Clausole di Horn e linguaggi clausolari

Eugenio G. Omodeo DMG, 26/05/2021

(Typus Logicae, Gregor Reisch)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Clausole di Horn e linguaggi clausolari

Eugenio G. Omodeo DMG, 26/05/2021

(Dialettica e grammatica, Stefano Da Zevio)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

```
%================================
% Conoscenze fattuali (Parte estensionale della Base di Conoscenza)

% Tre fatti definiscono il predicato bevanda/1:

bevanda(acqua).
bevanda(vodka).
bevanda(gingerino).

% Tre fatti definiscono il predicato farmaco/2:

farmaco(flu,aspirina).
farmaco(malDigola,aspirina).
farmaco(singhiozzo,spavento).

%================================
% Conoscenze implicite (Parte intensionale della KB)

% Due regole definiscono il predicato cura/2;
% (si noti anche la presenza di termini composti):

cura(X,Y) :- farmaco(X,Y).
cura(singhiozzo, bere(Y)) :- sorsi(X,Y), bevanda(X).

% Un'asserzione e una regola definiscono il predicato sorso/2;
% (si noti anche qui la presenza di termini composti):

sorsi(X,sorso(sorso(X))).        % 2 o piu`
sorsi(X,sorso(Y)) :- sorsi(X,Y).
```

```
numerale --> `0` | cifraPositiva, cifre.

cifra    --> `0` | cifraPositiva.

cifraPositiva -->

               `1`
             | `2`
             | `3`
             | `4`
             | `5`
             | `6`
             | `7`
             | `8`
             | `9`.

cifre -->  `` | cifra, cifre.

%----------------------------------------------

frase --> sogg, az, modo | sogg, transaz, ogg.

sogg --> art, cosaAnimata.

ogg --> art, cosaInanimata.

art --> [la] | [una].

cosaAnimata --> [bimba] | [gatta].

cosaInanimata --> [palla] | [strada].

az --> [salta] | [corre].

transaz --> [scaglia] | [percorre].

modo --> [] | [agilmente] | [velocemente].
```

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

INFORMATION PROCESSING 83, R.E.A. Mason (ed.)
Elsevier Science Publishers B.V. (North-Holland)
© IFIP, 1983

THE ARCHITECTURES IN THE FIFTH GENERATION COMPUTERS

Tohru MOTO-OKA
The University of Tokyo, Japan

Kazuhiro FUCHI
Institute for New Generation Computer Technology, Japan

Invited Paper

The fifth generation computers are being developed predominantly for use with knowledge information processing systems expected to come into wide spread utilization in the 1990s. Inference machines and relational algebra machines are typical of the core processors which constitute the fifth generation computer systems. A new logic programming language is being designed for use with the fifth generation kernel language to act as the interface between hardware and software in these machines. Several examples of proposed architectures are described. VLSI-oriented architecture and parallel processing control mechanisms are the main research topics.

1. INTRODUCTION

In the context of the Fifth Generation Computer Project, which is a project promoted on a national scale in Japan, a fifth generation computer is defined to be a computer for use in knowledge information processing with the widest range of applicability among the computers which will be produced in the 1990's(1)(2).

Those types of computers expected to be in wide use in the 1990's include main frame computers whose chief aim will be to perform conventional business computations, as well as supercomputers for scientific calculations and computers which will serve as the components of systems such as intelligent robots. In this paper, however, we will adhere to the definition given above, and focus our attention primarily on computer architectures which will play central roles in knowledge information processing systems(KIPS).

The following is a list of the functions and features that a computer to be employed as a KIPS in the 1990's should provide, primarily from an architectural standpoint:

i) As a processor which will perform knowledge information processing -- an application of artificial intelligence — a high performance inference machine fully equipped with the functions necessary for inference and associative processing is indispensable.

ii) In order to perform associative processing on the large volume of data that will form the knowledge base, and to retrieve required data from that knowledge base, we must build a knowledge base machine equipped with sophisticated associative processing facilities, which can process a vast amount of data at high speed.

iii) In order to realize an intelligent man-machine interface, a dedicated processor capable of responding to a wide range of input

able; it is also necessary to develop technology for creating VLSI-oriented architectures which also enable high speed processing through the incorporation of parallel processing. To this end, we need to get away from the sequential control mechanism employed in conventional von Neumann-type computers, and instead employ control mechanisms which can incorporate parallel processing in a natural way -- e.g., data flow machines and reduction machines.

v) It should be possible to perform knowledge information processing at the users' sites as well as at processing centers where a large amount of knowledge has been accumulated. A knowledge information processing machine of the type referred to above should, therefore, be realized not only in the form of an ultra-large scale computer suitable for processing centers but also as small-scale machines for private use. In order to achieve a system configuration responsive to both the needs of the user and the load requirements, the machine configuration should allow for functionally distributed processing. Needless to say, a functionally distributed system configuration must integrate within itself computers for numerical calculations and conventional types of computers, among others. Meanwhile these functionally distributed machines will be mutually linked via a local area network or a communication network, which will form parts of a regional distributed system.

vi) In the past, new high speed electron devices have often been used to improve performance, and migration from one generation of computers to the next has frequently been accomplished via the use of these new devices. We are not attempting to deny the importance of utilizing new electron devices such as GaAs in fifth generation computers. However, since we wish to treat the issue of devices independently of computer architecture we will refrain from expounding on the matter in this paper. Suffice it to say that new devices will be employed when they become available.

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

Scaletta

- Richiami, breve premessa storica
- Clausole di Horn, proposizionali e predicative
- La soddisfacibilità è garantita?
- Modello minimo per una base di clausole predicative
- Domande e risposte

(Dialettica e grammatica, Stefano Da Zevio)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Richiami,
breve premessa storica

FORMA NORMALE $\boxed{\text{DIS}}$GIUNTIVA Si dice che un enunciato è in questa forma (in breve ***dnf***) se esso è della forma $D_0 \vee D_1 \vee \cdots \vee D_n$, dove $n \geqslant 0$ e ciascun D_i è **f** oppure è una congiunzione $L_{i,0} \,\&\, \cdots \,\&\, L_{i,m_i}$ di letterali $L_{i,j}$, con $m_i \geqslant 0$, dove

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

FORMA NORMALE $\boxed{\text{DIS}}$GIUNTIVA Si dice che un enunciato è in questa forma (in breve ***dnf***) se esso è della forma $D_0 \vee D_1 \vee \cdots \vee D_n$, dove $n \geqslant 0$ e ciascun D_i è **f** oppure è una congiunzione $L_{i,0} \,\&\, \cdots \,\&\, L_{i,m_i}$ di letterali $L_{i,j}$, con $m_i \geqslant 0$, dove

PER ***letterale*** s'intende una *lettera proposizionale* o la *negaz. di una lettera proposizionale*.

