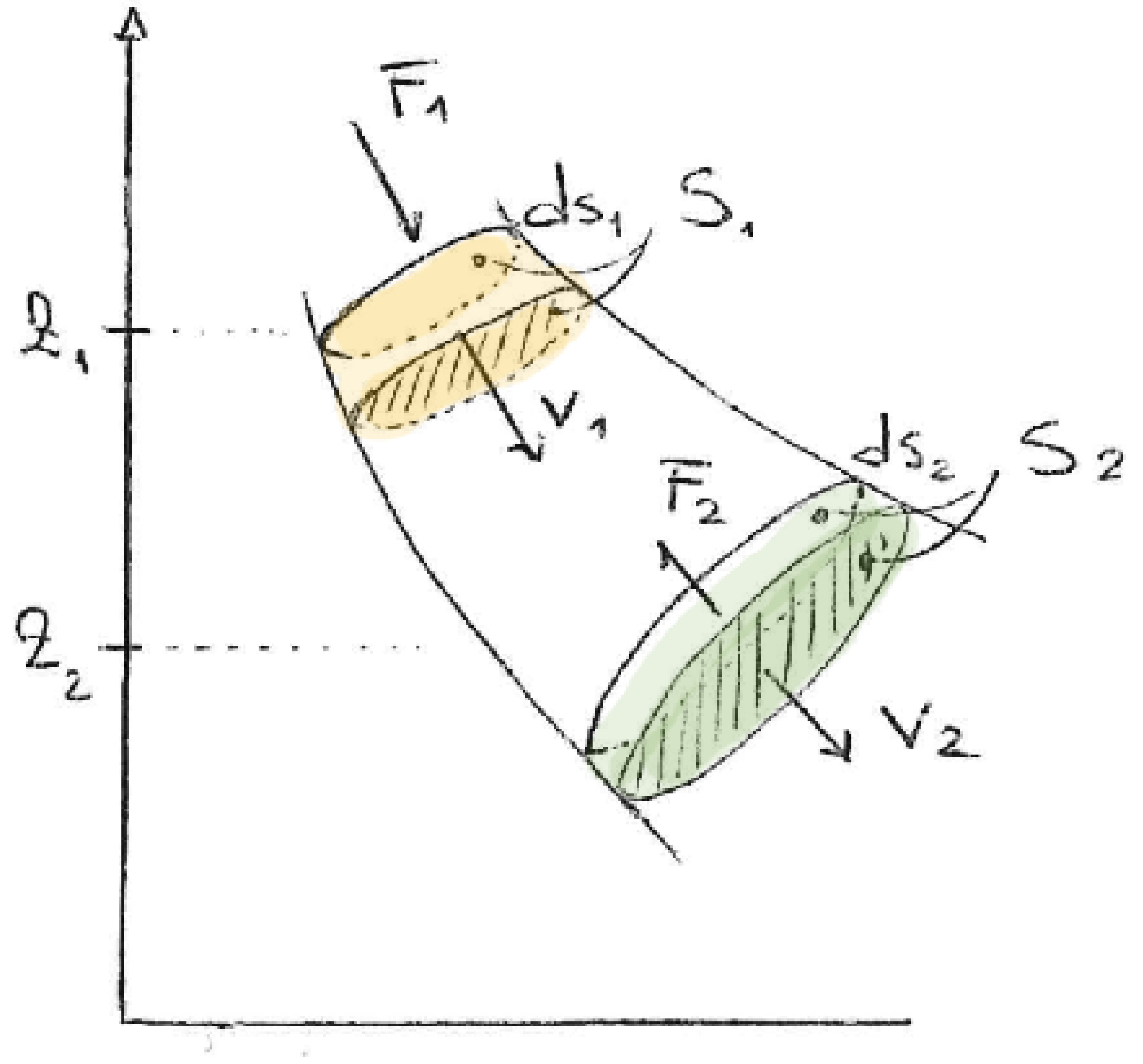
$$dV_1 = S_1 ds_1 = dV_2 = S_2 ds_2$$

Conservazione Energia:

$$dW = dE_k$$

$$dW_{pt} = \vec{F}_1 \cdot d\vec{s}_1 + \vec{F}_2 \cdot d\vec{s}_2 =$$

$$= p_1 \underbrace{S_1 ds_1}_{dV_1} - p_2 \underbrace{S_2 ds_2}_{dV_2} = (p_1 - p_2) dV$$

