

$$\textcircled{2} \quad \theta_I = \theta_R$$

$$\textcircled{3} \quad \frac{\sin \theta_T}{\sin \theta_I} = \frac{n_1}{n_2}$$

IN PARTICOLARE POSSIAMO NOTARE CHE DALLE RELAZIONI $(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t) = (\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t) = (\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)$ PER $\vec{r} = 0 \Rightarrow \omega_I = \omega_R = \omega_T = \omega$. PER $t = 0$ OTTIENIAMO LA RELAZIONE SCRITTA PRIMA $\vec{k}_I \cdot \vec{r} = \vec{k}_R \cdot \vec{r} = \vec{k}_T \cdot \vec{r}$ DA CUI SOTTRAENDO I MEMBRI DUE A DUE OTTIENIAMO $(\vec{k}_I - \vec{k}_R) \cdot \vec{r} = (\vec{k}_I - \vec{k}_T) \cdot \vec{r} = (\vec{k}_R - \vec{k}_T) \cdot \vec{r} = 0$ QUESTE RELAZIONI IMPLICANO CHE I VETTORI \vec{k}_R E \vec{k}_T GIACCIANO NELLO STESSO PIANO DEI VETTORI \vec{k}_I E \vec{r} (PIANO DI INCIDENZA).

ORA CONSIDERIAMO $\Rightarrow k_I \sin \theta_I = k_R \sin \theta_R$ E DATO CHE L'ONDA INCIDENTE E QUELLA RIFLESSA VIAGGIANO NELLO STESSO MEZZO $\Rightarrow \lambda_I = \lambda_R \Rightarrow k_I = k_R \Rightarrow \theta_I = \theta_R$.

INFINE $\vec{k}_I \cdot \vec{r} = \vec{k}_T \cdot \vec{r} \Rightarrow k_I \sin \theta_I = k_T \sin \theta_T$
 $k_I = \frac{2\pi}{\lambda_I} = \frac{2\pi\nu}{v_1}$; $k_T = \frac{2\pi}{\lambda_T} = \frac{2\pi\nu}{v_2} \Rightarrow \frac{2\pi\nu}{c} n_1 = \frac{2\pi\nu}{c} n_2$

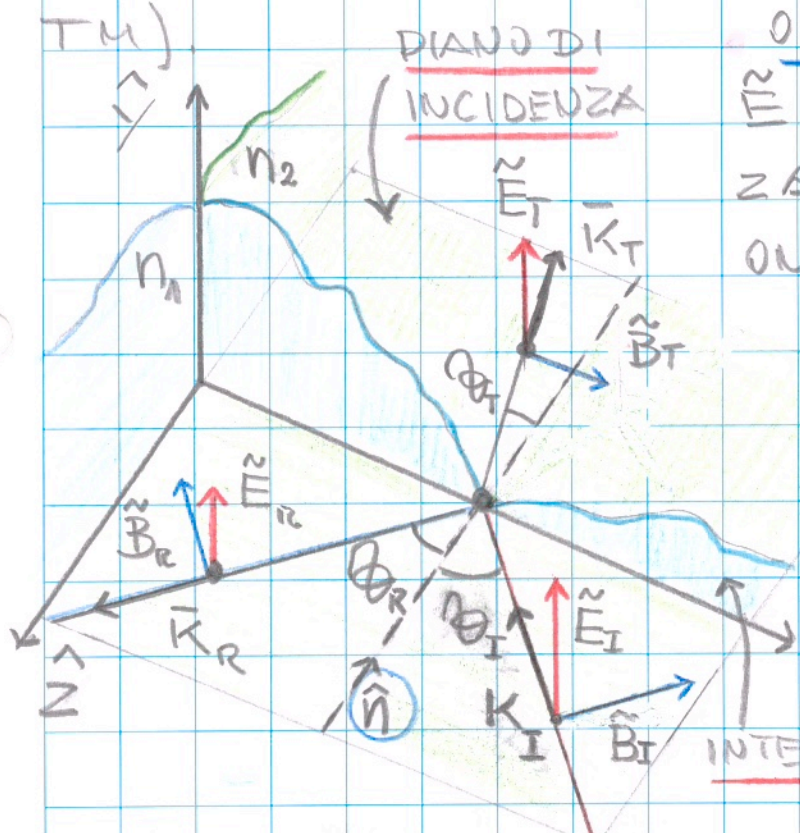
$$\Rightarrow \frac{2\pi\nu}{c} n_1 \sin \theta_I = \frac{2\pi\nu}{c} n_2 \sin \theta_T \Rightarrow \frac{\sin \theta_T}{\sin \theta_I} = \frac{n_1}{n_2}$$

NOTA COME LEGGE DI SNELL.

LE TRE LEGGI DELL'OTTICA GEOMETRICA DISCENDONO DIRETTAMENTE DALLE EQS. DI MAXWELL E DALLE CONDIZIONI AL CONFINO. TUTTAVIA, LEGGI SIMILI SI POSSONO OTTENERE ANCHE PER CASI PIÙ GENERALI DALLA FISICA DEI PROCESSI D'URTO E DEL PRINCIPIO DI FERMAT. QUESTA OSSERVAZIONE IMPLICA CHE LE EQ. DI MAX.

CONTENGONO ANCHE LE INFORMAZIONI GEOMETRICHE DEI FENOMENI OTTICI. TUTTAVIA, LE INFORMAZIONI SULLA GEOMETRIA DEI FENOMENI OTTICI NON È SUFFICIENTE PER AVERE INFORMAZIONI RELATIVE ALLA ENERGIA E.M. RIFLESSA E TRASMESSA A UNA INTERFACCIA. QUESTO PROBLEMA CI PORTA A SCRIVERE LE EQS. DI FRESNEL

EQUAZIONI DI FRESNEL. AL FINE DI RICAVARE LE EQS. DI FRESNEL È NECESSARIO RICONSIDERARE LE CONDIZIONI AL CONTORNO PER IL CASO IN CUI \vec{E} È \perp AL PIANO DI INCIDENZA (DEFINITO MODO TRASVERSO ELETTRICO TE) E IL CASO IN CUI \vec{B} È \perp AL PIANO DI INCIDENZA (DEFINITO MODO TRASVERSO MAGNETICO TM).



OSSERVAZIONE QUANDO \vec{E} È \perp AL PIANO DI INCIDENZA, (\hat{x}, \hat{z}) IN FIGURA, LE ONDE E.M. SONO DETTE

TRANSVERSE ELETTRICHE (TE). SI NOTI CHE NELLA CONFIGURAZIONE TE $\Rightarrow \vec{E} \parallel$ AL PIANO \hat{x} DI INTERFACCIA.