FORMA NORMALE $\boxed{\text{DIS}}$GIUNTIVA Si dice che un enunciato è in questa forma (in breve ***dnf***) se esso è della forma $D_0 \vee D_1 \vee \cdots \vee D_n$, dove $n \geqslant 0$ e ciascun D_i è **f** oppure è una congiunzione $L_{i,0} \,\&\, \cdots \,\&\, L_{i,m_i}$ di letterali $L_{i,j}$, con $m_i \geqslant 0$, dove

PER ***letterale*** s'intende una *lettera proposizionale* o la *negaz. di una lettera proposizionale*.

FORMA NORMALE $\boxed{\text{CON}}$GIUNTIVA Si dice che un enunciato è in questa forma (in breve ***cnf***) se esso è della forma $C_0 \,\&\, C_1 \,\&\, \cdots \,\&\, C_n$, dove $n \geqslant 0$ e ciascun C_i è **v** oppure è una disgiunzione $L_{i,0} \vee \cdots \vee L_{i,m_i}$ di letterali $L_{i,j}$, con $m_i \geqslant 0$.

1. Un enunciato in dnf è $\boxed{\text{assurdo}}$ se e solo se ciascuno dei suoi disgiunti D_i:

1. Un enunciato in dnf è $\boxed{\text{assurdo}}$ se e solo se ciascuno dei suoi disgiunti D_i: o è **f**,
oppure contiene, simultaneamente,
una lettera L_{i,j_1} e la sua negazione, $L_{i,j_0} = \neg L_{i,j_1}$

1. Un enunciato in dnf è $\boxed{\text{assurdo}}$ se e solo se ciascuno dei suoi disgiunti D_i: o è **f**, oppure contiene, simultaneamente, una lettera L_{i,j_1} e la sua negazione, $L_{i,j_0} = \neg\, L_{i,j_1}$

2. Un enunciato in cnf è $\boxed{\text{tautologico}}$ se e solo se ciascuno dei suoi congiunti C_i): o è **v**, oppure contiene, simultaneamente, una lettera L_{i,j_1} e la sua negazione, $L_{i,j_0} = \neg\, L_{i,j_1}$

1. Un enunciato in dnf è $\boxed{\text{assurdo}}$ se e solo se ciascuno dei suoi disgiunti D_i: o è **f**, oppure contiene, simultaneamente, una lettera L_{i,j_1} e la sua negazione, $L_{i,j_0} = \neg\, L_{i,j_1}$

2. Un enunciato in cnf è $\boxed{\text{tautologico}}$ se e solo se ciascuno dei suoi congiunti C_i): o è **v**, oppure contiene, simultaneamente, una lettera L_{i,j_1} e la sua negazione, $L_{i,j_0} = \neg\, L_{i,j_1}$

> Parrebbe dunque conveniente utilizzare la dnf nel ragionamento per assurdo e la cnf per dimostrare 'in positivo'. (Ma è cosí?)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dag Prawitz, riducendo il problema della dimostrazione in *logica predicativa del* 1° *ordine* a verifiche di assurdità di dnf, si scontrò con difficoltà insormontabili nella ricerca automatica di dimostrazioni peraltro modeste.

Svolta dei primi anni '60: da dnf a cnf

Dag Prawitz, riducendo il problema della dimostrazione in *logica predicativa del* 1º *ordine* a verifiche di assurdità di dnf, si scontrò con difficoltà insormontabili nella ricerca automatica di dimostrazioni peraltro modeste.

Ottennero successo molto maggiore Martin Davis e Hilary Putnam riportandosi a verifiche di assurdità di cnf .

Svolta dei primi anni '60: da DNF a CNF

Dag Prawitz, riducendo il problema della dimostrazione in *logica predicativa del* 1º *ordine* a verifiche di assurdità di dnf, si scontrò con difficoltà insormontabili nella ricerca automatica di dimostrazioni peraltro modeste.

Ottennero successo molto maggiore Martin Davis e Hilary Putnam riportandosi a verifiche di assurdità di cnf .

D&P contribuirono alla scoperta di due algoritmi fondamentali della logica computazionale:

- test di soddisfacibilità per cnf,
- unificazione sintattica per il calcolo predicativo del 1.o ordine

Dag Prawitz, riducendo il problema della dimostrazione in *logica predicativa del* 1^{o} *ordine* a verifiche di assurdità di dnf, si scontrò con difficoltà insormontabili nella ricerca automatica di dimostrazioni peraltro modeste.

Ottennero successo molto maggiore Martin Davis e Hilary Putnam riportandosi a verifiche di assurdità di cnf .

D&P contribuirono alla scoperta di due algoritmi fondamentali della logica computazionale:

- test di soddisfacibilità per cnf,
- unificazione sintattica per il calcolo predicativo del 1.o ordine

> il secondo in realtà già scoperto da Jacques Herbrand nel 1930, anche se popolarmente attribuito a J. Alan Robinson, 1965

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dag Prawitz, Martin Davis, Hilary Putnam

(1936 –)

(1928 –)

(1926 – 2016)

(1936 –)

(1928 –)

(1926 – 2016)

(Saltare, in prima lettura, i prossimi due lucidi)

In *logica predicativa*, rappresenteremo una cnf come *insieme* (finito)

$$\mathcal{B} \;=\; \Big\{ K_0\,, K_1\,, \ldots, K_m \Big\},$$

di disgiunzioni K_i (di *formule atomiche*[1] asserite o negate).

[1] Nozione definita in altro contesto.

In *logica predicativa*, rappresenteremo una cnf come *insieme* (finito)

$$\mathcal{B} \;=\; \Big\{ K_0 \,, K_1 \,, \ldots , K_m \Big\} ,$$

di disgiunzioni K_i (di *formule atomiche*[1] asserite o negate).

