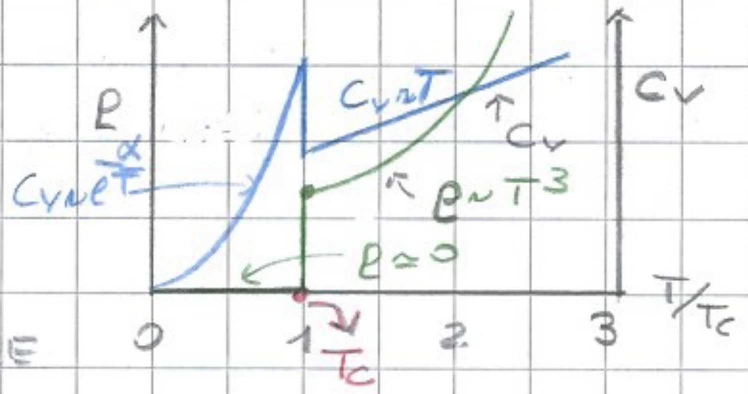
$$\tilde{\sigma}(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m}\frac{1}{1-i\omega\tau} \quad \Rightarrow \text{CONDUCIBILITÀ OTTICA}$$

$$\left.\begin{aligned} \mathrm{Re}\,\tilde{\sigma}(\omega) &\equiv \sigma_1(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m}\frac{1}{1+\omega^2\tau^2} \\ \mathrm{Im}\,\sigma(\omega) &= \sigma_2(\omega) = \frac{Ne^2\tau}{m}\frac{\omega\tau}{1+\omega^2\tau^2} \end{aligned}\right\} \tilde{\sigma}(\omega) = \sigma_1 + i\sigma_2$$

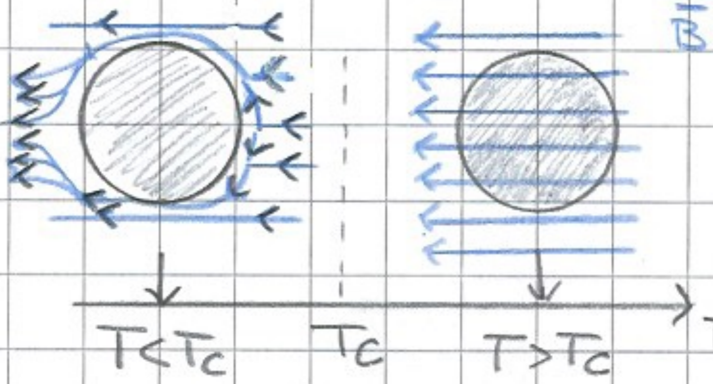
LEZIONE #15 SUPERCONDUTTORI CONVENZIONALI (BCS) LIMITATAMENTE ALLE EQS DI LONDON

LO STATO SUPERCONDUTTIVO È UNO STATO PARTICOLARE DELLA MATERIA LA CUI ORIGINE È DOVUTA A INTERAZIONI QUANTISTICHE, QUINDI NON SPIEGABILI NELL'AMBITO DELLA FISICA CLASSICA, E CHE IN PARTE SONO ANCORA OSCURE. LO SCOPO NELL'AMBITO DI QUESTO CORSO È LIMITATO A VEDERE UN ASPETTO ELETTRODINAMICO CLASSICO DELLA SUPERCONDUTTIVITÀ CHE CI PORTA A DUE EQS. NOTE COME EQS. DI LONDON. LA SUPERCONDUTTIVITÀ FU SCOPERTA DA UN FISICO OLANDESE HEIKE KAMERLINGH ONNES NEL 1911 MENTRE SVOLGEVA STUDI SUL COMPORTAMENTO DELLA MATERIA A BASSA T. CONTRARIAMENTE A QUANTO IN GENERE SI PENSA LA S.C. NON È CARATTERIZZATA SOLO DA UNA RIDUZIONE DELLA ρ A VALORI NON MISURABILI, MA ANCHE DA EFFETTI MAGNETICI, NOTI COME EFFETTO MEISSNER CHE CONSISTE NELLA COMPLETA ESPULSIONE DI $\bar{B}$ DAL S.C. RENDENDOLO COSÌ

UN DIAMAGNETE PERFETTO. LA TRANSIZIONE DA UNO STATO NORMALE ALLO STATO S.C. AVVIENE A UNA TEMPERATURA PRECISA CHE CHIAMEREMO T_c (T. CRITICA).