MEITENDO LA FASE RESIDUA $\varphi = 0 \Rightarrow \vec{E} = \vec{E}_0 e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t)}$
 CON $\vec{E}_i = E_{0i} \hat{y}$; $\vec{E}_r = E_{0r} e^{i(\vec{k}_r \cdot \vec{r} - \omega t)}$ CON $\vec{E}_{0r} = E_{0r} \hat{y}$

$$\vec{E}_T = \vec{E}_{0T} e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)} \quad \text{CON } \vec{E}_{0T} = E_{0T} \hat{y}, \text{ RICORDIAMO CHE LA}$$

RAPPRESENTAZIONE IN FIGURA E' A UN TEMPO FISSATO CHE POSSIAMO PORRE $t=0$. MENTRE COME ABBIAMO VISTO

$$\vec{k}_I \cdot \vec{r} = \vec{k}_R \cdot \vec{r} = \vec{k}_T \cdot \vec{r} \text{ QUINDI LE CONDIZIONI AL CONTORNO PER IL CAMPO } \vec{E} \text{ SI RIDUCONO A } \underline{E_{0I} + E_{0R} = E_{0T}}$$

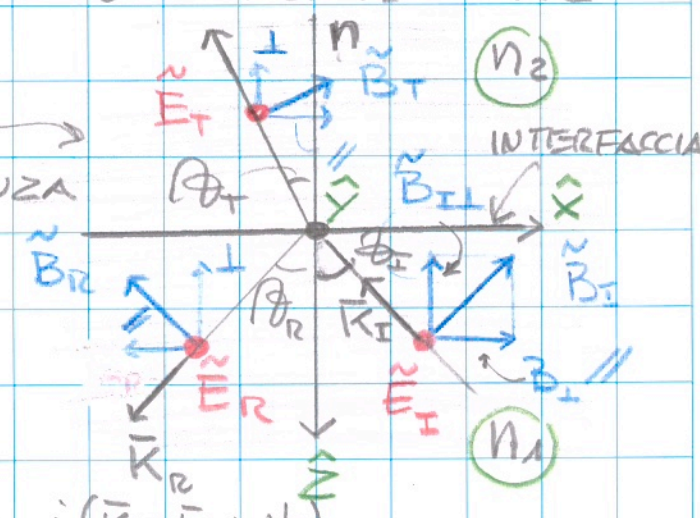
IL CAMPO \vec{B} ESSENDO NEL PIANO DI INCIDENZA HA UNA COMPONENTE \parallel E UNA COMPONENTE \perp AL PIANO DI INTERFACCIA.

VISTA DALL'ALTO

PIANO INCIDENZA \rightarrow

PROBLEMA:

NEL FIGURA $\theta_I > \theta_T \Rightarrow n_2 > n_1$ OPPURE $n_2 < n_1$?



QUESTO IMPLICA

$$\vec{B}_I = [(B_I \cos \theta_I) \hat{x} - (B_I \sin \theta_I) \hat{z}] e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}_R = [(B_R \cos \theta_R) \hat{x} - (B_R \sin \theta_R) \hat{z}] e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}_T = [(B_T \cos \theta_T) \hat{x} - (B_T \sin \theta_T) \hat{z}] e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

A $t=0$ $\vec{k}_I \cdot \vec{r} = \vec{k}_R \cdot \vec{r} = \vec{k}_T \cdot \vec{r}$ SI HA

$$\underline{B_I \cos \theta_I - B_R \cos \theta_R = B_T \cos \theta_T} \text{ CHE ESPRESSA IN}$$

TERMINI DI CAMPO \vec{E} RISULTA $\vec{E} = v \vec{B} = \frac{c}{n} \vec{B}$

$$B = \frac{E n}{c} \Rightarrow \underline{n_1 E_I \cos \theta_I - n_1 E_R \cos \theta_R = n_2 E_T \cos \theta_T}$$

CON $\theta_I = \theta_R$

ORA CONSIDERIAMO IL CASO DI ONDE E.M. CON IL CAMPO $\vec{B} \perp$ AL PIANO DI INCIDENZA. QUESTE

ONDE E.M. SONO DETTE TRANVERSE MAGNETICHE (TM). IN ANALOGIA CON IL CASO TE LE CONDIZIO-

NI AL CONTORNO PER LE EQS DEI CAMPI SONO

$$\vec{E}_I = (E_I \cos \theta_I \hat{x} - E_I \sin \theta_I \hat{z}) e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{E}_R = (E_R \cos \theta_R \hat{x} + E_R \sin \theta_R \hat{z}) e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

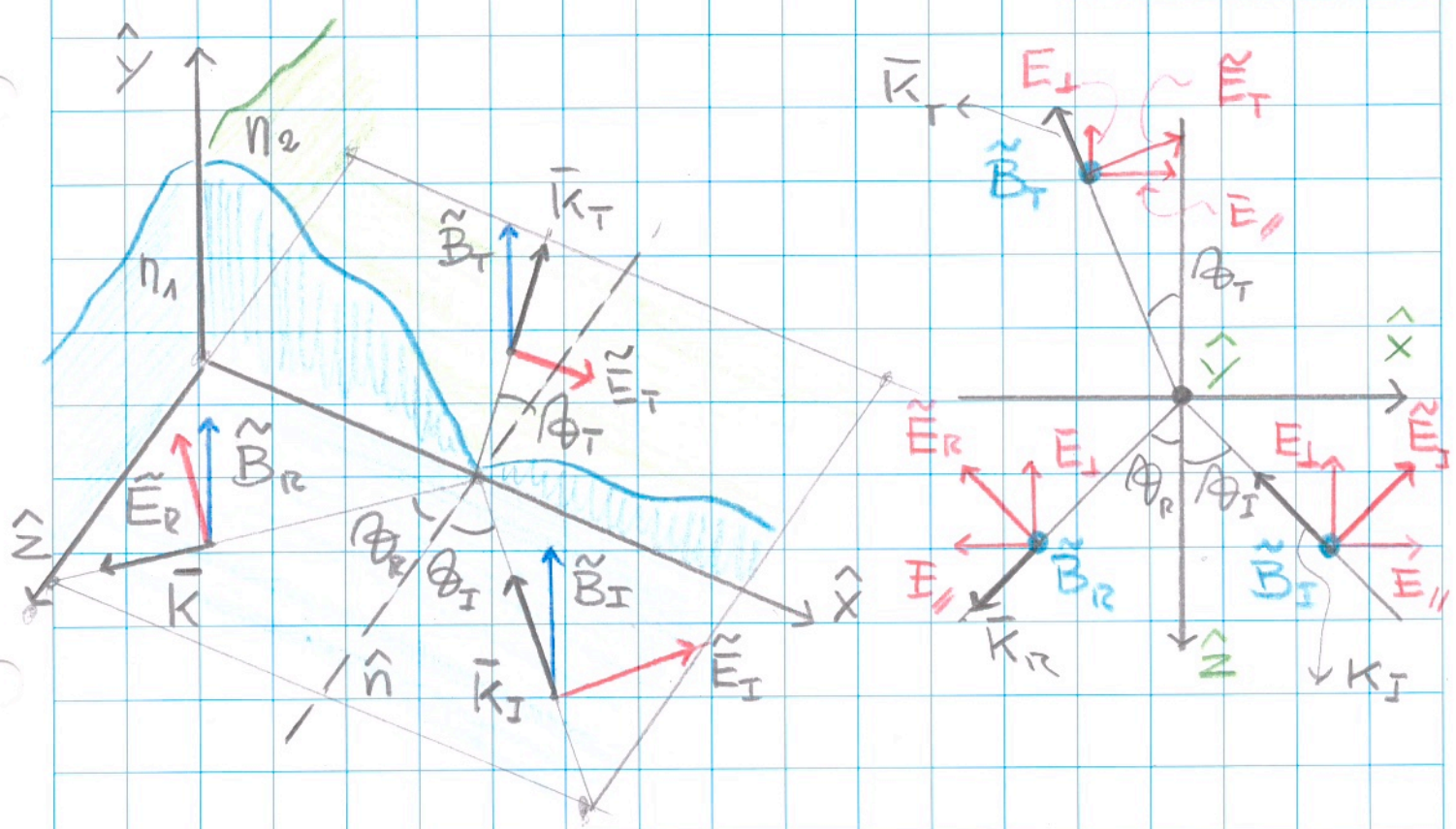
$$\vec{E}_T = (E_T \cos \theta_T \hat{x} - E_T \sin \theta_T \hat{z}) e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}_I = -B_I \hat{y} e^{i(\vec{k}_I \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}_R = B_R \hat{y} e^{i(\vec{k}_R \cdot \vec{r} - \omega t)}$$