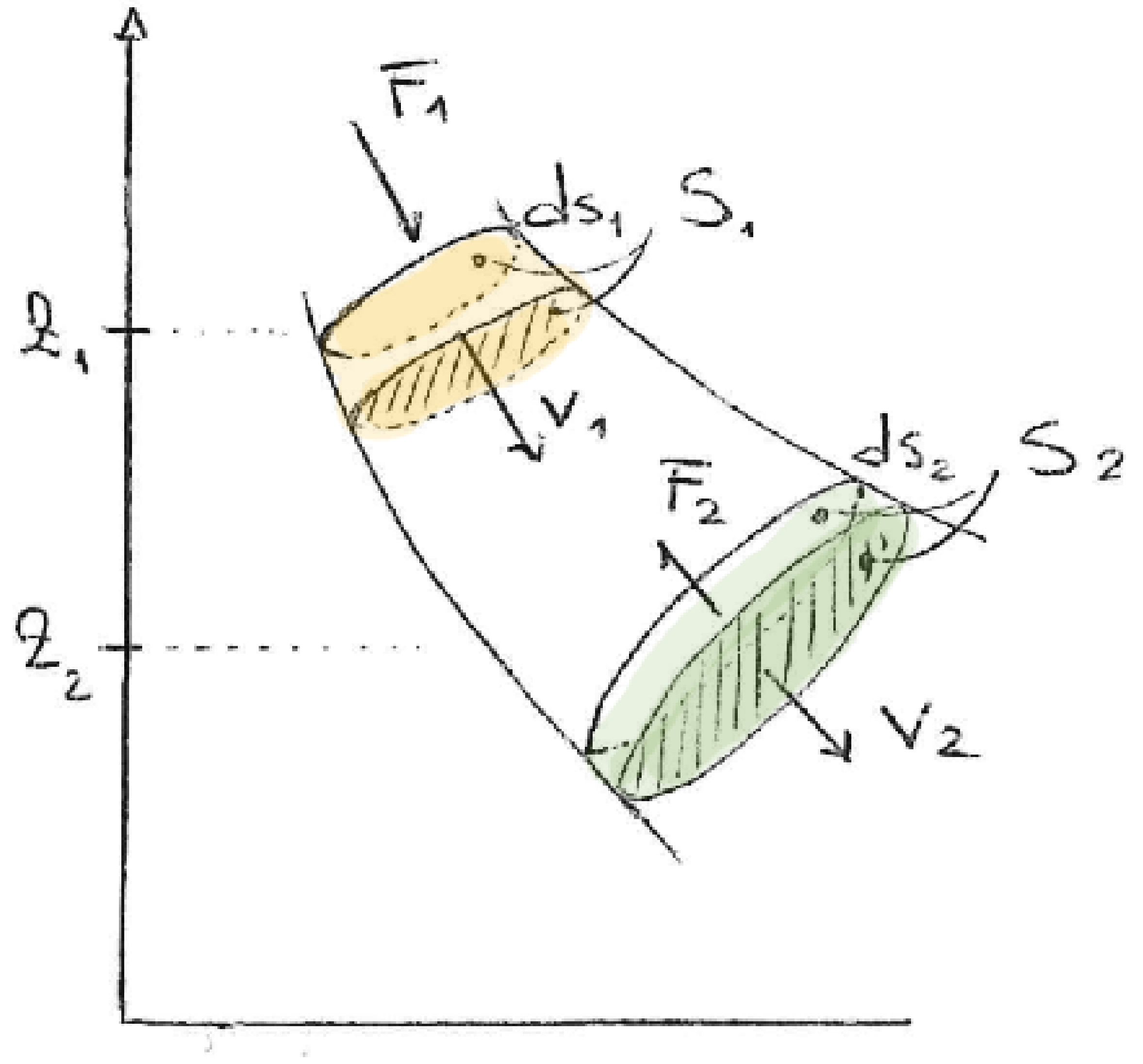


Equazione di Bernulli

$$dW_{peso} = -dE_p = -dm\,g\,(z_1 - z_2)$$

$$dE_K = \frac{1}{2}\underbrace{dm_2}_{\rho dV} v_2^2 - \frac{1}{2}dm_1 v_1^2 =$$