Sostituendo lettere proposizionali alle formule atomiche, in base a una biiezione, otteniamo di qui le disgiunzioni *proposizionali*

$$K_0^* \,, K_1^* \,, \ldots , K_m^* \,.$$

[1] Nozione definita in altro contesto.

In *logica predicativa*, rappresenteremo una cnf come *insieme* (finito)

$$\mathcal{B} \ = \ \left\{ K_0 \, , K_1 \, , \ldots , K_m \right\},$$

di disgiunzioni K_i (di *formule atomiche*[1] asserite o negate).

Sostituendo lettere proposizionali alle formule atomiche, in base a una biiezione, otteniamo di qui le disgiunzioni *proposizionali*

$$K_0^* \, , K_1^* \, , \ldots , K_m^* \, .$$

> Diremo che la cnf di partenza è ***manifestam. contraddittoria*** sse
>
> $$K_0^* \ \& \ K_1^* \ \& \ \cdots \ \& \ K_m^*$$
>
> è assurda ai sensi della *logica proposizionale*.

[1] Nozione definita in altro contesto.

A una cnf predicativa

$$\left\{ C_0 , \ldots , C_h \right\}$$

in cui $\boxed{\textit{non} \text{ figuri } =}$ potremo sempre associare, in modo naturale, un universo di Herbrand.[2]

[2]Se non vi figurano costanti, introdurne una d'ufficio !

A una cnf predicativa

$$\left\{ C_0 , \ldots , C_h \right\}$$

in cui $\boxed{\textit{non} \text{ figuri } =}$ potremo sempre associare, in modo naturale, un universo di Herbrand.

Condizione necessaria e sufficiente affinché[2]

$$\Big(C_1 \,\&\, \cdots \,\&\, C_h \Big)^{\forall} \;\models\; \Big(\neg\, C_0 \Big)^{\exists}$$

è che esista una cnf

$$\mathcal{B} = \left\{ K_0 , K_1 , \ldots , K_m \right\}$$

manifestamente contraddittoria e costituita di *istanze* (v. sotto) delle clausole $C_0 , \ldots , C_h$.

[2]Indichiamo con $\varphi^{\forall}$ l’enunciato che risulta da φ quando le sue varr. libere vengano universalm. quantificate. Analoga la def. di $\psi^{\exists}$.

A tutt'oggi risolvere il famigerato problema CNF-SAT comporta, nel caso peggiore, un costo algoritmico esponenziale — non sappiamo se esso ammetta metodi risolutivi di costo polinomiale. . .

---

[3]  (Alfred Horn, 1918–2001)

A tutt'oggi risolvere il famigerato problema CNF-SAT comporta, nel caso peggiore, un costo algoritmico esponenziale — non sappiamo se esso ammetta metodi risolutivi di costo polinomiale...

Da un lavoro di Alfred Horn[3] del 1951 emerse la rilevanza pratica di concentrarsi, nello studio delle cnf, su disgiunzioni di un ristretto tipo...

Scaturirono da tale restrizione:

[3]  (Alfred Horn, 1918–2001)

A tutt'oggi risolvere il famigerato problema CNF-SAT comporta, nel caso peggiore, un costo algoritmico esponenziale — non sappiamo se esso ammetta metodi risolutivi di costo polinomiale. . .
Da un lavoro di Alfred Horn[3] del 1951 emerse la rilevanza pratica di concentrarsi, nello studio delle cnf, su disgiunzioni di un ristretto tipo. . .

Scaturirono da tale restrizione:

Prolog: Un linguaggio di programmazione (Turing-completo)

3  (Alfred Horn, 1918–2001)

Scelta di un caso favorevole, ma tipico

A tutt'oggi risolvere il famigerato problema CNF-SAT comporta, nel caso peggiore, un costo algoritmico esponenziale — non sappiamo se esso ammetta metodi risolutivi di costo polinomiale. . .
Da un lavoro di Alfred Horn[3] del 1951 emerse la rilevanza pratica di concentrarsi, nello studio delle cnf, su disgiunzioni di un ristretto tipo. . .

Scaturirono da tale restrizione:

Prolog: Un linguaggio di programmazione (Turing-completo)

Datalog: Un linguaggio per la specifica di '*basi di conoscenza*'

[3]  (Alfred Horn, 1918–2001)

Scelta di un caso favorevole, ma tipico

A tutt'oggi risolvere il famigerato problema CNF-SAT comporta, nel caso peggiore, un costo algoritmico esponenziale — non sappiamo se esso ammetta metodi risolutivi di costo polinomiale...
Da un lavoro di Alfred Horn[3] del 1951 emerse la rilevanza pratica di concentrarsi, nello studio delle cnf, su disgiunzioni di un ristretto tipo...
Scaturirono da tale restrizione:

- **Prolog:** Un linguaggio di programmazione (Turing-completo)
- **Datalog:** Un linguaggio per la specifica di '*basi di conoscenza*'
- **Definite clause grammars:** '***grammatiche di metamorfosi***' utilizzate per descrivere delle particolari sintassi

3  (Alfred Horn, 1918–2001)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Datalog$^{\pm}$: A Unifying Framework for Ontological Reasoning and Query Answering

Georg Gottlob and Andreas Pieris

Department of Computer Science

University of Oxford

Ontology, Rules, and Logic Programming for Reasoning and Applications, October 31, 2013

Clausole di Horn: proposizionali, predicative

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Una disgiunzione $\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_M$ di letterali dei quali al piú uno è affermativo si chiama ***clausola di Horn***

Può essere (per ora) un

Una disgiunzione $\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_M$ di letterali dei quali al piú uno è affermativo si chiama ***clausola di Horn***

Può essere (per ora) un

FATTO: ossia una lettera proposizionale H

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Clausole di Horn proposizionali

Una disgiunzione $\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_M$ di letterali dei quali al piú uno è affermativo si chiama ***clausola di Horn***

Può essere (per ora) un

FATTO: ossia una lettera proposizionale H

REGOLA: ossia una lettera H accompagnata da letterali negativi, dunque riscrivibile come:

$$\underbrace{H}_{\text{testa}} \quad \leftarrow \quad \underbrace{A_0 \,\&\, \cdots \,\&\, A_{M-2}}_{\text{corpo}},$$

ove le A_i sono lettere

ed $M > 1$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Una disgiunzione $\ell_1 \vee \cdots \vee \ell_M$ di letterali dei quali al piú uno è affermativo si chiama ***clausola di Horn***

Può essere (per ora) un

FATTO: ossia una lettera proposizionale H

REGOLA: ossia una lettera H accompagnata da letterali negativi, dunque riscrivibile come:

$$\underbrace{H}_{\text{testa}} \quad \leftarrow \quad \underbrace{A_0 \,\&\, \cdots \,\&\, A_{M-2}}_{\text{corpo}}\,,$$

ove le A_i sono lettere

ed $M > 1$

GOAL: solo letterali negativi, dunque

$$\neg A_1 \vee \cdots \vee \neg A_M$$

Basi di clausole

Si chiama ***base di clausole*** una $\boxed{\text{cnf}}$

- costituita da clausole di Horn,
- alla quale non appartengono *goal*.

