$$I_{EFF} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_t^{t+T} I^2(t)\,dt} \Rightarrow I_{EFF} = \frac{1}{T}\int_t^{t+T} I^2(t)\,dt = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$$

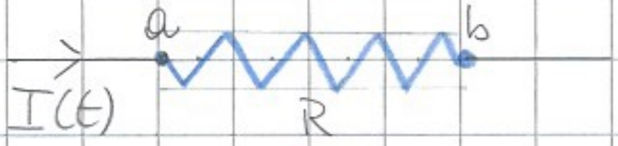
È UN VALORE QUADRATICO MEDIO ALLO STESSO MODO SI PUÒ CALCOLARE PER LA TENSIONE $V_{EFF} = \frac{V_0}{\sqrt{2}}$

TORNANDO ALLA EQ. DEL MOTO E SOSTITUENDO $\tilde{V}(t) = V_0 e^{i\omega t}$ SI OTTIENE L'EQ. ALGEBRICA ASSOC.

$$i\omega V_0 e^{i\omega t} = \left[-\omega^2 L + i\omega R + \frac{1}{C}\right]\cdot I_0 e^{i(\omega t - \varphi_I)} \Rightarrow$$

$\boxed{V_0 e^{i\varphi_I} = \left[R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right] I_0}$. COME VEDREMO QUESTA RELAZIONE PUÒ ESSERE VISTA COME UNA LEGGE DI OHM GENERALIZZATA. PER QUESTO ANALIZZIAMO I VARI ELEMENTI DEL CIRCUITO RLC SINGOLARMENTE.

- ELEMENTO RESISTIVO

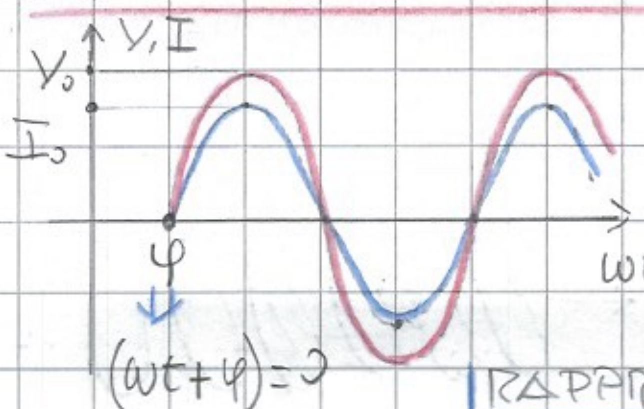


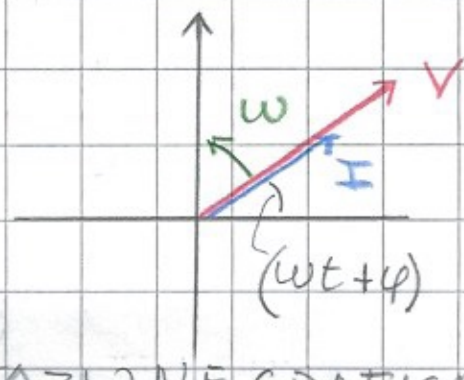
$\Delta V_{ab} = \Delta V_R = V_R$

$I = I_0 \sin(\omega t + \varphi_I) \Rightarrow V_R = IR = I_0 R \sin(\omega t + \varphi_I)$

COME ABBIAMO FATTO IN PRECEDENZA POSSIAMO UTILIZZARE UNA RAPPRESENTAZIONE COMPLESSA TENENDO A MENTE CHE LE GRANDEZZE FISICHE SONO DESCRITTE DA FUNZIONI O NUMERI REALI.

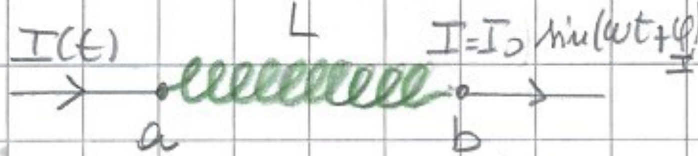
QUESTE RELAZIONI DIMOSTRANO CHE $V(t)$ E $I(t)$ OSCILLANO IN FASE.





RAPPRESENTAZIONE GRAFICA METODO SIMBOLICO

ELEMENTO INDUTTIVO



$\Delta V_L \equiv V_L = L\frac{dI}{dt} \Rightarrow$ IL FATTO CHE $V_L(t) \propto \frac{dI}{dt} \Rightarrow$ CHE V(t) E I(t) SONO SFASATE.