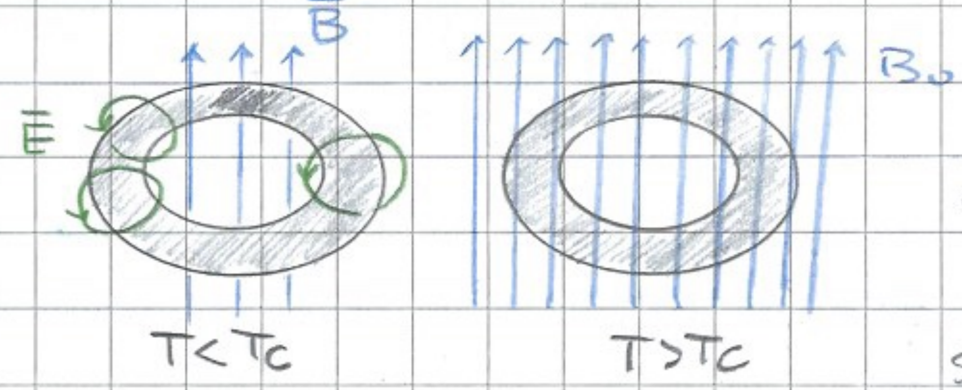


DISCUTERE QUI QUAL E' L'ORDINE DELLA TRANSIZIONE S.C. E' FUORI LUOGO ANCHE PERCHE' E' UN ARGOMENTO MOLTO COMPLESSO PER CUI, IN PRIMA APPROSSIMAZIONE DICIAMO CHE E' DEL SECONDO ORDINE DATO CHE NON SI OSSERVA CALORE LATENTE. IN SOSTANZA L'EFFETTO MEISSNER



- CAMPO MAGNETICO IN UN CONDUTTORE IDEALE
- EQS DI MAXWELL NELLA MATERIA

E $\bar{J} = \sigma \bar{E}$ IN UN CONDUTTORE IDEALE $\rho \to 0 \Rightarrow \sigma \to \infty$. CONSIDERIAMO UN ANELLO DI METALLO CON $\rho > 0$ E APPLICHIAMO UN CAMPO $\bar{B}_0$ UNIFORME E COST. SUPPONIAMO ORA CHE ESISTA UNA T_c ALLA QUALE IL METALLO DIVENTA UN CONDUTTORE CON $\rho = 0$. ORA ABBASSIAMO $T<T_c$ E TOGLIAMO IL CAMPO. A QUESTO PUNTO VIENE INDOTTA UNA CORRENTE CHE COMPENSA ESATTAMENTE LA VARIAZIONE DI $\bar{B}_0$ A $T>T_c$ A $\bar{B}=0$ A $T<T_c$. LOCALMENTE IL CAMPO MAGNETICO RESTA INVARIATO (LEGGE DI LENZ) E SI GENERA UNA CORRENTE NEL CONDUTTORE.



UN CONDUTTORE IDEALE ($\rho=0$) "CONGELA" IL CAMPO MAGNETICO AL SUO INTERNO $\Rightarrow$

$\Rightarrow \frac{d\bar B}{dt}=0$. QUESTO NON E' QUELLO CHE SUCCEDE IN UN S.C. DOVE IL CAMPO $\bar B=0$. UN CONDUTTORE IDEALE A $T<T_c$ NON CAMBIA IL SUO CARATTERE MAGNETICO, UN S.C. SI E QUESTA E' LA PRIMA INDICAZIONE CHE CI SUGGERISCE CHE UN S.C. E' DIVERSO DA UN CONDUTTORE $\rho=0$.

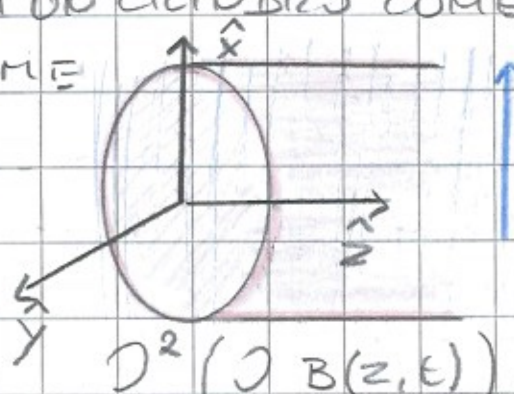
VEDIAMO ORA COME SI COMPORTA $\bar B$ NEL CASO DI UN CONDUTTORE IDEALE. PARTIAMO DALLA LEGGE DI DRUDE $\partial_t \bar J = \frac{Ne^2}{m}\bar E$ E DA $\bar\nabla\times\bar E = -\partial_t \bar B$

SOSTITUENDO $\bar E \Rightarrow \boxed{\bar\nabla\times\partial_t\bar J = -\frac{Ne^2}{m}\partial_t \bar B}$. CONSIDERIAMO ORA L'EQ. $\bar\nabla\times H = \bar J + \partial_t \bar D$. IN CONDIZIONI STAZIONARIE CON $\mu_r \simeq 1$ $\partial_t \bar D \simeq 0 \Rightarrow$ $\bar\nabla\times\bar B = \mu_0 \bar J$ SE ORA APPLICHIAMO L'OPERATORE $\bar\nabla\times \Rightarrow \bar\nabla\times(\bar\nabla\times\bar B) = \bar\nabla\times\mu_0\bar J \Rightarrow$ DERIVIAMO RISPETTO A ∂_t E UTILIZZIAMO OTTENIAMO