$$\vec{B}_T = B_T \hat{y} e^{i(\vec{k}_T \cdot \vec{r} - \omega t)} \rightarrow -B_I + B_R = B_T$$

$E_I \cos \theta_I + E_R \cos \theta_R = E_T \cos \theta_T$ CHE ESPRESSA
 IN TERMINI DI CAMPO \vec{E} RISULTA $\rightarrow -n_1 E_I + n_1 E_R = n_2 E_T$



RIASSUMENDO LE CONDIZIONI DI CONTINUITA' DEI CAMPI SONO LE SEGUENTI

$$TE \begin{cases} E_I + E_R = E_T \\ n_1 E_I \cos \theta_I - n_1 E_R \cos \theta_R = n_2 E_T \cos \theta_T \end{cases}$$

$$TM \begin{cases} -n_1 E_I + n_1 E_R = n_2 E_T \\ E_I \cos \theta_I + E_R \cos \theta_R = E_T \cos \theta_T \end{cases} \quad \text{CON } \theta_I = \theta_R$$

ELIMINANDO E_T PER IL MODO TE E TM E RISOLVEN-
DO PER E_R OTTENIAMO

$$r_{TE} = \frac{E_R}{E_I} = \frac{\cos\theta - n \cos\theta_T}{\cos\theta + n \cos\theta_T}$$

POENENDO
 $\theta_I = \theta_R = \theta$
E $n = n_2/n_1$

$$r_{TM} = \frac{E_R}{E_I} = \frac{-n \cos\theta + \cos\theta_T}{n \cos\theta + \cos\theta_T}$$

RIFLETTIVITA DI CAMPO PER I MODI TE E TM RISPETT.

QUINDI UTILIZZANDO LA LEGGE DI SNELL $\sin\theta = n \sin\theta_T$
 θ_T SI PUO' ELIMINARE USAANDO $n \cos\theta_T = n \sqrt{1 - \sin^2\theta_T} \Rightarrow$

$$\Rightarrow \sqrt{n^2 - \sin^2\theta} \Rightarrow r_{TE} = \frac{E_R}{E_I} = \frac{\cos\theta - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$r_{TM} = \frac{E_R}{E_I} = \frac{-n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}{n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

SEGUENDO LA

STESSA PROCEDURA POSSIAMO OTTENERE I COEFF.

DI TRASMISSIONE DI CAMPO

$$t_{TE} = \frac{E_T}{E_I} = \frac{2 \cos\theta}{\cos\theta + n \cos\theta_T} = \frac{2 \cos\theta}{\cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

$$t_{TM} = \frac{E_T}{E_I} = \frac{2 \cos\theta}{\cos\theta_T + n \cos\theta} = \frac{2 n \cos\theta}{n^2 \cos\theta + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta}}$$

LE RIFLETTIVITA E TRASMISSIONI DI CAMPO
POSSONO ESSERE ULTERIORMENTE RIFORMULATE,
USANDO LE LEGGE DI SNELL E LE FORMULE DI
PROSTRAFERESI NEL SEGUENTE MODO

$$r_{TE} = -\frac{\sin(\theta - \theta_T)}{\sin(\theta + \theta_T)} \quad ; \quad r_{TM} = \frac{-\tan(\theta - \theta_T)}{\tan(\theta + \theta_T)}$$

$$t_{TE} = \frac{2 \cos\theta \sin\theta_T}{\sin(\theta + \theta_T)} \quad ; \quad t_{TM} = \frac{2 \cos\theta \sin\theta_T}{\sin(\theta + \theta_T) \cos(\theta - \theta_T)}$$

OSSERVAZIONE: L'USO DELLA DEFINIZIONE TE E TM IN OTTICA E SPESSE SOSTITUITA CON POLARIZZAZIONE S PER IL MODO TE E P PER IL MODO TM.

INOLTRE, NOTIAMO CHE LE EQS DI FRESNEL RAPPRESENTANO QUASIASI STATO DI POLARIZZAZIONE DELLA RADIAZIONE DATO CHE OGNI CAMPO E.M. PUO' ESSERE SCOMPOSTO NELLA SOMMA DI DUE CAMPI, NEL NOSTRO CASO ORTOGONALI. COSI' UN CAMPO POLARIZZATO CIRCOLARMENTE POTRA ESSERE RAPPRESENTATO DA DUE VETTORI TE (S) TM (P) DOVE LE AMPIEZZE SONO UGUALI E LE FASI RELATIVE SONO $\pm \pi/2$. PER LE ELLITTICHE HANNO AMPIEZZE DIVERSE E SFASAMENTI RELATIVI COME DESCRITTI IN PRESENZA.

OSSERVAZIONE POSSIAMO ANCHE NOTARE CHE DALLE RELAZIONI DI FRESNEL SI POSSONO DEDURRE LE SEGUENTI RELAZIONI

$$|t_{TE}| = 1 + r_{TE} \quad ; \quad |t_{TM}| = 1 - r_{TM}|$$

LE RELAZIONI DI FRESNEL CONTENGONO ANCHE INFORMAZIONI RELATIVE ALLA FASE DELLA LUCE RIFLESSA E ALL'ESISTENZA DI ANGOLI DI INCIDENZA PARTICOLARI CHE PORTANO A CONDIZIONI DI RIFLESSIONE TOTALE OPPURE ALLA ESTINZIONE DI LUCE CON POLARIZZAZIONE TM (P) NELLA COMPONENTE RIFLESSA. CONSIDERIAMO PRIMA LE QUESTIONI LEGATE A CONDIZIONI

ANGOLATI PARTICOLARZI.

• ANGOLO DI BREWSTER, CONSIDERIAMO LA RELAZ. DI FRESNELL $r_{TM} = \frac{-\tan(\theta - \theta_T)}{\tan(\theta + \theta_T)} = r_p$. DA QUESTA

SI RICAVA CHE SE $\theta + \theta_T = \pi/2$, IL DENOMINATORE $\rightarrow \infty \Rightarrow r_{TM} \rightarrow 0$. CON QUESTA CONFIGURAZIONE GEOMETRICA POSSIAMO OTTENERE UNA FORMULA TRIGONOMETRICA TRA θ E PARTENDO DALLA LEGGE DI SNELL: $\sin \theta = n \sin \theta_T$ (RICORDIAMO

CHE QUI $\theta = \theta_I = \theta_R$) $\Rightarrow \sin \theta = n \sin(\pi/2 - \theta) \Rightarrow$

$\sin \theta = n \cos \theta \Rightarrow \tan \theta = n \Rightarrow \theta = \tan^{-1} n$.