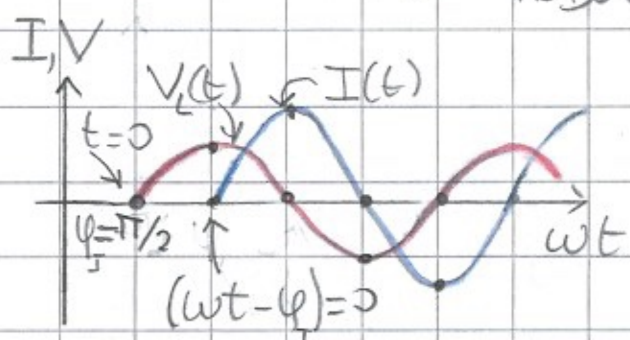
$I(t) = I_0 \sin(\omega t + \varphi_I) \Rightarrow V_L(t) = L\omega I_0 \cos(\omega t + \varphi_I) \Rightarrow$

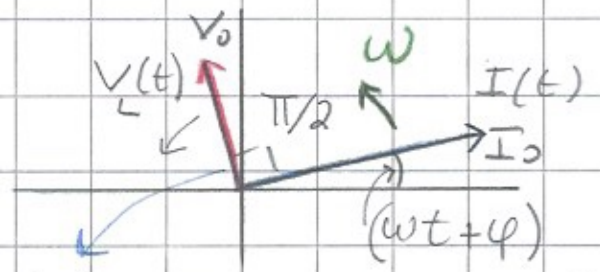
$V_L(t) = \boxed{L\omega} I_0 \sin(\omega t + \varphi_I + \boxed{\pi/2})$ CHE NELLA RAPPRESENTAZIONE COMPLESSA RISULTA

$\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} \Rightarrow \tilde{V}_L(t) = iL\omega I_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} =$

$= \boxed{\boxed{i} L\omega} \, I(t)$ $\quad Z_L = \boxed{i\omega L}$ $\quad$ CON $\boxed{X = \omega L}$

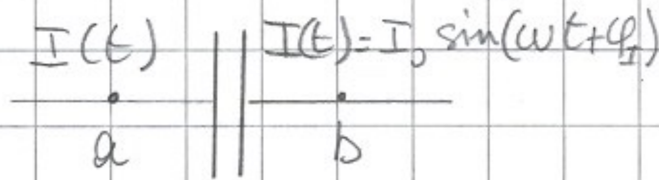
SFASATA DI π/2 — IMPEDENZA INDUTTIVA — REATTANZA INDUTTIVA





LA $V_L(t)$ ANTICIPA DI $\pi/2$ $I(t)$

ELEMENTO CAPACITIVO



$\Delta V_C \equiv V_C = \frac{Q}{C} = \frac{\int I\,dt}{C}$

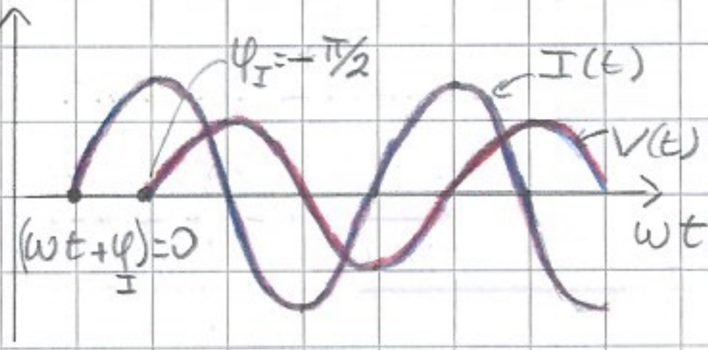
$V_C = -\frac{I_0}{\omega C}\cos(\omega t + \varphi_I) \Rightarrow$

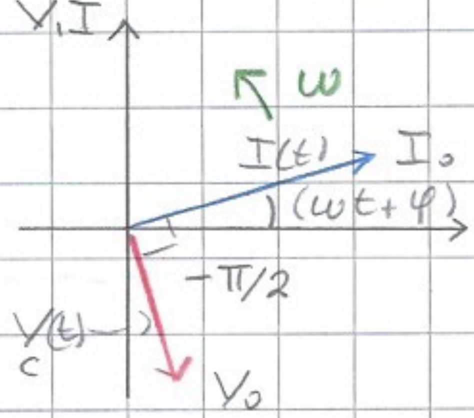
$V_C(t) = \frac{I_0}{\omega C} \sin(\omega t + \varphi - \boxed{\pi/2})$ CHE NELLA RAPPRESENTAZIONE COMPLESSA DIVENTA $\tilde{I}(t) = I_0 e^{i(\omega t + \varphi_I)} \Rightarrow$

$\tilde{V}_C = \frac{I_0}{C}\int e^{i(\omega t + \varphi)} dt = \frac{1}{i\omega C} I_0 e^{i(\omega t + \varphi)} \Rightarrow$

$\tilde{V}_C = \frac{1}{i\omega C} I(t) = \boxed{-\frac{\boxed{i}}{\omega C}} I(t)$ $\quad Z_C = -\boxed{\frac{i}{\omega C}}$ $\quad \boxed{X_C = \frac{1}{\omega C}}$