$\bar\nabla\times(\bar\nabla\times\partial_t\bar B) = -\frac{\mu_0 N e^2}{m}\partial_t \bar B$. MA $\bar\nabla\times(\bar\nabla\times\bar B) = \bar\nabla(\underbrace{\bar\nabla\cdot\bar B}_{0}) - \nabla^2\bar B \Rightarrow \boxed{\nabla^2\partial_t\bar B = \frac{\mu_0 N e^2}{m}\partial_t\bar B}$

QUESTA EQUAZIONE (CHE FORSE ABBIAMO GIA' INCONTRATO PER FI) E' UNA EQ. CHE RAPPRESENTA UN FENOMENO DIFFUSIVO E RAPPRESENTA LA VARIAZIONE SPAZIO-TEMPORALE DI $\bar B$ IN UN CONDUTTORE IDEALE.

VEDIAMO ORA COME FUNZIONA. CONSIDERIAMO IL CASO DI UN CILINDRO COME IN FIGURA CON $\bar{B}=B_0\hat{x}$ UNIFORME



APPLICHIAMO L'EQ. DELLA DIFFUSIONE LUNGO $\hat{z}$

$$\partial_z^2\left(\partial_t B_x(z,t)\right)=\frac{1}{\lambda^2}\partial_t B_x(z,t)$$ DOVE

λ È DETTA LUNGHEZZA DI PENETRAZIONE DATA DA $\frac{1}{\lambda^2}=\frac{\mu_0 N e^2}{m}$ • PROBLEMA DIM. CHE λ^2 HA LE DIMENSIONI DI UNA LUNGHEZZA. LA SOLUZIONE GENERALE È

$\partial_t B_x(z,t)=a(t)e^{-z/\lambda}+b(t)e^{z/\lambda}$ PER AVERE UNA SOLUZIONE FISICA $\bar{B}\to\emptyset$ PER $z\to\infty$ $\Rightarrow$

$b(t)=0$; $a(t=0)=\partial_t B_0(t)e^{-z/\lambda}$ $\Rightarrow$ IL CAMPO $\bar{B}$ NON È ESPULSO E PER $z\gg\lambda$ $\partial_t\bar{B}\sim 0$

• EQUAZIONI DI LONDON. COME ABBIAMO VISTO IN UN CONDUTTORE IDEALE L'E.D. CLASSICA NON PREVEDE UN EFFETTO MEISSNER. IN UN CONDUTTORE IDEALE È $\boxed{\partial_t\bar{B}=\emptyset}$. L'OSSERVAZIONE SPERIMENTALE MOSTRA CHE IN UN S.C $\boxed{\bar{B}=\emptyset}$. SULLA BASE DI QUESTO FATTO SPERIMENTALE E PER RISOLVERE QUESTO PROBLEMA LONDON TOGLIE LE DIPENDENZE TEMPORALI TRA $\bar{J}$ E $\bar{B}$ E SCRIVE LE RELAZIONI TRA $\bar{J}$ E I CAMPI COME

$$\begin{cases}\partial_t\bar{J}=\frac{Ne^2}{m}\bar{E}\\ \bar{\nabla}\times\bar{J}=-\frac{Ne^2}{m}\bar{B}\end{cases}$$

SE ORA DEFINIAMO $\lambda^2\mu_0=\Lambda$

POSSIAMO SCRIVE LE EQS DI LONDON NELL FORMA PIÙ CANONICA

$$\partial_t(\Lambda \vec{J}) = \vec{E}$$

$$-\vec{\nabla} \times (\Lambda \vec{J}) = \vec{B}$$

- OSSERVAZIONE LE EQ. DI LONDON NON SONO UNA MODIFICA DELLE EQ. DI MAXWELL MA IMPONGONO UNA CONDIZIONE SU $\vec{B}$ (LIMITANO I GRADI DI LIBERTÀ) OVVERO STANNO DANDO UNA INFORMAZIONE SPECIFICA SU COME IL CAMPO MAGNETICO INTERAGISCE CON QUESTI STRANI e^-. E' COME SE QUESTI ELETTRONI FOSSERO IN UNO STATO DIVERSO RISPETTO AGLI ELETTRONI DI CONDUZIONE. MA STATI DIVERSI IN M.Q. INDICANO ENERGIE DIVERSE => ESISTE UNA GAP DI ENERGIA (GAP SUPERCONDUTTIVA) TRA GLI ELETTRONI DI CONDUZIONE E QUESTE NUOVE CARICHE (COPPIE DI COOPER).

- LEZIONE #15