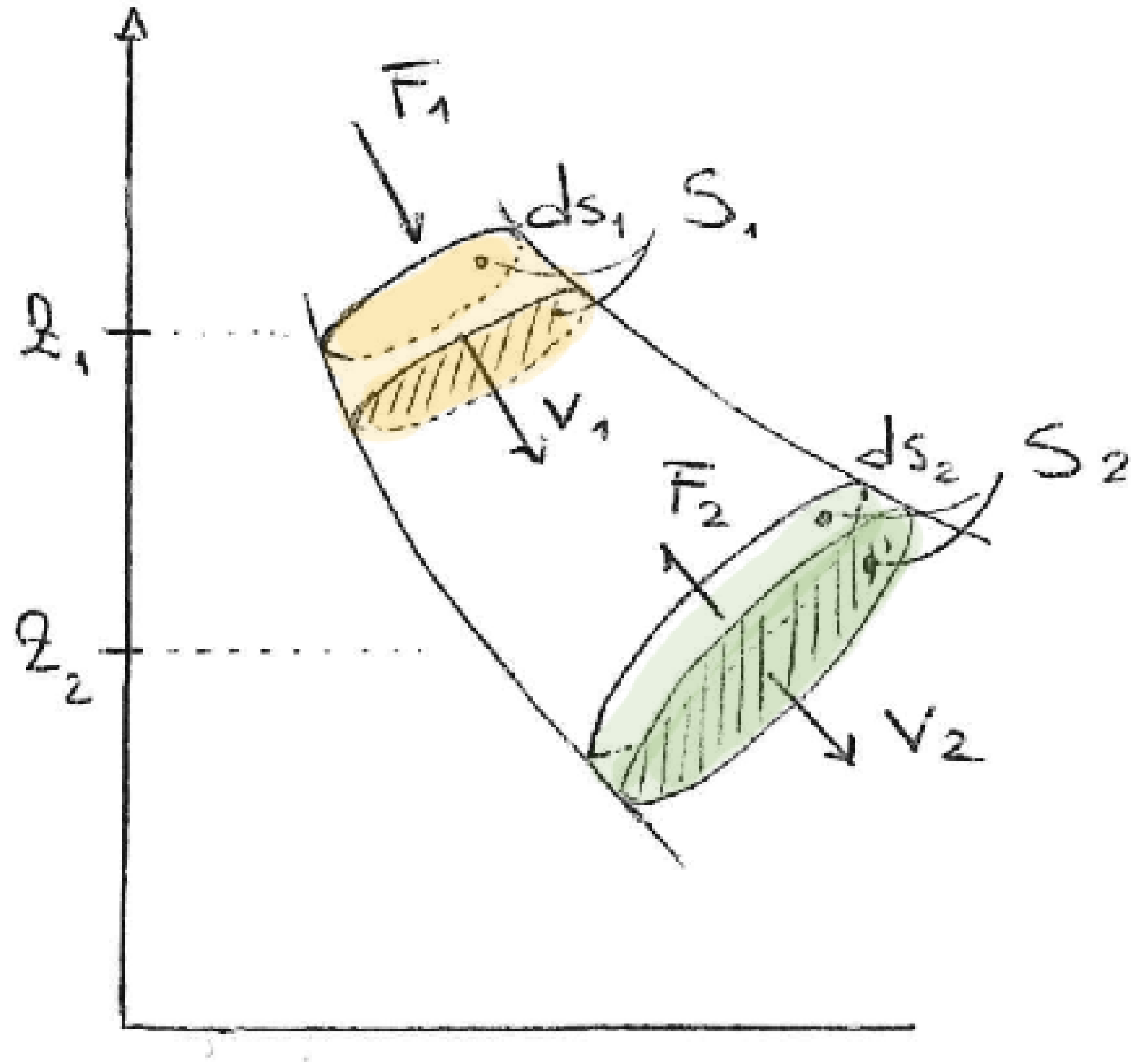
$$= \frac{1}{2}\rho\, dV \left(v_2^2 - v_1^2\right)$$