Idea:

- una base di clausole avrà il ruolo di ‘conoscenza’,
- ogni *goal* rappresenterà un’interrogazione rivolta a tale *knowledge base*.

Si chiama ***base di clausole*** una $\boxed{\text{cnf}}$

- costituita da clausole di Horn,
- alla quale non appartengono *goal*.

Idea:

- una base di clausole avrà il ruolo di 'conoscenza',
- ogni *goal* rappresenterà un'interrogazione rivolta a tale *knowledge base*.

Si chiama ***base di clausole*** una $\boxed{\text{cnf}}$

- costituita da clausole di Horn,
- alla quale non appartengono *goal*.

Idea:

- una base di clausole avrà il ruolo di 'conoscenza',
- ogni *goal* rappresenterà un'interrogazione rivolta a tale *knowledge base*.

Basi di clausole

Si chiama ***base di clausole*** una $\boxed{\text{cnf}}$

- costituita da clausole di Horn,
- alla quale non appartengono *goal*.

Idea:

- una base di clausole avrà il ruolo di ‘conoscenza’,
- ogni *goal* rappresenterà un’interrogazione rivolta a tale *knowledge base*.

Si chiama ***base di clausole*** una $\boxed{\text{cnf}}$

- costituita da clausole di Horn,
- alla quale non appartengono *goal*.

Idea:

- una base di clausole avrà il ruolo di 'conoscenza',
- ogni *goal* rappresenterà un'interrogazione rivolta a tale *knowledge base*. (Per questo teniamo i goal separati. . .)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Nella logica predicativa, i ***letterali*** vengono ad essere

> formule atomiche (anche con variabili)
> asserite o negate

Nella logica predicativa, i ***letterali*** vengono ad essere

> formule atomiche (anche con variabili)
> asserite o negate

Tutto il resto, ossia le deff. di

- dnf,
- cnf,
- clausola di Horn,
- base di clausole

viene adattato di conseguenza.

Nella logica predicativa, i ***letterali*** vengono ad essere

> formule atomiche (anche con variabili)
> asserite o negate

Tutto il resto, ossia le deff. di

- dnf,
- cnf,
- clausola di Horn,
- base di clausole

viene adattato di conseguenza.

Nel trattare linguaggi clausolari lasceremo fuori l'"$=$".

Indichiamo (alla stregua di `Prolog`):

- le costanti con identificativi che iniziano con una *min*uscola
- le variabili individuali con id. che iniziano con una *maj*uscola

Indichiamo (alla stregua di `Prolog`):

- le costanti con identificativi che iniziano con una *min*uscola
- le variabili individuali con id. che iniziano con una *maj*uscola

Sottintendiamo che ogni var. sia quantificata *universalm.* all'inizio della propria clausola.

Indichiamo (alla stregua di `Prolog`):

- le costanti con identificativi che iniziano con una *min*uscola
- le variabili individuali con id. che iniziano con una *maj*uscola

Sottintendiamo che ogni var. sia quantificata *universalm.* all'inizio della propria clausola.

Cosí, ad esempio:

ama(Chiunque , maria) .

va inteso come:

$$\forall x \;\; \text{ama}(\, x \,,\ \text{maria}\,)$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Indichiamo (alla stregua di `Prolog`):

- le costanti con identificativi che iniziano con una *min*uscola
- le variabili individuali con id. che iniziano con una *maj*uscola

Sottintendiamo che ogni var. sia quantificata *universalm.* all'inizio della propria clausola.

Cosí, ad esempio:

ama(Chiunque , maria) .

va inteso come:

$$\forall x \;\; \mathrm{ama}(\, x \,,\; \mathrm{maria}\,)$$

(Non è piú un fatto isolato! Meglio chiamarlo ***asserzione***)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Avendo escluso l'uguaglianza, possiamo adottare come dominio naturale del discorso l'universo di Herbrand (☞) associato all'intera base delle clausole.[4]

4

Quale dominio del discorso ?

Avendo escluso l'uguaglianza, possiamo adottare come dominio naturale del discorso l'universo di Herbrand (☞) associato all'intera base delle clausole.[4]

[4] Se non vi figurano costanti, occorre introdurne una d'ufficio !

Avendo escluso l'uguaglianza, possiamo adottare come dominio naturale del discorso l'universo di Herbrand (☞) associato all'intera base delle clausole.[4]

Cosí se la base è:

ama(	tizio ,	caia	) .
ama(	caia ,	sempronio	) .
ama(	Chiunque ,	maria	) .

l'universo è formato da 4 costanti.

4

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Quale dominio del discorso ?

Avendo escluso l'uguaglianza, possiamo adottare come dominio naturale del discorso l'universo di Herbrand (☞) associato all'intera base delle clausole.[4]

Cosí se la base è:

ama(	tizio ,	caia	) .
ama(	caia ,	sempronio	) .
ama(	Chiunque ,	maria	) .

l'universo è formato da 4 costanti.

Continuiamo a chiamare ***fatti*** le prime due clausole (visto che non hanno varr.); chiamiamo asserzione solo la terza, che riassume 4 fatti

[4]

Quale dominio del discorso ?

Avendo escluso l'uguaglianza, possiamo adottare come dominio naturale del discorso l'universo di Herbrand (☞) associato all'intera base delle clausole.[4]

Cosí se la base è:

ama(	tizio ,	caia	) .
ama(	caia ,	sempronio	) .
ama(	Chiunque ,	maria	) .

l'universo è formato da 4 costanti.