SFASATA DI $-\pi/2$ — IMPEDENZA CAPACITIVA — REATTANZA CAPACITIVA





- LEGGE DI OHM GENERALIZZATA

$$\tilde{V} = \tilde{Z}\tilde{I} \Rightarrow V_0 e^{i(\varphi_V - \varphi_I)} = \tilde{Z} I_0$$

PER RICAVARE $\tilde{Z}$ IN GENERALE RICORRIAMO ALLA SEGUENTE TABELLA $\Rightarrow$

COMP	V_0	$\Delta\varphi$	$\tilde{Z}$	$\langle P \rangle$
R	$I_0 R$	0	R	$\frac{V_0 I_0}{2} = \frac{I_0^2 R}{2} = \frac{V_0^2}{2R}$
L	$I_0 \omega L$	$+\pi/2$	$i\omega L$	$\emptyset$
C	$I_0/\omega C$	$-\pi/2$	$-\frac{1}{\omega C}$	$\emptyset$

QUINDI CON I COMPONENTI IN SERIE

$$\boxed{\tilde{Z} = \left[R + i\left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)\right]}$$

SI CONFRONTI QUESTA RELAZIONE CON QUELLA OTTENUTA DALLA SOLUZIONE DELLA EQ. DEL MOTO PER RLC IN SERIE ALIMENTATI DA I(t) ALTERNATA. PONIAMO $\varphi_V - \varphi_I = \varphi$

$$V_0 e^{i\varphi} = \tilde{Z} I_0 \Rightarrow I_0 = \frac{V_0}{|\tilde{Z}|} = \frac{V_0}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{1/2}}$$

$$\varphi = \mathrm{ARCTAN} = (+)\left[\frac{\omega L - 1/\omega C}{R}\right]$$

CI SONO DEI TESTI CHE HANNO IL SEGNO −. QUESTO DIPENDE DAL SEGNO DI $\varphi \Rightarrow (\omega t + \varphi) \Rightarrow (+)$ $(\omega t - \varphi) \Rightarrow (-)$. IN CONDIZIONE DI RISONANZA

$$\omega = \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \Rightarrow \omega L - \frac{1}{\omega C} = \frac{\omega^2 LC - 1}{\omega C} \Rightarrow$$

$$\frac{\frac{LC}{LC} - 1}{\omega C} = \emptyset \Rightarrow \tilde{Z} \text{ DIVENTA REALE } Z = R \text{ E } \varphi = 0$$

MENTRE $I_0 \Rightarrow$ MAX $\Rightarrow$ IL SISTEMA

ACCUMULA LA MAX. ENERGIA.

- FATTORE DI QUALITÀ. COME ABBIAMO FATTO PER IL SISTEMA MECCANICO ANCHE IN QUESTO CASO INTRODUCIAMO UN TERMINE DISSIPATIVO γ E DEFINIAMO Q (FATTORE DI QUALITÀ) $= \omega_0/\gamma$. PER CAPIRE IL SIGNIFICATO FISICO DI γ RISCRIVIAMO LA FUNZIONE REALE DEL MOTO $I(t) = \frac{Q_0 \omega_0^2}{\beta} e^{-\alpha t} \sin \omega t$

CARICA COND.

DEC. ESPON. DOVUTO A EFF. DISSIPATIVI

$\Rightarrow \boxed{\alpha = \gamma}$ CHE AVEVAMO INCONTRATO NEI SISTEMI MECCANICI. MA $\boxed{\alpha = \frac{R}{2L}}$

ATTENZIONE Q È UN NUMERO PURO $\neq Q_0$

$\boxed{2\alpha = \frac{R}{L} = \frac{1}{\tau}}$ TEMPO DI DECADIMENTO. COME AVEVAMO FATTO PER I SISTEMI MECCANICI POSSIAMO DEFINIRE $\gamma_1 = \alpha = \frac{R}{2L}$ OPPURE $\gamma = 2\alpha = \frac{R}{L} \Rightarrow \gamma_1 = \gamma/2$ (VEDI PAG. 91). UTILIZZANDO $\boxed{\gamma = \frac{1}{\tau} = \frac{R}{L} = 2\alpha}$ E USANDO LA DEF. DI $Q = \omega_0/\gamma$ DATA PER I SISTEMI MECCANICI OTTENIAMO CHE $\boxed{Q = \omega_0 \frac{L}{R} = \omega_0 \tau}$

- OSSERVAZIONE. NON DOVREBBE SORPRENDERE CHE Q NON DIPENDE DAL CONDENSATORE (C). INFATTI Q È UN TERMINE DINAMICO OVVERO CI INDICA COME L'ENERGIA POTENZIALE MESSA A DISPOSIZIONE DA C È UTILIZZATA DAL SISTEMA O MEGLIO È RIPARTITA DAL SISTEMA IN TERMINI DI ENERGIA CINETICA (L) RIUTILIZZABILE E DI ENERGIA DISSIPATA (R) DISPERSA. QUESTO ARGOMENTO TORNA ANCHE

ARGOMENTANDO IN TERMINI DI $\tilde{Z}$.