Equazione di Bernulli

$$dW = dE_k$$

$$dW_{pr} + dW_{peso} = -\rho\, dV g\,(z_2 - z_1) + (p_1 - p_2)\, dV = \frac{1}{2}\rho\, dV\,(v_2^2 - v_1^2)$$



$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g z_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g z_2$$

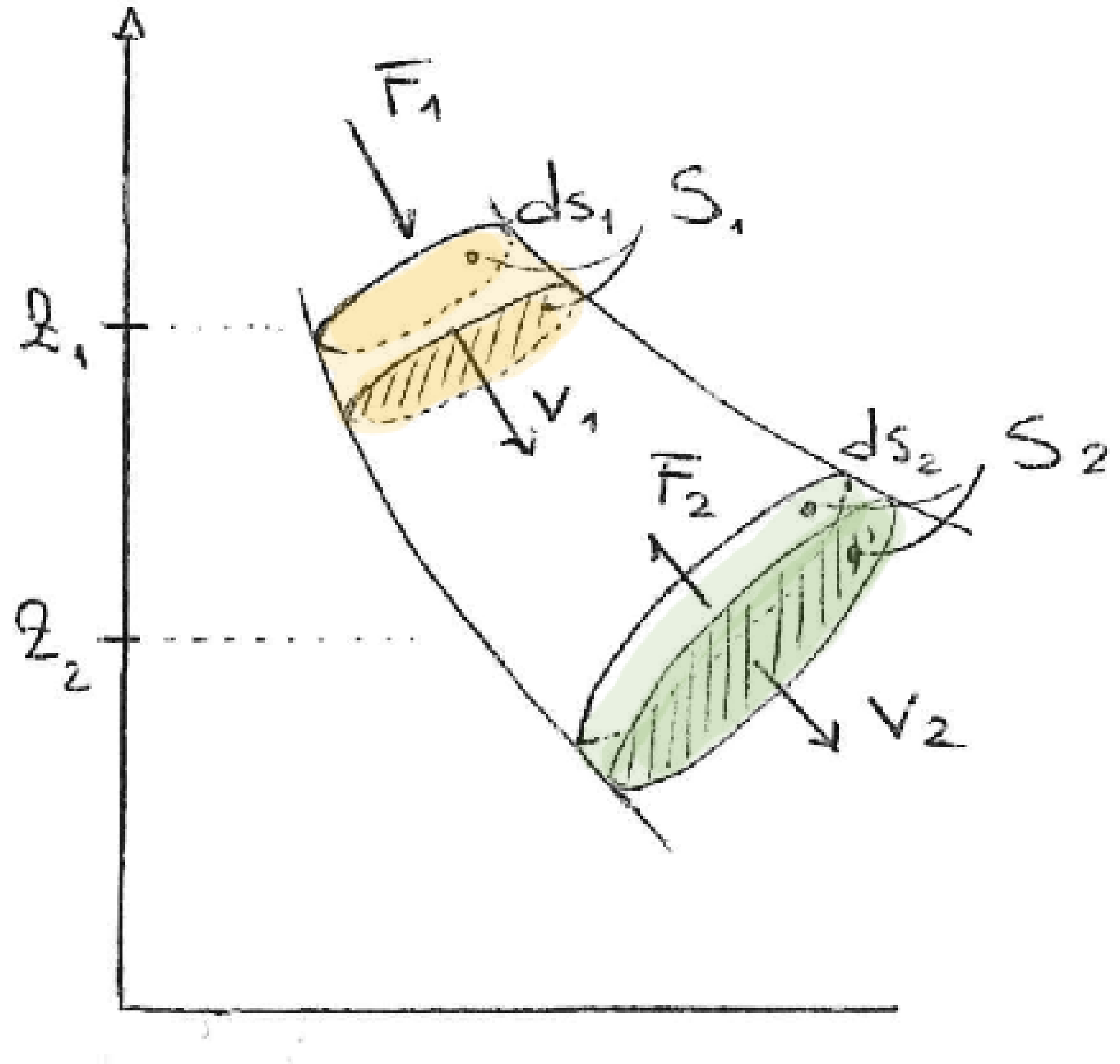