Continuiamo a chiamare ***fatti*** le prime due clausole (visto che non hanno varr.); chiamiamo asserzione solo la terza, che riassume 4 fatti (ma che, di norma (?), potrebbe riassumerne ∞ !)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

[4]Se non vi figurano costanti, occorre introdurne una d'ufficio !

... le regole

$$
\begin{array}{lcl}
\mathsf{zi}(\,\mathsf{F}\,,\ \mathsf{Y}\,) & \leftarrow & \mathsf{fratello}(\,\mathsf{F}\,,\mathsf{X}\,)\ \&\ \mathsf{genitore}(\,\mathsf{X}\,,\ \mathsf{Y}\,)\,. \\
\mathsf{zi}(\,\mathsf{S}\,,\ \mathsf{Y}\,) & \leftarrow & \mathsf{sorella}(\,\mathsf{S}\,,\mathsf{X}\,)\ \&\ \mathsf{genitore}(\,\mathsf{X}\,,\mathsf{Y}\,)\,.
\end{array}
$$

. . . le regole

$$\mathrm{zi}(F, Y) \leftarrow \mathrm{fratello}(F, X) \,\&\, \mathrm{genitore}(X, Y).$$
$$\mathrm{zi}(S, Y) \leftarrow \mathrm{sorella}(S, X) \,\&\, \mathrm{genitore}(X, Y).$$

Esplicitiamo:

$$\forall f\, \forall y\, \forall x\, \forall s \Big(\big(\mathrm{fratello}(f, x) \,\&\, \mathrm{genitore}(x, y) \rightarrow \mathrm{zi}(f, y) \big) \,\&\, \big(\mathrm{sorella}(s, x) \,\&\, \mathrm{genitore}(x, y) \rightarrow \mathrm{zi}(s, y) \big) \Big)$$

...le regole

$$\mathrm{zi}(F, Y) \leftarrow \mathrm{fratello}(F, X) \;\&\; \mathrm{genitore}(X, Y).$$
$$\mathrm{zi}(S, Y) \leftarrow \mathrm{sorella}(S, X) \;\&\; \mathrm{genitore}(X, Y).$$

Esplicitiamo:

$$\forall f \, \forall y \, \forall x \, \forall s \Big(\big(\mathrm{fratello}(f, x) \;\&\; \mathrm{genitore}(x, y) \rightarrow \mathrm{zi}(f, y) \big) \;\&\; \big(\mathrm{sorella}(s, x) \;\&\; \mathrm{genitore}(x, y) \rightarrow \mathrm{zi}(s, y) \big) \Big)$$

o anche:

$$\forall f \, \forall y \Big(\exists x \, \big(\mathrm{fratello}(f, x) \;\&\; \mathrm{genitore}(x, y) \big) \rightarrow \mathrm{zi}(f, y) \Big) \;\&$$
$$\forall s \, \forall y \Big(\exists x \, \big(\mathrm{sorella}(s, x) \;\&\; \mathrm{genitore}(x, y) \big) \rightarrow \mathrm{zi}(s, y) \Big)$$

Università degli Studi di Trieste

La soddisfacibilità
è garantita ?

In assenza di goal, la soddisfacibilità di una *con*giunzione di clausole di Horn è assicurata, per lo meno nel caso proposizionale:

In assenza di goal, la soddisfacibilità di una *con*giunzione di clausole di Horn è assicurata, per lo meno nel caso proposizionale:

- C'è un '*modello banale* ', che assegna **v** a qualsiasi lettera.

In assenza di goal, la soddisfacibilità di una *con*giunzione di clausole di Horn è assicurata, per lo meno nel caso proposizionale:

- C'è un '*modello* *massimo* ~~*banale*~~', che assegna **v** a qualsiasi lettera.
- Individueremo anche un '*modello minimo*', che assegnerà **v** a una lettera solo quando tale val. è 'obbligato'.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

In assenza di goal, la soddisfacibilità di una *con*giunzione di clausole di Horn è assicurata, per lo meno nel caso proposizionale:

- C'è un '*modello* *massimo* *~~banale~~*', che assegna **v** a qualsiasi lettera.
- Individueremo anche un '*modello minimo*', che assegnerà **v** a una lettera solo quando tale val. è 'obbligato'.

Cambierà forse qualcosa nel passaggio da logica proposizionale a logica predicativa ?

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

In assenza di goal, la soddisfacibilità di una *con*giunzione di clausole di Horn è assicurata, per lo meno nel caso proposizionale:

- C'è un '*modello* *massimo* ~~*banale*~~', che assegna **v** a qualsiasi lettera.
- Individueremo anche un '*modello minimo*', che assegnerà **v** a una lettera solo quando tale val. è 'obbligato'.

Cambierà forse qualcosa nel passaggio da logica proposizionale a logica predicativa ?

> **Suggerim.:** Tener presente l'analogia fra enunciati atomici predicativi e lettere proposizionali

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Consideriamo le clausole:

```
presente( ora ).
```

Consideriamo le clausole:

$$
\begin{array}{rcl}
 & \mathrm{presente}(\ \mathrm{ora}\ ). & \\
\mathrm{futuro}(\ \mathrm{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \mathrm{presente}(\ \mathrm{X}\ )\ . \\
\mathrm{futuro}(\ \mathrm{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \mathrm{futuro}(\ \mathrm{X}\ )\ .
\end{array}
$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Consideriamo le clausole:

$$
\begin{array}{rcl}
\text{presente}(\ \text{ora}\ ). & & \\
\text{futuro}(\ \text{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{presente}(\ X\ )\ . \\
\text{futuro}(\ \text{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{futuro}(\ X\ )\ . \\
\text{passato}(\ \text{prima}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{presente}(\ X\ )\ . \\
\text{passato}(\ \text{prima}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{passato}(\ X\ )\ .
\end{array}
$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Consideriamo le clausole:

$$\begin{array}{rcl} \text{presente}(\,\text{ora}\,). & & \\ \text{futuro}(\,\text{dopo}(\,X\,)\,) & \leftarrow & \text{presente}(\,X\,)\,. \\ \text{futuro}(\,\text{dopo}(\,X\,)\,) & \leftarrow & \text{futuro}(\,X\,)\,. \\ \text{passato}(\,\text{prima}(\,X\,)\,) & \leftarrow & \text{presente}(\,X\,)\,. \\ \text{passato}(\,\text{prima}(\,X\,)\,) & \leftarrow & \text{passato}(\,X\,)\,. \end{array}$$

Vi sembra naturale / accorto attribuire il valore **v** a

$$\text{passato}(\,\text{prima}(\,\text{prima}(\,\text{dopo}(\,\text{ora}\,)\,)\,)\,)$$

?