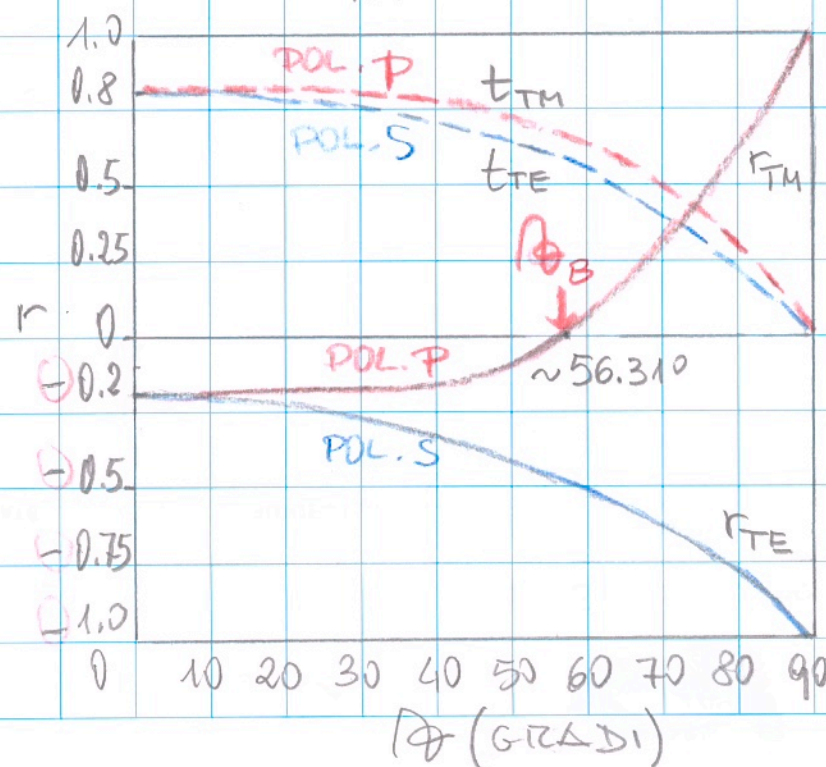
QUESTA E' DETTA RELAZIONE DI BREWSTER. POTREMO

DARE UNA SPIEGAZIONE FENOMENOLOGICA MICROSCOPICA PIU' AVANTI QUANDO CALCOLEREMO I CAMPI DI CARICHE ACCELERATE.

• ESEMPIO RIPORTIAMO QUI A

TITOLO DI ESEMPIO L'ANDAMENTO DEI COEFF. r_{TE}, r_{TM}, t_{TE} E t_{TM} DI CAMPO PER L'INTERFACCIA ARIA/

VETRO $n = \frac{n_2}{n_1}$ $\theta = \tan^{-1} n \approx 56.31^\circ$ CON $n = 1.50$



OSSERVAZIONE

LA REFLETTIVITA' DI CAMPO PUO' ESSERE NEGATIVA. D'ALTRA PARTE L'ENERGIA E.M. RIFLESSA E' SEMPRE POSITIVA ESSENDO $I \propto |r|^2$.

ANGOLO CRITICO E ONDA EVANESCENTE . QUANDO

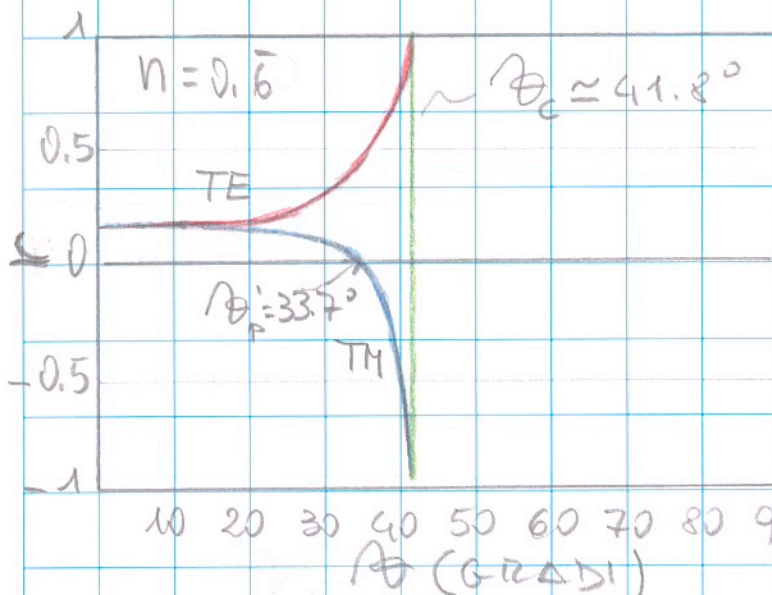
UN'ONDA E.M. PASSA DA UN MEZZO PIÙ DENSO A UNO MENO DENSO ($n_1 > n_2$) PER LA LEGGE DI

SNELL $n_1 \sin \theta_i < n_2 \sin \theta_t$. QUESTA CONDIZIONE

PER $\theta_i = \theta_c$ TALE PER CUI $n_1 \sin \theta_c = n_2$ \Rightarrow CHE ESISTE UN $\theta_c = \pi/2 \Rightarrow \sin \theta_c = \frac{n_2}{n_1}$

PER $\theta_i > \theta_c$ SI OSSERVA UNA RIFLESSIONE INTERNA TOTALE \Rightarrow L'ENERGIA E.M. NON PASSA NEL MEZZO 2 . A QUESTO PROPOSITO TROVARE