Equazione di Bernulli

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \text{cost}$$

Se $V = 0$

$$p_1 + \rho g h_1 = \text{cost} = p_2 + \rho g h_2$$

$$p_1 - p_2 = \rho g (z_2 - z_1)$$

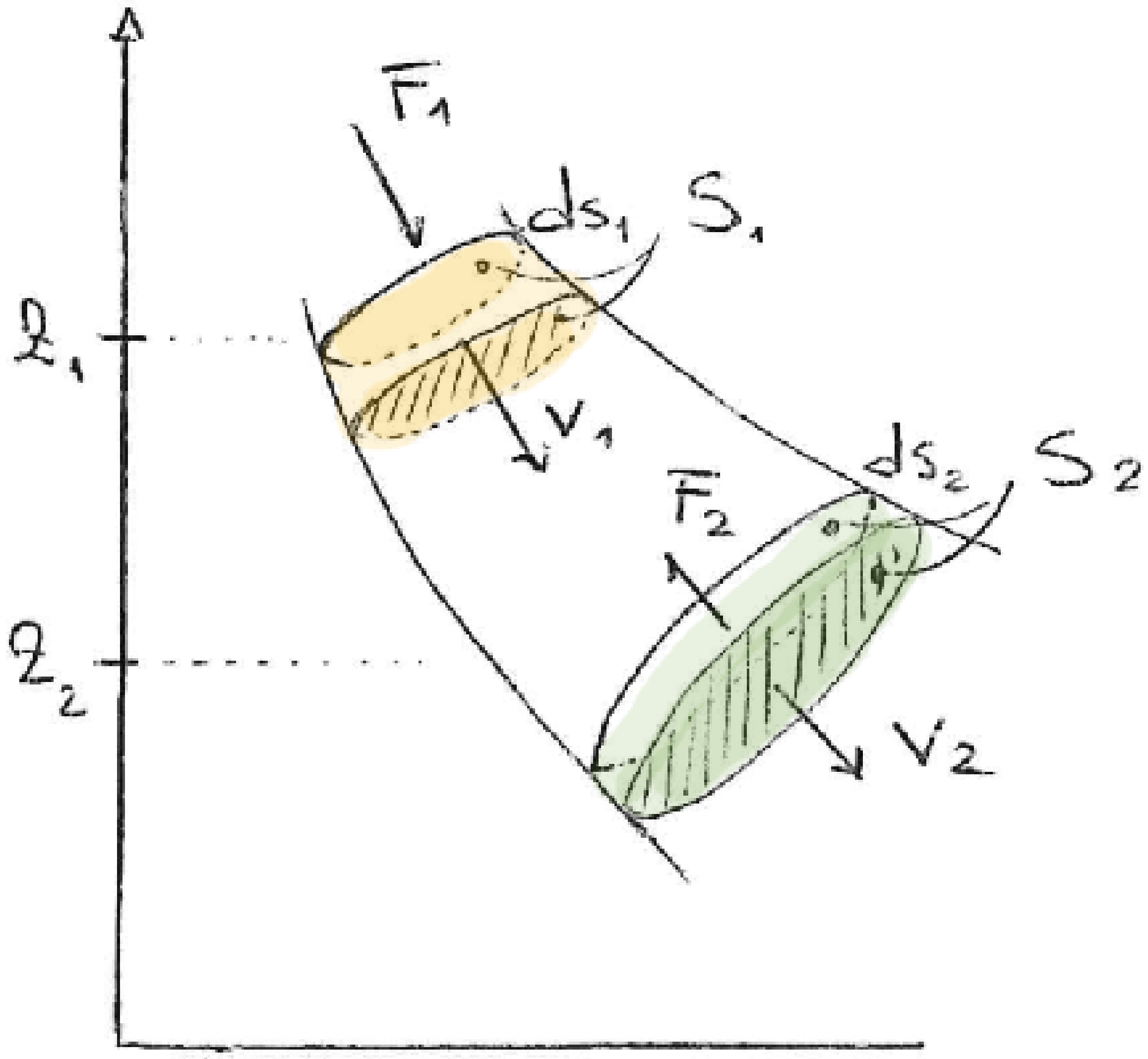


Equazione di Bernulli