Consideriamo le clausole:

$$\begin{array}{rcl} \text{presente}(\ \text{ora}\ ). & & \\ \text{futuro}(\ \text{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{presente}(\ X\ )\ . \\ \text{futuro}(\ \text{dopo}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{futuro}(\ X\ )\ . \\ \text{passato}(\ \text{prima}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{presente}(\ X\ )\ . \\ \text{passato}(\ \text{prima}(\ X\ )\ ) & \leftarrow & \text{passato}(\ X\ )\ . \end{array}$$

Vi sembra naturale / accorto attribuire il valore **v** a

passato(prima(prima(dopo(ora))))

futuro(prima(ora))

?

Abbiamo accantonato, fino a qs. momento, i *goal* (o '*mete*'): ma

Abbiamo accantonato, fino a qs. momento, i *goal* (o '*mete*'): ma

quando entreranno in scena, cercheremo di rendere veri pure loro. . .

Abbiamo accantonato, fino a qs. momento, i *goal* (o '*mete*'): ma

quando entreranno in scena, cercheremo di rendere veri pure loro. . .

. . . cosa che il modello massimo ci precluderebbe !

Dimostrare l'insoddisfacibilità della cnf

```
futuro( domani ).
```

Esercizio:

Dimostrare l'insoddisfacibilità della cnf

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathsf{futuro}(\,\mathsf{domani}\,). \\ \mathsf{futuro}(\,\mathsf{dopo}(\,X\,)\,) \;\leftarrow\; \mathsf{futuro}(\,X\,)\,. \end{array}} \quad (\,X \text{ variabile}\,)$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dimostrare l'insoddisfacibilità della cnf

$$\begin{array}{|l|}\hline \text{futuro}(\,\text{domani}\,). \\ \text{futuro}(\,\text{dopo}(\,X\,)\,) \;\leftarrow\; \text{futuro}(\,X\,)\,. \\ \hline \neg\, \text{futuro}(\,\text{dopo}(\,\text{dopo}(\,\text{domani}\,)\,)\,)\,. \\ \hline \end{array} \quad (\,X \text{ variabile}\,)$$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Esercizio:

Dimostrare l'insoddisfacibilità della cnf

$$\boxed{\begin{array}{l} \mathsf{futuro}(\,\mathsf{domani}\,). \\ \mathsf{futuro}(\,\mathsf{dopo}(\,X\,)\,) \quad \leftarrow \quad \mathsf{futuro}(\,X\,)\,. \\ \neg\, \mathsf{futuro}(\,\mathsf{dopo}(\,\mathsf{dopo}(\,\mathsf{domani}\,)\,)\,)\,. \end{array}} \quad (\ X \text{ variabile }\ )$$

indicando quanti esemplari di ciascuna clausola concorrano a formare una contraddizione di livello proposizionale e come vadano istanziate, per rendere manifesta la contraddizione, le loro variabili.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

È evidente che nel caso visto ora, un *question-answering system* che ci indicasse che

futuro(dopo(dopo(domani)))

non trarrebbe un''*arbitraria illazione*' !

È evidente che nel caso visto ora, un *question-answering system* che ci indicasse che

futuro(dopo(dopo(domani)))

non trarrebbe un''*arbitraria illazione*' !

D.: Che cos'è, in definitiva, il *modello minimo* di una fissata base di clausole ?

R.: È il sottoinsieme della base di Herbrand formato da. . .

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

È evidente che nel caso visto ora, un *question-answering system* che ci indicasse che

futuro(dopo(dopo(domani)))

non trarrebbe un''*arbitraria illazione*' !

D.: Che cos'è, in definitiva, il *modello minimo* di una fissata base di clausole ?

R.: È il sottoinsieme della base di Herbrand formato da...

1. ...tutti i fatti deducibili da fatti, asserzz. e regole *dati* ,
2. ...

È evidente che nel caso visto ora, un *question-answering system* che ci indicasse che

futuro(dopo(dopo(domani)))

non trarrebbe un''*arbitraria illazione*' !

D.: Che cos'è, in definitiva, il *modello minimo* di una fissata base di clausole ?

R.: È il sottoinsieme della base di Herbrand formato da...

1. ...tutti i fatti deducibili da fatti, asserzz. e regole *dati* ,
2. ...i fatti appartenenti a tutti i modelli di H. di tali clausole.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

È evidente che nel caso visto ora, un *question-answering system* che ci indicasse che

futuro(dopo(dopo(domani)))

non trarrebbe un''*arbitraria illazione*' !

D.: Che cos'è, in definitiva, il *modello minimo* di una fissata base di clausole ?

R.: È il sottoinsieme della base di Herbrand formato da...

1. ...tutti i fatti deducibili da fatti, asserzz. e regole *dati* ,
2. ...i fatti appartenenti a tutti i modelli di H. di tali clausole.

ESERCIZIO:

Dimostrate l'equivalenza fra queste due caratterizzazioni .

Metodo di *concatenamento in avanti:* Si parte dall'acquisire i fatti, dei quali *si eliminano i complementi* nelle altre clausole, fin quando non si liberano piú fatti nuovi

Metodo di *concatenamento in avanti:* Si parte dall'acquisire i fatti, dei quali *si eliminano i complementi* nelle altre clausole, fin quando non si liberano piú fatti nuovi

Se ci sono anche goal, una volta individuato il modello minimo, ci si domanda se qualche goal non si sia per caso 'svuotato', nel qual caso la congiunzione è assurda

Si considerino le clausole:

a	
b	
$c \leftarrow b$	$f \leftarrow b \ \& \ g$
$c \leftarrow r \ \& \ e$	$f \leftarrow r \ \& \ h$
$g \leftarrow r \ \& \ e \ \& \ c$	$f \leftarrow b \ \& \ r$
$\boxed{r \leftarrow a \ \& \ b \ \& \ c}$	

ovvero, secondo una comoda rappresentazione delle clausole introdotta da Davis-Putnam-Logemann-Loveland:

$$\big\{\{1\},\{2\},\{-2,3\},\{-4,-5,3\},\{-4,-5,-3,7\},\{-2,-7\},\{-4,-6\},\{-2,-3\}, \boxed{\{4,-1,-2,-3\}},\ldots\big\}$$

$\longrightarrow$

A seconda che si includa o meno la regola su r, i goal saranno tutti o tre soddisfacibili, o soddisfacibili i primi due ma non il terzo.