UTILE ANALIZZARE IL SEGUENTE GRAFICO OTTENUTO DALLE RELAZIONI DI FRESNEL. COME SI NOTA



VERRO/AIRIA $\Rightarrow n = \frac{n_2}{n_1} = \frac{1}{1.5}$

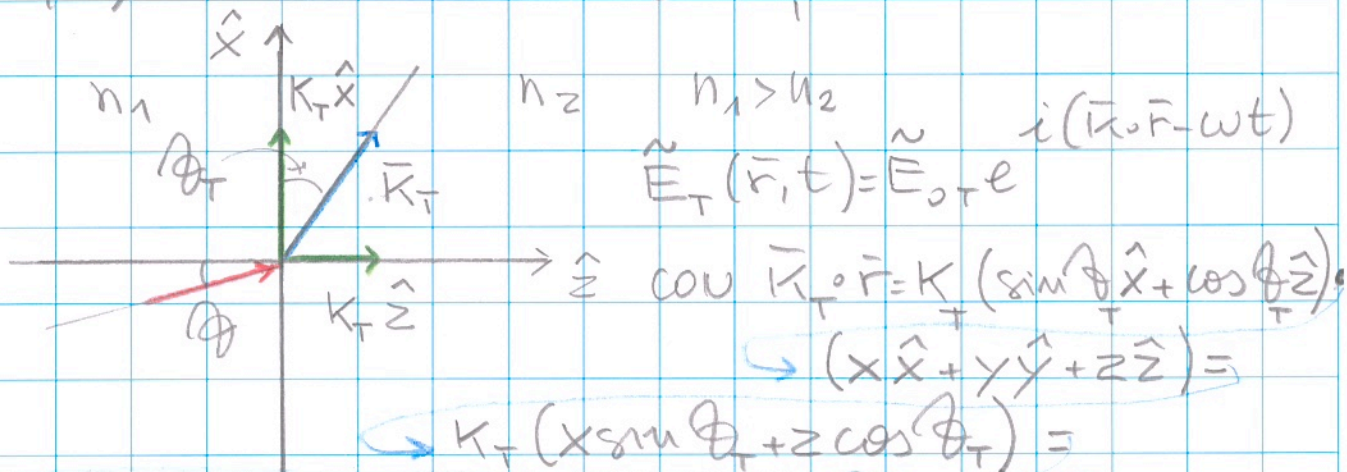
PROBLEMA CALCOLARE

I COEFF. DI RIFLESSIONE E TRASMISSIONE DI CAMPO PER I MODI TE E TM

DI UN'ONDA EM CHE VIAGGIA IN UN MEZZO CON $n_1 = 1$ E INCIDE A 30° SU UN MEZZO CON $n_2 = 1.60$.

ONDE EVANESCENTI, COME IN TUTTI I FENOMENI CRITICI LA FISICA CHE DESCRIVE IL PROCESSO DIVENTA COMPLESSA MA ANCHE MOLTO INTERESSANTE. NEL NOSTRO CASO POSSIAMO CHIEDERCI COME SI COMPORTA L'ONDA E.M. QUANDO PASSANDO DA UN MEZZO OTTICAMENTE PIÙ DENSO A UNO

MENO DENSO CI SI AVVICINA A θ_c . SUPPONIAMO
 ORA DI OPERARE A $\theta > \theta_c$. IN ACCORDO CON QUAN-
 TO DISCUSSO IN PRECEDENZA DOVREMMO CONSIDE-
 RARE IL CASO DI INCIDENZA TE E TM. TUTTAVIA
 POSSIAMO SEGUIRE UNA FORMULAZIONE PIÙ
 GENERALE SENZA ESPLICITARE LE COMPONENTI DI
 $\vec{E}_T(\vec{r}, t)$ MA SOLO QUELLE DI \vec{k}_T



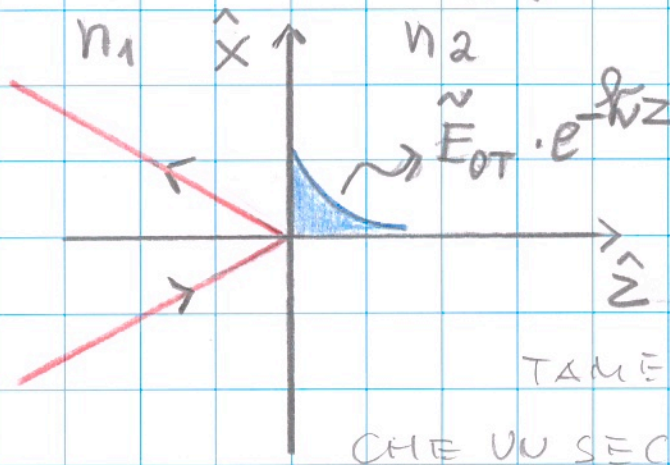
$x k_T \sin \theta_T + i z k_T \sqrt{\sin^2 \theta_T - 1} = k x - i k z$ DOVE
 ABBIAMO ESPRESSO $\cos \theta_T = \sqrt{1 - \frac{\sin^2 \theta_T}{n^2}}$ A θ_c
 $\sin \theta_c = n \Rightarrow \cos \theta_T \rightarrow i$ COSÌ PER $\theta_T > \theta_c$ $\cos \theta_T$
 È IMMAGINARIO E NON PUÒ PIÙ ESSERE INTERPRETA-

TO COME UN'ANGOLO. $\cos \theta_T = i \sqrt{\frac{\sin^2 \theta_T}{n^2} - 1}$. INOLTRE
 $k_x = k_T \sin \theta_T = \left(\frac{\omega n_2}{c}\right) \frac{n_1}{n_2} \sin \theta_T$
 $k_z = \frac{\omega n_1}{c} \sin \theta_T$

$k = k_T \sqrt{\sin^2 \theta_T - 1} = \frac{\omega}{c} \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)^2 \sin^2 \theta_T - 1} = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\left(\frac{\sin \theta_T}{n}\right)^2 - 1}$

$\vec{E}_T(\vec{r}, t) = e^{-kz} e^{i(kx - \omega t)} \vec{E}_{0T}$
 AMPIEZZA
 DECADE LUNGO \hat{z} , LA SEGUENTE FIGURA ILLUSTR
 OSCILLA // \hat{x} AMPIEZZA COMPLESSA

$$|z| = \frac{1}{\alpha} = \frac{\lambda}{2\pi \sqrt{\left(\frac{\sin\theta}{n}\right)^2 - 1}}$$