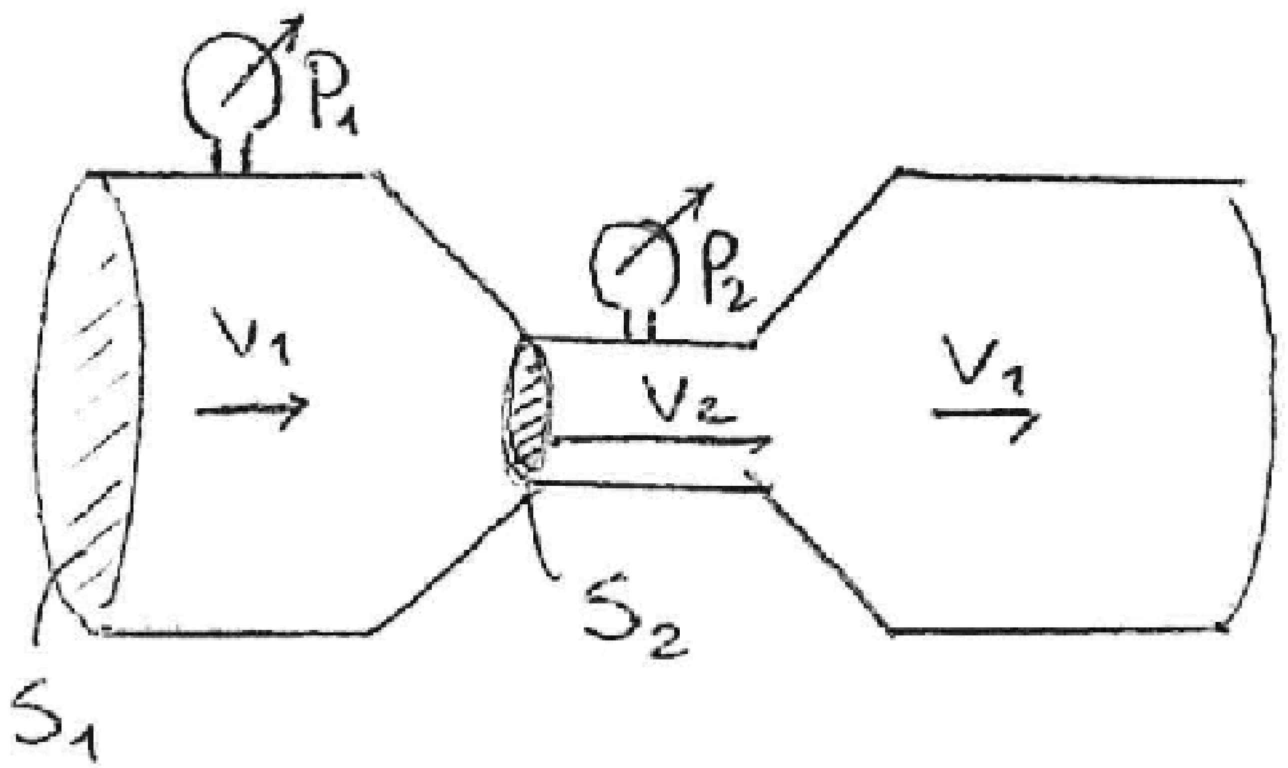
$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 + \rho g h = \cos t$$

Se $h = 0$

$$p + \frac{1}{2}\rho v^2 = \cos t$$



Es: Tubo di Venturi



i) $P_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 = P_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2$