Queste prove si possono effettuare anche nel linguaggio di programmazione `Prolog`, dove però la ricerca dell'assurdo procede per concatenamento *a ritroso*, che può causare (perfino a livello proposizionale) un '*impantanamento*' (in inglese: *floundering*)

Domande
e risposte

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI DI TRIESTE

In *logica predicativa*, assieme a una base di clausole di Horn

$$\mathcal{B} \;=\; \left\{ C_1 , \ldots , C_h \right\},$$

consideriamo un *goal* D , da chiamarsi '**domanda**'.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

In *logica predicativa*, assieme a una base di clausole di Horn

$$\mathcal{B} \;=\; \{\, C_1\,, \ldots, C_h \}\,,$$

consideriamo un *goal* D , da chiamarsi '**domanda**'.

Sostituendo lettere proposizionali alle formule atomiche, in base a una biiezione, otteniamo di qui le clausole di Horn *proposizionali*

$$C_1^*\,, \ldots, C_h^*\,,\;\; D^*\,.$$

In *logica predicativa*, assieme a una base di clausole di Horn

$$\mathcal{B} \; = \; \left\{ C_1 , \ldots , C_h \right\},$$

consideriamo un *goal* D , da chiamarsi '**domanda**'.

Sostituendo lettere proposizionali alle formule atomiche, in base a una biiezione, otteniamo di qui le clausole di Horn *proposizionali*

$$C_1^* , \ldots , C_h^* , \;\; D^* \, .$$

Diremo che la cnf $\mathcal{B} \cup \{D\}$ è ***manifestam. contraddittoria*** sse ogni letterale ℓ in D^* trova il proprio complemento nel modello minimo di $\{ C_1^*, \ldots , C_h^* \}$.

Esempio:

$$\left\{ p_2(\,0\,) \leftarrow p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\ p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\ \neg\, p_2(\,0\,) \right\}$$

$\boxed{\text{è}}$ manifestamente contraddittorio, dato che

$$\left\{ \{2\,,\,-1\},\{1\},\ \{-2\} \right\}$$

è, al livello proposizionale, *assurdo*.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Esempio:

$$\left\{\, p_2(\,Y\,) \leftarrow p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\;\; p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\;\; \neg\, p_2(\,0\,) \,\right\}$$

$\boxed{\text{non è}}$ manifestamente contraddittorio —pur essendo insoddisfacibile in un'accezione piú ampia (quale. . . ?)—, dato che

$$\left\{ \{\,3\,,\,-1\,\},\{\,1\,\},\;\; \{\,-2\,\} \right\}$$

è, al livello proposizionale, *soddisfacibile*.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

ESEMPIO:

$$\left\{\, p_2(\,0\,) \leftarrow p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\;\; p_1(\,0\,,\,X\,)\,,\;\; \neg\, p_2(\,1\,)\,\right\}$$

$\boxed{\text{non è}}$ manifestamente contraddittorio —per giunta è vero nel modello minimo—, dato che

$$\left\{\{\,2\,,\,-1\,\},\{\,1\,\},\;\;\{\,-4\,\}\right\}$$

è, al livello proposizionale, *soddisfacibile*.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Istanze di clausole

Definizione:

Per **istanza** di una clausola C s'intende una clausola K ottenuta rimpiazzando con dei termini (nei quali *possono* figurare varr.) le variabili logiche che compaiono in C (là dove si ripresenta la stessa variabile deve, naturalmente, essere sostituito lo stesso termine).

□

Definizione:

Per **istanza** di una clausola C s'intende una clausola K ottenuta rimpiazzando con dei termini (nei quali *possono* figurare varr.) le variabili logiche che compaiono in C (là dove si ripresenta la stessa variabile deve, naturalmente, essere sostituito lo stesso termine). Se

$$\begin{array}{l} v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\ \dots \\ \quad\dots \\ \qquad\dots \\ v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n \end{array}$$

è una funzione σ (leggi "sigma") avente per dominio un insieme finito $v_1, \dots, v_n$ di variabili logiche, indicheremo con C^σ l'istanza di C che si ottiene rimpiazzando tutte le presenze di v_i all'interno di C con t_i, simultaneamente per $i = 1, \dots, n$.

□

DEFINIZIONE:

Per **istanza** di una clausola C s'intende una clausola K ottenuta rimpiazzando con dei termini (nei quali *possono* figurare varr.) le variabili logiche che compaiono in C (là dove si ripresenta la stessa variabile deve, naturalmente, essere sostituito lo stesso termine). Se

$$
\begin{array}{c}
v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\
\dots \\
\dots \\
\dots \\
v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n
\end{array}
$$

è una funzione σ (leggi "sigma") avente per dominio un insieme finito $v_1, \dots, v_n$ di variabili logiche, indicheremo con C^σ l'istanza di C che si ottiene rimpiazzando tutte le presenze di v_i all'interno di C con t_i, simultaneamente per $i = 1, \dots, n$. Analoga notazione t^σ si adopera per un termine t. □

Definizione:

Siano $\mathcal{B}$ e D come sopra. Diremo che una sostituzione

$$
\begin{array}{l}
v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\
\ldots \\
\quad \ldots \\
\qquad \ldots \\
v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n
\end{array}
$$

di termini t_i alle variabili logiche v_i presenti in D è una ***risposta corretta***, in $\mathcal{B}$, alla domanda D sse:

vi sono istanze $K_1, \ldots, K_m$ di clausole appartenenti a $\mathcal{B}$ tali che $\{ K_1, \ldots, K_m, \quad D^\sigma \}$ sia manifestamente contraddittoria.