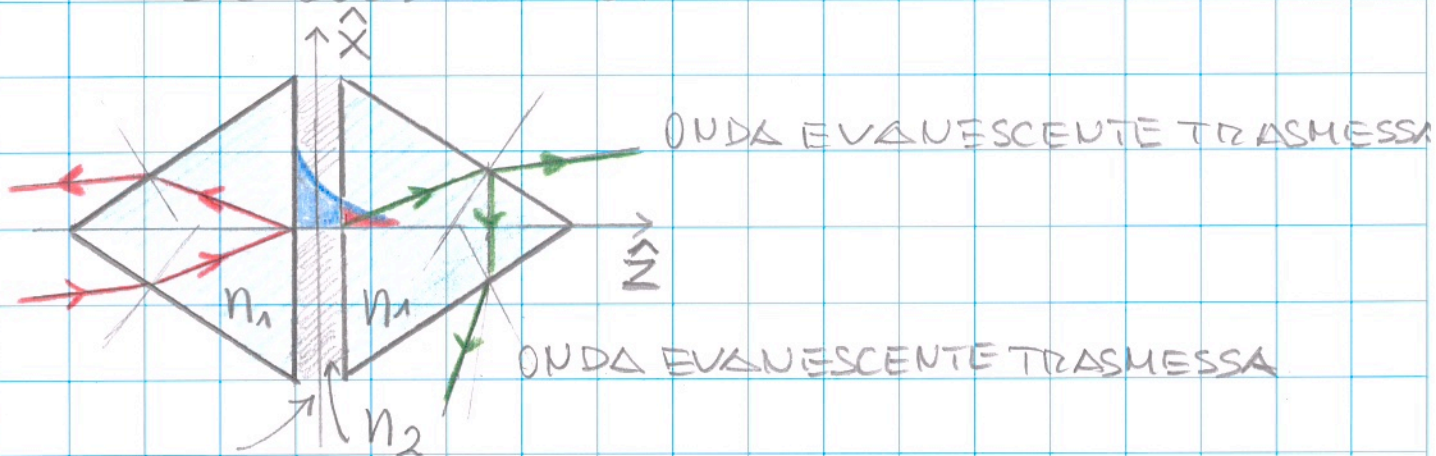


È IMPORTANTE OSSERVARE CHE L'ENERGIA DELLA ONDA EVANESCENTE

VIENE RIFLESSA COMPLETAMENTE NEL MEZZO n_1 A MENO

CHE UN SECONDO MEZZO È AVVICINATO

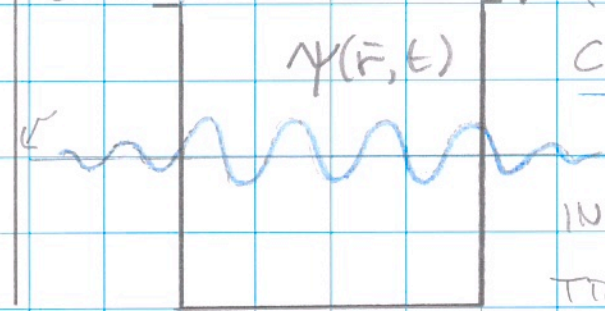
TO AL MEZZO n_1 . SE QUESTO SECONDO MEZZO HA $n_3 = n_1$ SI REALIZZA UNA CONFIGURAZIONE IMPORTANTE SIA PER APPLICAZIONI OTTICHE, SIA PER QUESTIONI DI FISICA FONDAMENTALE.



GAP TRA I DUE PRISMI

OSSERVAZIONE ESISTE UN INTERESSANTE ANALOGIA QUANTISTICA CHE È RAPPRESENTATA DALL'EFFETTO TUNNEL. QUESTO EFFETTO RIGUARDA LA PROBABILITÀ DI UNA PARTICELLA A CUI È ASSOCIATA UNA FUNZIONE D'ONDA $\psi(E, z)$ DI SUPERARE UNA BARRIERA DI POTENZIA $V(z) > E_p$

↑ U (eV)



V (POTENZIALE DELLA BARRIERA)
CARTOON DELL'EFFETTO TUNNEL.

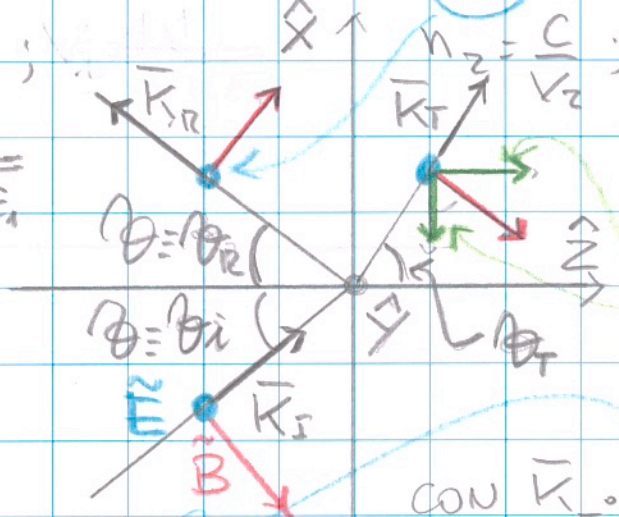
IN EFFETTI QUESTA ANALOGIA TROVA DUE APPLICAZIONI

IMPORTANTI DOVE E' POSSIBILE RAGGIUNGERE UNA RISOLUZIONE SPAZIALE SU SCALA ATOMICA ONDA EVANESCENTE IN FIBRA OTTICA

ESEMPIO CALCOLIAMO ORA $\langle \vec{S} \rangle$ PER UNA CONFIGURAZIONE TE (POLAR. S)

$$n_1 = \frac{c}{v_1}; v_1 = \frac{1}{\sqrt{\mu_1 \epsilon_1}}$$

$$n_2 = \frac{c}{v_2}; v_2 = \frac{1}{\sqrt{\mu_2 \epsilon_2}}$$



$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0T} e^{i(k_T x - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{v_2} \vec{E}_{0T} e^{i(k_T x - \omega t)}$$

$$(-\cos \theta_T \hat{x} + \sin \theta_T \hat{z})$$

CON $\vec{k}_r \cdot \vec{r} = k_x x + i k_z z - \omega t$

$$\sin \theta_T = \frac{c k_z}{\omega n_2}; \quad \omega \theta_T = i \frac{c k_z}{\omega n_2} \quad (\text{COME VISTO PRIMA})$$

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}_{0T} e^{-k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)}$$

$$\vec{B}(\vec{r}, t) = \frac{1}{v_2} \vec{E}_{0T} e^{-k_z z} e^{i(k_x x - \omega t)} \left(-i \frac{c k_z}{\omega n_2} \hat{x} + \frac{c k_x}{\omega n_2} \hat{z} \right)$$

POSSIAMO ANCHE SCEGLIERE $\varphi_0 = 0$ (FASE RESIDUA)

$$\vec{E}_{0T} = E_{0T} e^{i\varphi_0} = E_{0T}$$

$$\vec{S}' = \frac{1}{\mu_2} (\vec{E} \times \vec{B}) = \frac{1}{\mu_2} \frac{E_0^2}{\omega} e^{-2k_z z} \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & \cos(k_x x - \omega t) & 0 \\ k_z \sin(k_x x - \omega t) & 0 & k_x \cos(k_x x - \omega t) \end{vmatrix}$$

$$\vec{S} = \frac{E_0^2}{\mu_2 \omega} e^{-2kz} \left[k \cos^2(kx - \omega t) \hat{x} - k \sin(kx - \omega t) \cos(kx - \omega t) \hat{z} \right]$$

SE FACCIAMO LA MEDIA SU UN CICLO COMPLETO USANDO

$$\langle \cos^2 \rangle = 1/2 \text{ E } \langle \sin \cos \rangle = 0 \Rightarrow \langle \vec{S} \rangle = \frac{E_0^2 k}{2\mu_2 \omega} e^{-2kz} \hat{x}$$

⇒ IN MEDIA L'ENERGIA E.M. NON

È TRASMESSA LUNGO \hat{z} MA SOLO LUNGO \hat{x} .

OSSERVAZIONE È IMPORTANTE NOTARE CHE

PER $\theta = \theta_c$, A RIGORIE, PARTE DELLA ENERGIA E.M. È RIFLESSA MENTRE PARTE È PSEUDO-

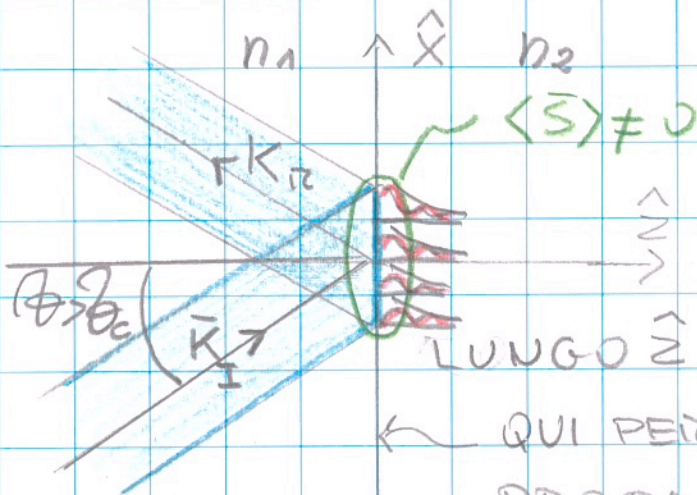
TRASMESSA E VIAGGIA ESATTAMENTE ALL'INTER-

FACCIA. PER $\theta > \theta_c$ (ANCHE DI POCO) TUTTA

L'ENERGIA E.M. (A PARTE LE PERDITE SPURIE)

VIENE RIFLESSA E $\langle \vec{S}' \rangle$ HA UNA COMPONENTE

\hat{x} SOLO DOVE INCIDE IL FASCIO DI LUCE.