ii) $v_1 S_1 = v_2 S_2 = R$

$\hookrightarrow v_2 = v_1 S_1 / S_2$

$$v_2^2 = \frac{2(P_1 - P_2)}{\rho} \frac{S_1^2}{S_1^2 - S_2^2}$$

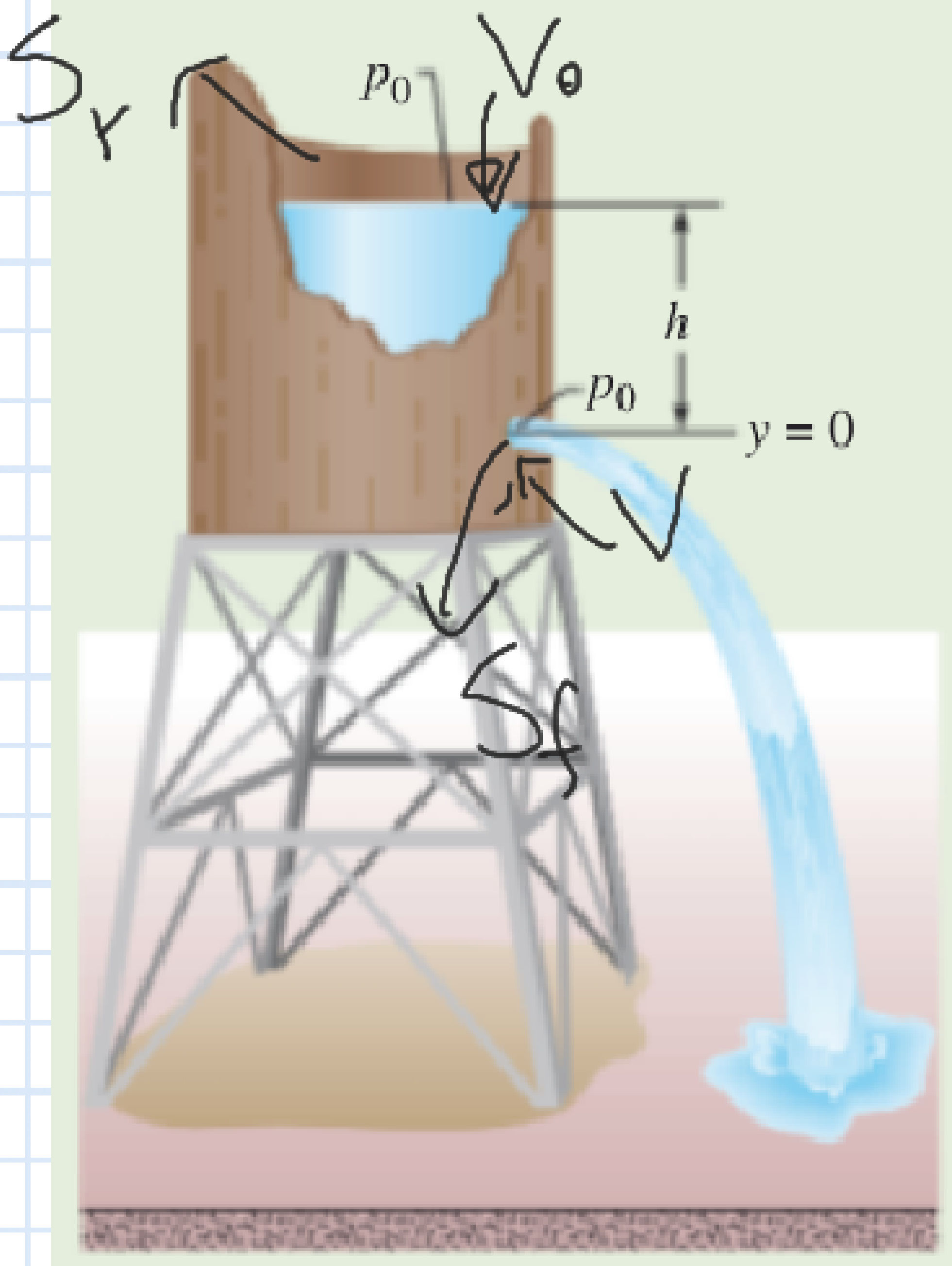
Es: Teorema di Torricelli

$$S_r v_0 = S_f v$$

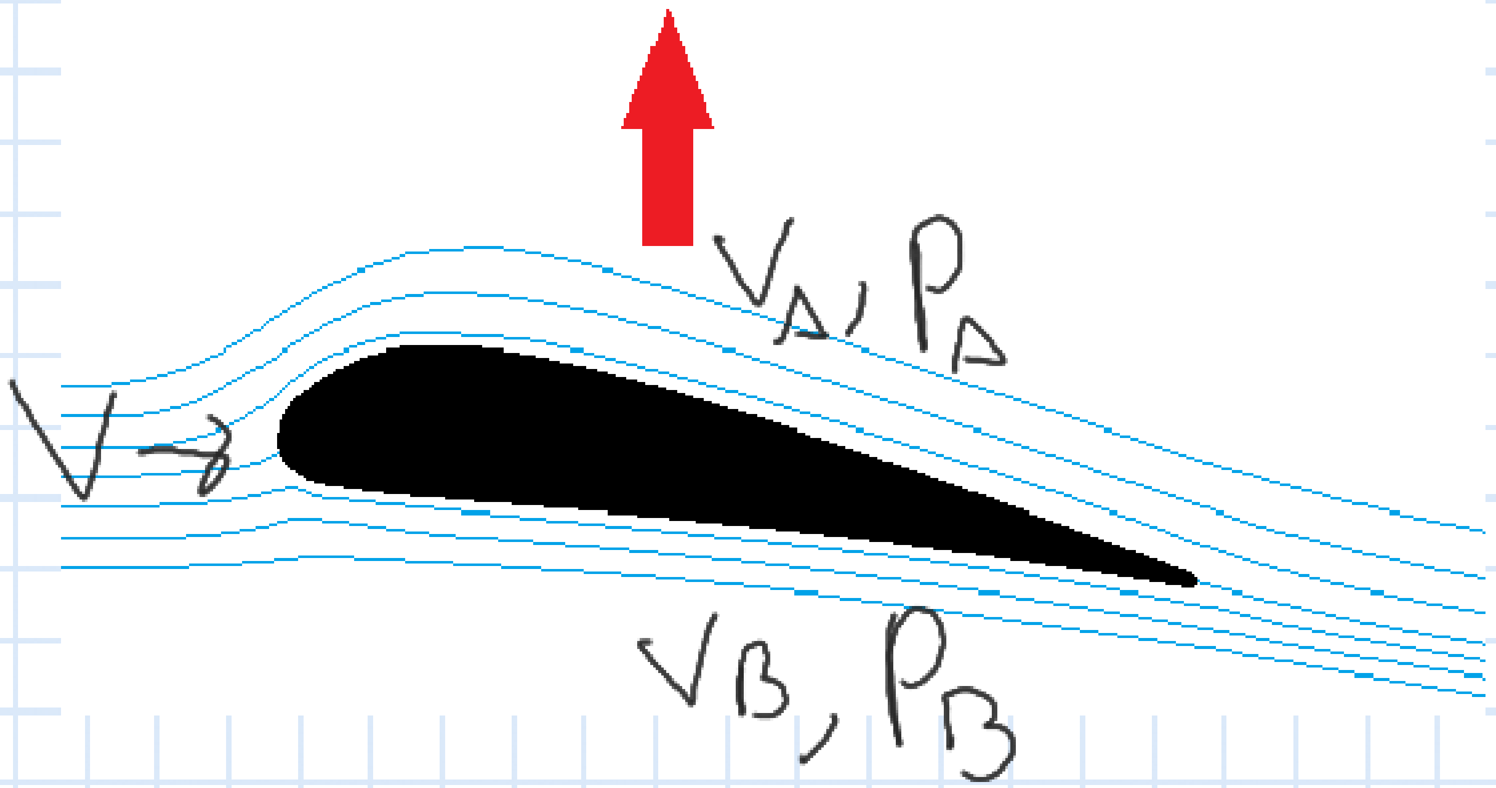
$$v_0 = \frac{S_f}{S_r} v \rightarrow v_0 \ll v \rightarrow v_0 \simeq 0$$

$$\cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho \underbrace{v_0^2}_{\sim 0} + \rho g h = \cancel{p_0} + \frac{1}{2}\rho v^2$$

$$v = \sqrt{2gh}$$



Es: Portanza ala (in un fluido ideale)



$$V_A = V + \Delta V$$
$$V_B = V - \Delta V$$

$$P_A + \frac{1}{2}\rho V_A^2 = P_B + \frac{1}{2}\rho V_B^2$$

$$\Delta p = 2\rho V \Delta V \longrightarrow F = \Delta p A = 2A\rho V \Delta V$$

Portanza