DEFINENDO $Q = \omega_0 L/R$ CI PERMETTE DI RISCRIVERE $\boxed{I_0 = \frac{V_0}{|\tilde{Z}_0|} = \frac{V_0}{\left[R^2 + \left(\omega L - \frac{1}{\omega C}\right)^2\right]^{1/2}}}$

COME $\boxed{I_0 = \frac{V_0/R}{\left[1 + Q^2\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}\right)^2\right]^{1/2}}} \Rightarrow I_0$ È MAX PER $\omega = \omega_0$. IN QUESTA RELAZIONE Q_0 E' UN PARAMETRO CHE DETERMINA LA FORMA DELLA CURVA. COME AVEVAMO GIÀ ARGOMENTATO IN PRECEDENZA PIÙ ELEVATO E' Q PIÙ $\Delta\omega$ E' PICCOLO. PER LA FORMULAZIONE ANALITICA DI QUESTO ARGOMENTO PARTIAMO DALLA RELAZIONE PRECEDENTE RISCRIVENDOLA COME $\frac{I_0 R}{V_0} = \frac{1}{\left[1 + Q^2\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}\right)^2\right]^{1/2}}$

QUANDO $Q^2\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{I_0 R}{V} = \frac{1}{2} \Rightarrow I_0 = \frac{V_0}{R} \cdot \frac{1}{2}$

$\boxed{I_0 = \frac{1}{2} I_{MAX}} \Rightarrow \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0} = \pm Q \Rightarrow \omega^2 - \omega_0^2 \pm \frac{\omega\omega_0}{Q} = 0$

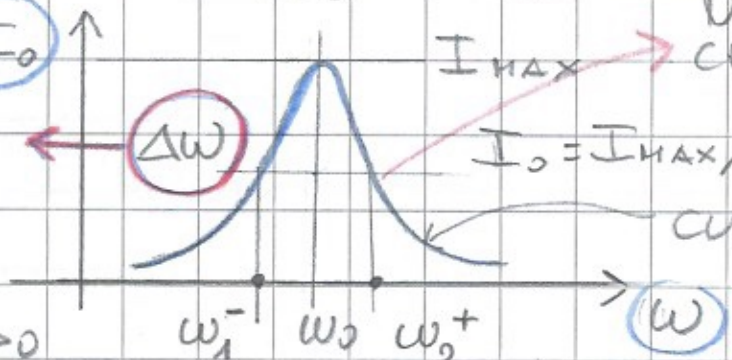
QUESTA E' UN' EQ. ALGEBRICA DI 2° GRADO IN ω DA CUI $\omega_{1,2} = \frac{\pm\omega_0 \pm \sqrt{\omega_0^2 + 4Q^2\omega_0^2}}{2Q} \Rightarrow \Delta\omega = \omega_2^+ - \omega_1^- =$

$\boxed{= \frac{\omega}{Q} = \frac{R}{L} \equiv \frac{1}{\tau} = \gamma}$ QUESTE RELAZIONI SONO DENSE DI SIGNIFICATO FISICO

- OSSERVAZIONE. QUANDO $Q^2\left(\frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\omega\omega_0}\right)^2 = 1 \Rightarrow$ I_0 (AMPIEZZA DELLA CORRENTE) È $= \frac{1}{2} I_{MAX}$ MA IN QUESTA CIRCOSTANZA

$\boxed{\Delta\omega = \frac{1}{\tau} = \gamma}$. QUESTO E' UN RISULTATO DI GRANDE IMPORTANZA PRATICA E HA UNA VALENZA GENERALE CHE SI APPLICA

A TUTTI I PROCESSI OSCILLATORI DA QUELLI DELLA FISICA MACROSCOPICA ALLA FISICA ATOMICA E NUCLEARE. PER RENDERE PIÙ ESPLICE QUESTE OSSERVAZIONI NOTIAMO CHE I_0 E' UNA FUNZIONE LORENZIANA CHE POSSIAMO RAPPRESENTARE COME $I_0 = I_0(\omega/\omega_0)$



MISURA

$\gamma = 1/\tau$

DISSIP. TEMPO DEC. DEL PROCESSO OSCILLATORIO

NOTIAMO ANCHE CHE $Q = \omega_0 \tau = \dfrac{\omega_0}{\Delta\omega}$

CURVA LORENZ.