LUNGO \hat{z} $\langle \vec{S} \rangle$ DECADE ESPON.

← QUI PER $\theta > \theta_c$ $\langle \vec{S} \rangle$ NON SI PROPAGA PERCHÉ NON C'È CAMPO

$$E_0 = 0$$

LEZIONE #20 COME ABBIAMO NOTATO NEI CASI

PRECEDENTI LA RIFLETTIVITÀ DI CAMPO PUÒ ESSERE

SEMPRE POSITIVA, SEMPRE NEGATIVA O CAMBIARE

DI SEGNO IN FUNZIONE DI θ . ABBIAMO GIÀ

VISTO IL CASO SEMPLICE IN CUI IL CAMPO \vec{E}_I

CAMBIA VERSO (SI SFASA DI π) QUANDO È RIFLESSO ALLA INTERFACCIA TRA UN MEZZO MENO DENSO A UNO PIÙ DENSO, MA QUESTA SITUAZIONE SI VERIFICA ANCHE IN ALTRI CASI CHE VANO ANALIZZATI SINGOLAMENTE, PARTIAMO CONSIDERANDO LA SEGUENTE RELAZIONE

$$E = -|r|E_{\text{inc}} = e^{i\pi}|r|E_{\text{inc}} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t)} \rightarrow$$

$$= |r|E_{\text{ref}} e^{i(\vec{k}\cdot\vec{r}-\omega t + \pi)}$$
, NELLE PAGINE PRECEDENTI CI SIAMO OCCUPATI DEL CASO DELLA RIFLESSIONE TOTALE INTERNA ($\theta > \theta_c = \sin^{-1}(n)$) DOVE I COEFF.

DELLA RIFLETTIVITÀ DI CAMPO DIVENTANO COMPLESSI.

$$r_{TE} = \frac{\cos\theta - i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}, r_{TM} = \frac{-n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta + i\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}$$

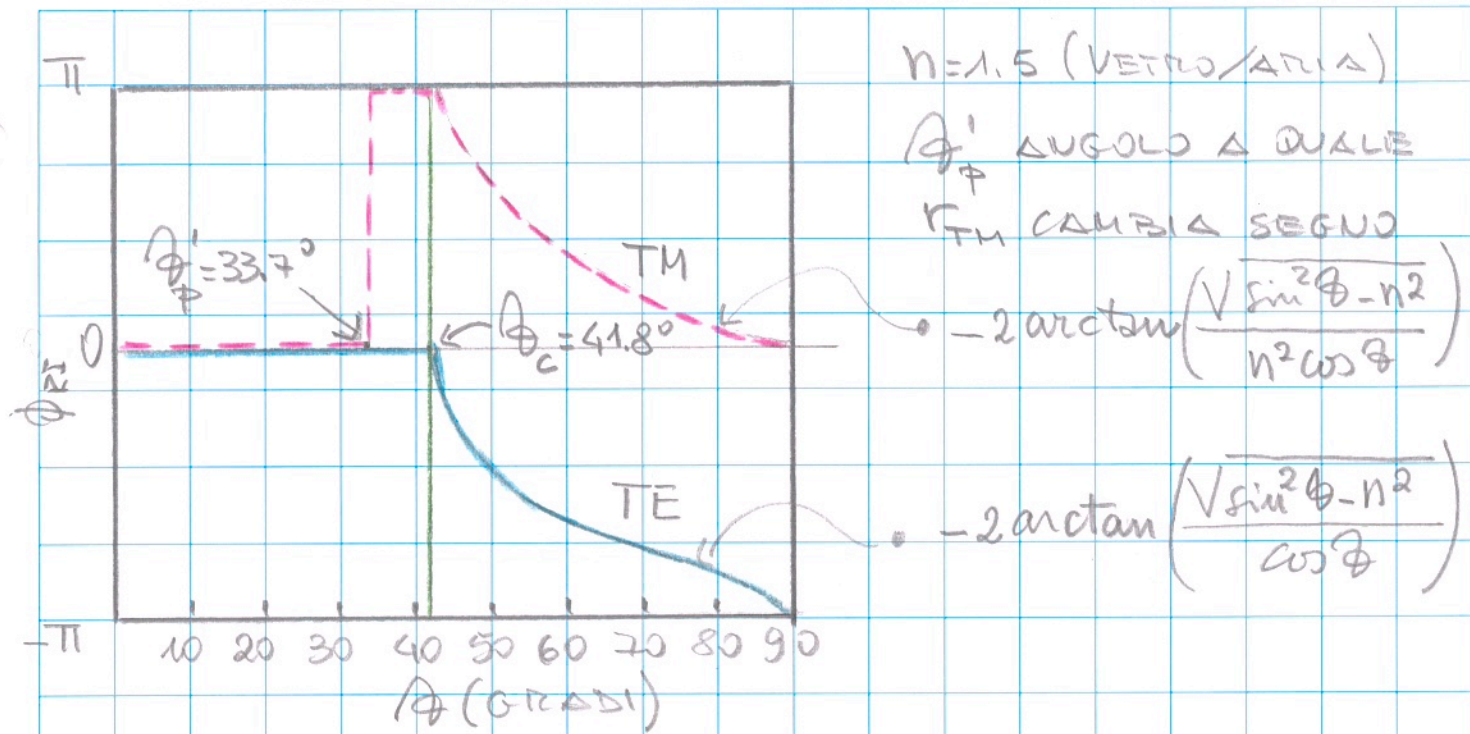
QUESTI COEFF. SI POSSONO SCRIVERE NELLA FORMA POLARE $r = |r|e^{i\phi_{ri}}$ DOVE ϕ_{ri} È LA VARIAZIONE DI FASE DOVUTA ALLA RIFLESSIONE. NEL CASO DI r_{TE} POSSIAMO SCRIVERE $r_{TE} = (a - ib)(a + ib)$, QUINDI LA FASE DI r_{TE} LA POSSIAMO ANALIZZARE UTILIZZANDO

LA FORMA POLARE COMPLESSA $r_{TE} = \frac{e^{-i\alpha}}{e^{+i\alpha}} = e^{-2i\alpha}$ DOVE
 $\tan\alpha = \frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta} \Rightarrow$

