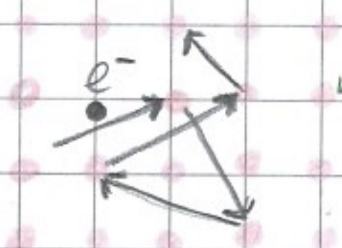
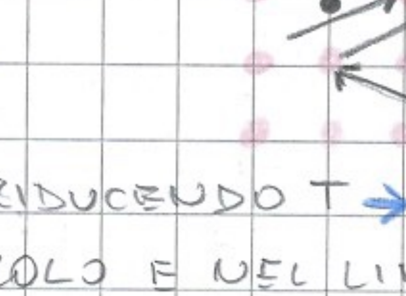
ANCHE IN QUESTO CASO $\boxed{\gamma = \frac{1}{\tau}}$. IN UN MODELLO MICROSCOPICO τ RAPPRESENTA IL TEMPO MEDIO TRA COLLISIONI ANELASTICHE DEGLI ELETTRONI CON IL RETICOLO. NATURALMENTE, IN UNA COLLISIONE ANELASTICA (NON-ELASTICA) L'ELETTRONE PUO' ACQUISIRE O CEDERE ENERGIA DAL RETICOLO CHE SI TROVERA' ALL'EQUILIBRIO ALLA TEMPERATURA T



RIDUCENDO T $\rightarrow$ RIDURRE L'ENERGIA DEL RETICOLO E NEL LIMITE (NON FISICO) DI UN RETICOLO CONGELATO GLI URTI e^--RETICOLO SARANNO SEMPRE PIÙ ELASTICI (SENZA DISSIPAZIONE DI ENERGIA) $\Rightarrow$ DIMINUENDO $T\downarrow \Rightarrow \gamma\downarrow \Rightarrow \tau\uparrow$

IN UN ESPERIMENTO DOVE MISURIAMO $\rho(T)$ CI ASPETTIAMO UN ANDAMENTO DEL TIPO RIPORTATO



IN FIGURA. NATURALMENTE L'ANDAMENTO ALLE BASSISSIME TEMPERATURE VA DESCRITTO CON MODELLI QUANTISTICI, MA QUESTO ESULA DAL NOSTRO SCOPO. SEMPRE UTILIZZANDO UN MODELLO APPROSSIMATIVO COME QUELLO SOPRA POSSIAMO INTUIRE CHE SE ORA APPLICHIAMO UN CAMPO ELETTRICO LE CARICHE SI MUOVERANNO DI CONSEGUENZA, MA IL LORO MOTO NON SARA' PARALLELO A $\vec{E}$ COME VORREBBE LA RELAZIONE

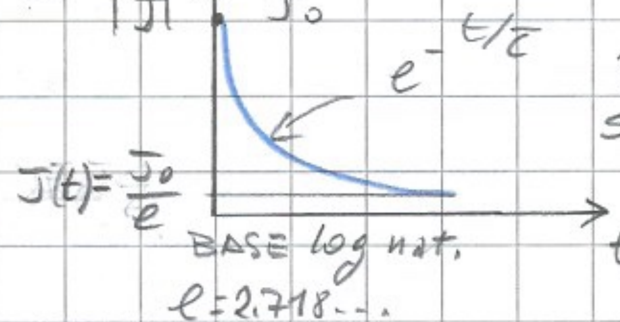
$\bar{F} = e^- \bar{E}$ (MOTO CHE SI OSSERVA PER CARICHE NELLO SPAZIO LIBERO) MA SARÀ UN MOTO CON URTI PER CUI LA VELOCITÀ SARÀ UNA VELOCITÀ DI "DRIFT" NELLA DIREZIONE DEL CAMPO APPLICATO.
ORA POSSIAMO RISCRIVERE L'EQ. DEL MOTO IN TERMINI DI DENSITÀ DI CORRENTE $\bar{J} = -Ne\bar{V}_D \Rightarrow \bar{V}_D = -\frac{\bar{J}}{Ne}$

DENSITÀ DI CARICA

VELOCITÀ DI DRIFT

$$\Rightarrow \boxed{\frac{d\bar{J}}{dt} + \tau^{-1}\bar{J} = \frac{Ne^2}{m}\bar{E}}$$

- CORRENTE TRANSIENTE $(\bar{E} = \emptyset) \Rightarrow \frac{d\bar{J}}{dt} + \tau^{-1}\bar{J} = 0 \Rightarrow$
$\bar{J}(t) = \bar{J}_0 e^{-t/\tau}$