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Definizione:

Siano $\mathcal{B}$ e D come sopra. Diremo che una sostituzione

$$\begin{array}{l} v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\ \dots \\ \quad \dots \\ \qquad \dots \\ v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n \end{array}$$

di termini t_i alle variabili logiche v_i presenti in D è una ***risposta corretta***, in $\mathcal{B}$, alla domanda D sse:

vi sono istanze $K_1, \dots, K_m$ di clausole appartenenti a $\mathcal{B}$ tali che $\{ K_1, \dots, K_m, \; D^\sigma \}$ sia manifestamente contraddittoria.

Osservazioni:

Non è escluso che da una clausola di $\mathcal{B}$ possano originare piú K_j .

Definizione:

Siano $\mathcal{B}$ e D come sopra. Diremo che una sostituzione

$$
\begin{array}{l}
v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\
\quad \ldots \\
\qquad \ldots \\
\qquad\quad \ldots \\
v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n
\end{array}
$$

di termini t_i alle variabili logiche v_i presenti in D è una ***risposta corretta***, in $\mathcal{B}$, alla domanda D sse:

vi sono istanze $K_1, \ldots, K_m$ di clausole appartenenti a $\mathcal{B}$ tali che $\{ K_1, \ldots, K_m, \quad D^{\sigma} \}$ sia manifestamente contraddittoria.

Osservazioni:

Non è escluso che da una clausola di $\mathcal{B}$ possano originare piú K_j .

Non è vietato che qualche t_i uguagli la corrispettiva v_i .

Definizione:

I termini cosí definiti, per ogni m in $\mathbb{N}$:

$$\begin{aligned} \underline{0} &=_{\mathsf{Def}} \mathsf{0}\,, \\ \underline{m+1} &=_{\mathsf{Def}} \mathsf{s}(\underline{m})\,, \end{aligned}$$

designano in modo univoco tutti i numeri naturali. Formano un universo di Herbrand: l'universo dei ***numerali*** (in base 1).

DEFINIZIONE:

I termini cosí definiti, per ogni m in $\mathbb{N}$:

$$\begin{array}{rcl} \underline{0} & =_{\mathsf{Def}} & 0\,, \\ \underline{m+1} & =_{\mathsf{Def}} & \mathsf{s}(\underline{m})\,, \end{array}$$

designano in modo univoco tutti i numeri naturali. Formano un universo di Herbrand: l'universo dei ***numerali*** (in base 1).

SPECIFICA TRAMITE CLAUSOLE DI HORN

Specificare tramite una $\mathcal{B}$ predicati

$$\mathsf{succ}_{/2}\,,\quad +_{/3}\,,\quad *_{/3}\,,$$

tali che in $\mathcal{B}$:

- l'unica risposta corretta a $\neg\,\mathsf{succ}(\,X\,,\,\underline{n}\,)$ sia $X \mapsto \underline{n+1}$;
- l'unica risposta corretta a $\neg\,+(\,X\,,\underline{n}\,,\,\underline{m}\,)$ sia $X \mapsto \underline{n+m}$;
- l'unica risposta corretta a $\neg\,*(\,X\,,\underline{n}\,,\,\underline{m}\,)$ sia $X \mapsto \underline{n\cdot m}$.

Definizione:

Siano σ e $\sigma_\star$ risposte corrette a D. Diremo che σ è *piú generale* di $\sigma_\star$ se:

- $\sigma \neq \sigma_\star$ ed inoltre
- c'è una sostituzione τ (leggi "tau") tale che, indicando esplicitamente σ come

$$\begin{array}{l} v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1 \\ \ldots \\ \quad\ldots \\ \qquad\ldots \\ v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n \,, \end{array}$$

$\sigma_\star$ risulti uguale a:

$$\begin{array}{l} v_1 \overset{\sigma}{\longmapsto} t_1^\tau \\ \ldots \\ \quad\ldots \\ \qquad\ldots \\ v_n \overset{\sigma}{\longmapsto} t_n^\tau \,. \end{array}$$

□

DEFINIZIONE:

Un insieme Σ (finito oppure infinito) di risposte corrette a D in $\mathcal{B}$ si dice ***esaustivo*** sse, per ogni risposta corretta $\sigma_\star$ a D tale che in $D^{\sigma_\star}$ non figurino varr.:

- o si ha che $\sigma_\star \in \Sigma$,
- oppure c'è una risposta σ a D, piú generale di $\sigma_\star$, tale che $\sigma \in \Sigma$.

$\square$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

TEOREMA:

Esiste un procedimento di ricerca (forse perpetua) che, assegnate una base di clausole $\mathcal{B}$ e una domanda D, genera un insieme esaustivo di risposte corrette a D. $\square$

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Teorema:

Esiste un procedimento di ricerca (forse perpetua) che, assegnate una base di clausole $\mathcal{B}$ e una domanda D, genera un insieme esaustivo di risposte corrette a D. □

- Non è escluso che il procedimento possa avere termine, almeno in casi favorevoli, dopo aver generato un insieme esaustivo di risposte corrette ;

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

TEOREMA:

Esiste un procedimento di ricerca (forse perpetua) che, assegnate una base di clausole $\mathcal{B}$ e una domanda D, genera un insieme esaustivo di risposte corrette a D. □

- Non è escluso che il procedimento possa avere termine, almeno in casi favorevoli, dopo aver generato un insieme esaustivo di risposte corrette ;
- né viene richiesto che l'insieme generato in risposta a D sia il piú succinto possibile

Teorema:

Esiste un procedimento di ricerca (forse perpetua) che, assegnate una base di clausole $\mathcal{B}$ e una domanda D, genera un insieme esaustivo di risposte corrette a D. $\square$

- Non è escluso che il procedimento possa avere termine, almeno in casi favorevoli, dopo aver generato un insieme esaustivo di risposte corrette ;
- né viene richiesto che l'insieme generato in risposta a D sia il piú succinto possibile: potrà darsi, anzi, che vi compaia una risposta piú generale di un'altra, o di infinite altre.

J.W. Lloyd.
Foundations of Logic Programming.
Springer-Verlag, Berlin, 2nd edition, 1987.

Krzysztof R. Apt.
From Logic Programming to Prolog.
Prentice-Hall, Inc., Upper Saddle River, NJ, USA, 1996.