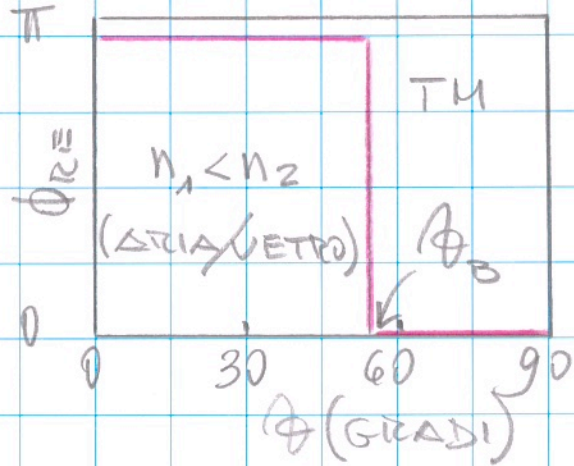
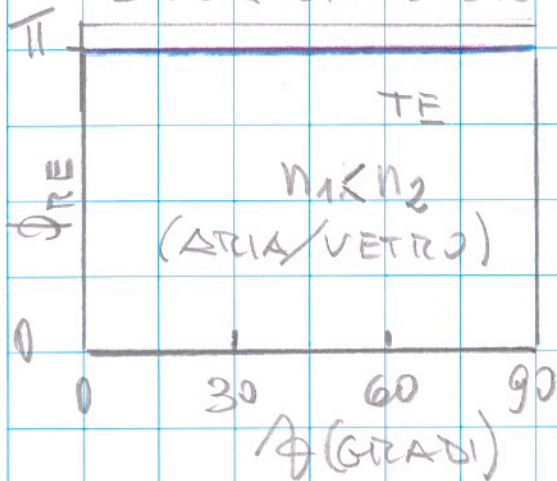
$\phi_{ri}^{TE} = -2\alpha$. ALLO STESSO MODO SI PUÒ TRATTARE IL CASO TM \Rightarrow PER LA RIFLESSIONE TOTALE INTERNA

CI SONO DUE CASI $\tan\left(\frac{\phi_{ri}^{TE}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{\cos\theta}$
 $\tan\left(\frac{\phi_{ri}^{TM}}{2}\right) = -\frac{\sqrt{\sin^2\theta - n^2}}{n^2\cos\theta}$, QUESTO CI PORTA

AL SEGUENTE GRAFICO RELATIVO ALLA VARIAZIONE DI FASE PER RIFLESSIONE INTERNA.



PER LA RIFLESSIONE ESTERNA INVECE ABBIAMO



PER $n_1 > n_2$ $\phi_{RE} = 0$

CONSERVAZIONE DELL'ENERGIA

IN ASSENZA DI PERDITE $P_I = P_R + P_T$

DOVE P = POTENZA DELL'ONDA E.M. DEFINIAMO

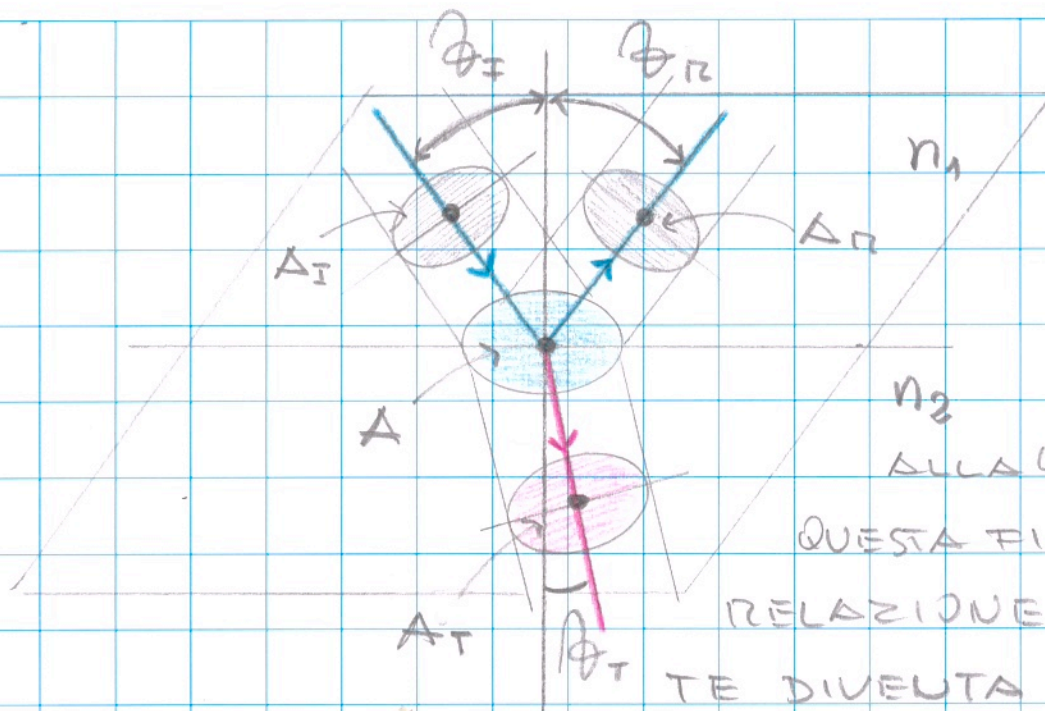
RIFLETTIVITÀ $R = \frac{P_R}{P_I}$ E TRASMISSIVITÀ $T = \frac{P_T}{P_I}$

$$\Rightarrow P_I = P_R + P_T \Rightarrow 1 = \frac{P_R}{P_I} + \frac{P_T}{P_I} = R + T$$

SE ORA CONSIDERIAMO L'IRRADIANZA (INTENSITÀ)

QUESTA È UNA DENSITÀ DI POTENZA \Rightarrow

$$I_I \Delta_I = I_R \Delta_R + I_T \Delta_T$$



ALLA LUCE DI
QUESTA FIGURA LA
RELAZIONE PRECEDEN
TE DIVENTA

$$I_I A \cos \phi = I_R A \cos \phi + I_T A \cos \phi_T \quad \text{CON}$$

$$\phi = \phi_I = \phi_R. \quad I = \frac{\epsilon v}{2} E^2 \Rightarrow E_{OI}^2 = E_{OR}^2 + \frac{v_T \epsilon_T (\cos \phi_T)}{v_I \epsilon_I (\cos \phi)} E_{OT}^2$$

$$\text{CON } \mu_1 = \mu_2 = \mu_0 \quad \epsilon v = \frac{1}{\epsilon \mu} \Rightarrow \frac{v_T \epsilon_T \mu_0}{v_I \epsilon_I \mu_0} = \frac{v_T v_I^2}{v_I v_T^2} \frac{v_I}{v_T} = n$$

$$E_{OI}^2 = E_{OR}^2 + n \left(\frac{\cos \phi_T}{\cos \phi_I} \right)^2 E_{OT}^2 \Rightarrow 1 = r^2 + n \left(\frac{\cos \phi_T}{\cos \phi_I} \right)^2 t^2$$

$$r^2 \equiv R = \frac{P_R}{P_I} = \frac{I_R}{I_I} = \left(\frac{E_{OR}}{E_{OI}} \right)^2 = r^2; \quad T = n \left(\frac{\cos \phi_T}{\cos \phi} \right)^2 t^2$$

CHE A INCIDENZA \perp DIVENTA $T = n t^2$

OSCILLATORE DI LORENTZ