τ IN UN PROCESSO DI DECAD. ESPONENZ. È DET. COME IN FIGURA

- CAMPO STATICO $\Rightarrow \frac{d\bar{J}}{dt} = \emptyset \Rightarrow$ L'EQUAZIONE DEL MOTO SI RIDUCE A $\tau^{-1}\bar{J} = \frac{Ne^2\bar{E}}{m}$ POSSIAMO $\times$ $\frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0} \Rightarrow \tau^{-1}\bar{J} = \frac{\varepsilon_0}{\varepsilon_0}\frac{Ne^2}{m}\bar{E} = \varepsilon_0 \omega_p \bar{E}$
$\rightarrow$ (FREQUENZA DI PLASMA)^2
$\rightarrow (\omega_p)^2$

MA NELLA CONDIZIONE STATICA SI HA $\bar{J} = \sigma E$ CONDUCIBILITÀ
$\Rightarrow \sigma \equiv \frac{Ne^2\tau}{m}$ OPPURE $\sigma \equiv \varepsilon_0 \omega$

SONO CARTTERISTICI DEL CONDUTTORE.

- OSSERVAZIONE

PER CAPIRE MEGLIO COS'È LA FREQUENZA DI PLASMA ω_p (È LA FREQUENZA DI RISONANZA DI CARICHE LIBERE CON DENSITÀ N E MASSA DELLA CARICA m) POSSIAMO PARTIRE DALLA IV EQ. DI MAXWELL $\bar{\nabla} \times \bar{B} = \mu \bar{J} + \varepsilon\mu \, \partial_t \bar{E}$. SE LE CARICHE SONO LIBERE NEL CONDUTTORE POSSIAMO PORRE

$\bar{J} = \emptyset$ E RICORDANDO CHE $\bar{\nabla} \times \bar{E} = -\partial_t \bar{B} \Rightarrow$

SE DERIVIAMO L'EQ. DEL MOTO $\partial_t \Rightarrow$

$\bar{\nabla} \times \partial_t \bar{B} = \varepsilon \mu \, \partial_t^2 \bar{E} \Rightarrow -(\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{E}) = \varepsilon_0 \mu_0 \partial_t^2 \bar{E}$

$\nabla^2 \bar{E} - \frac{1}{V^2} \partial_t^2 \bar{E} = \emptyset \Leftarrow -\varepsilon \mu \, \partial_t^2 \bar{E} = +\left[\bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{E}) - \bar{\nabla}^2 \bar{E}\right]$

CHE E' L'EQ. DELLE ONDE ($\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0$ PERCHE' IL CONDUTTORE E' NEUTRO). TUTTAVIA, SE APPLICHIAMO UN CAMPO $\bar{E}$ E ∂_t LA IV DI MAXWELL OTTENIAMO $(\bar{\nabla} \times \partial_t \bar{B}) = \mu \partial_t \bar{J} + \varepsilon \mu \partial^2 \bar{E}$. ORA CONSIDERIAMO L'EQ DEL MOTO $m\ddot{\bar{x}} = m\dot{\bar{v}} = -e\bar{E}$

E $\bar{J} = -Ne\bar{v} \Rightarrow \partial_t \bar{J} = -Ne\dot{\bar{v}}$ DOVUTO ALLA CARICA

MA $\dot{\bar{v}} = -\frac{e\bar{E}}{m} \Rightarrow \partial_t \bar{J} = -\frac{Ne^2}{m}\bar{E} \Rightarrow \bar{\nabla} \times \partial_t \bar{B} =$

$-(\bar{\nabla} \times \bar{\nabla} \times \bar{E}) = -\bar{\nabla}(\bar{\nabla} \cdot \bar{E} - \bar{\nabla}^2 \bar{E})$ CHE CON $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = 0 \Rightarrow$ (IL COND. E' NEUTRO)

$\rightarrow \nabla^2 \bar{E} = \mu \frac{Ne^2}{m} \bar{E} + \frac{1}{V^2} \partial_t^2 \bar{E}$ MOLTIPLICANDO IL 2° TER. A DX PER $\frac{\varepsilon}{\varepsilon} \Rightarrow$ $\boxed{\nabla^2 E - \frac{1}{V^2} \partial_t^2 \bar{E} = \frac{1}{V^2} \omega_p^2 E}$

DOVE $\omega_p^2 = \frac{Ne^2}{\varepsilon m}$ EQ. DELLE ONDE NON-OMOG.

SE IL CAMPO $\bar{E} = COST$ $\nabla^2 E = \frac{1}{V^2} \omega_p^2 \bar{E}$ MA SE $\bar{E} = E_0 e^{i\omega t}$ ANCHE LE CARICHE OSCILLERANNO E SE $\omega = \omega_p \Rightarrow$ RISONANZA DI PLASMA.

OSSERVAZIONE SE IL CAMPO $\bar{E}$ E' CARATTERIZZATO DA $\bar{\nabla} \cdot \bar{E} = \emptyset$ E $\bar{\nabla} \times \bar{E} \neq 0$ IL CAMPO E' TRASVERSALE $(\bar{E}_T)$ VICEVERSA E' LONGITUDINALE.

POSSIAMO ORA RISCRIVERE L'EQ. COME

$V^2 \nabla^2 (\bar{E}_T + \bar{E}_L) = \partial_t^2 (\bar{E}_T + \bar{E}_L) + \omega_p^2 (\bar{E}_T + \bar{E}_L)$

SE ASSUMIAMO $\nabla^2 E_L = 0$ (IL CAMPO E_L HA $\bar{\nabla} \cdot (\bar{\nabla} E_L) = 0$) ALLORA OTTENIAMO UN SET

DI DUE EQ. UNA PER IL CAMPO E_T E UNA PER E_L

$$\begin{cases} \partial_t^2 E_T^2 + \omega_p^2 E_T - v^2 \nabla^2 E_T = 0 \\ \partial_t^2 E_L + \omega_p^2 E_L = 0 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ CONSIDERIAMO UNA SOLUZIONE $e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)}$

LE DUE ALGEBRICHE ASSOCIATE SONO

T) $c^2k^2 + \omega^2 = \omega_p^2 \Rightarrow$ NON HA SOLUZIONI PER $\omega < \omega_p$

L) $\omega = \omega_p \Rightarrow$ QUESTA SOLUZIONE DIMOSTRA CHE IL MEZZO SUPPORTA DEI MODI DI OSCILLAZIONE LONGITUDINALI ALLA FREQ ω_p

$\Rightarrow$ UN CAMPO E.M. CON FREQ. $\omega = \omega_p$ METTE IN RISONANZA LE CARICHE LIBERE CHE OSCILLERANNO ALL'UNISONO (SINCRONIZZATE) FORMANDO UN'OSCILLAZZIONE LONGITUDINALE.

- CAMPO ARMONICO. CONSIDERIAMO ORA UNA DIPENDENZA DI $\tilde{E} = \tilde{E}_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \tilde{J}(\omega) = \tilde{J}_0 e^{-i\omega t}$

DALLA EQ. DEL MOTO $\frac{d\tilde{J}}{dt} + \tau^{-1}\tilde{J} = \frac{Ne^2}{m}\tilde{E} \Rightarrow$

$$(-i\omega + \tau^{-1})\tilde{J} = \frac{Ne^2}{m}\tilde{E} = \tau^{-1}\sigma\tilde{E} \Rightarrow \tilde{J} = \frac{\sigma}{1-i\omega\tau}\tilde{E}$$

DOBBIAMO VALUTARE QUANDO QUESTO TERMINE E' SIGNIFICATIVO. POSSIAMO FARE UNA STIMA

$$\tau = \frac{\sigma m}{e^2 N} = \frac{5.8\times10^7(\Omega^{-1})\times 9.1\times10^{-31}\,kg}{8.5\times10^{28}(m^{-3})(1.6\times10^{-19}C)^2} \Rightarrow$$

$\tau \simeq 2.4\times10^{-14}\,s$ QUINDI ANCHE PER ONDE E.M. CON LA FREQUENZA DE THz (TERA Hz) (10^{12} Hz) $\omega\tau$ E' PICCOLO MA PER FREQUENZE $\omega \sim 10^{14}$ NON SI PUO' PIU' TRASCURARE.

$$\tilde{J} = \frac{\sigma}{1-i\omega\tau}\tilde{E}_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \boxed{\tilde{J} = \tilde{\sigma}\tilde{E}} \quad \text{CON } \tilde{\sigma} = \tilde{\sigma}(\omega)$$

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m} \frac{1}{1-i\omega\tau}$$ $\Rightarrow$ CONDUCIBILITÀ OTTICA

$$\mathrm{Re}\,\tilde{\sigma}(\omega) \equiv \sigma_1(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m} \frac{1}{1+\omega^2\tau^2}$$

$$\mathrm{Im}\,\sigma(\omega) = \sigma_2(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m} \frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2}$$

$$\tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_1 + i\sigma_2$$

- LEZIONE #14