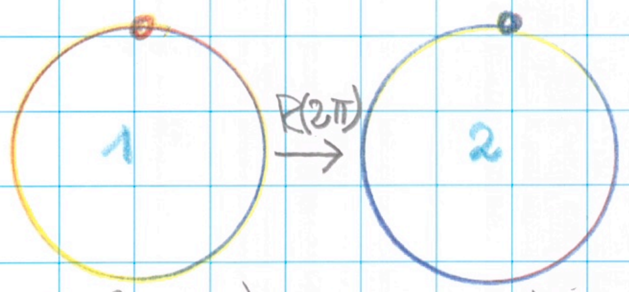
TOTAL SIMMETRICA RISPETTO A $R(\theta)$




IL PUNTO INTRODOTTO "ROMPE" LA SIMMETRIA. ORA SOLO $R(2\pi)$ O $R(2n\pi)$ RENDE (1) INDISTINGUIBILE DA (2)

$R(2n\pi)$ E' PERCIO' UNA TRASFORMAZIONE CHE RAPPRESENTA UNA SIMMETRIA DEL SISTEMA

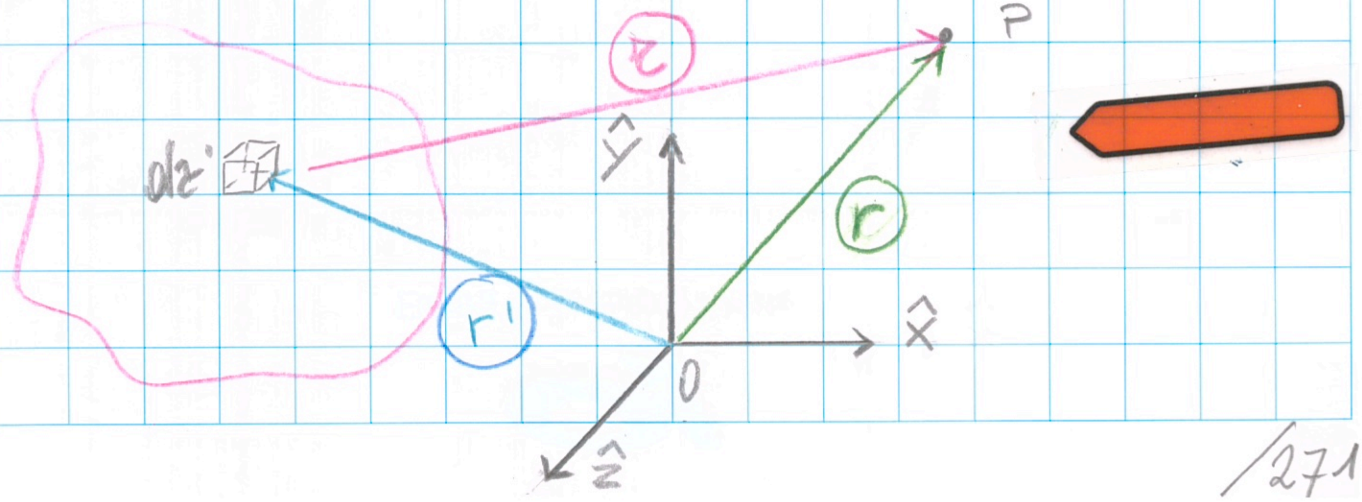
IN MODO ANALOGO UNA TRASFORMAZIONE APPLICATA AI CAMPI E.M. $\bar{E} \xrightarrow{G} \bar{E}'$ E $\bar{B} \xrightarrow{G} \bar{B}'$ CHE RENDE $\bar{E}'$ E $\bar{B}'$ INDISTINGUIBILI DA $\bar{E}$ E $\bar{B}$ RAPPRESENTA UNA SIMMETRIA DELLE EQS. CHE DEFINISCONO $\bar{E}$ E $\bar{B}$ (DUNQUE DELLE EQS. DI MAXWELL).

- CONTEST. PRODURRE CON UNO SCHEMA LA SINTESI DESCRITTA NELLE PAG. 268-270 -
- LEZIONE #24 POTENZIALI RITARDATI PER UNA DISTRIBUZIONE CONTINUA DI CARICHE. PER IL CASO STATICO ABBIAMO

$$\nabla^2 V = \rho/\varepsilon_0 \; ; \; \nabla^2 \bar{A} = -\mu_0 \bar{J}$$

LE CUI SOLUZIONI SONO

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(r')}{\mathscr{r}}\,d\tau' \; ; \; \bar{A}(r) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int_\tau \frac{\bar{J}(r')}{\mathscr{r}}\,d\tau'$$



$$V(\bar r,t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau \frac{\rho(\bar r',t_r)}{\varkappa}\,d\tau' ; \quad \bar A(\bar r,t)=\frac{\mu_0}{4\pi}\int_\tau \frac{\bar J(\bar r',t_r)}{\varkappa}\,d\tau'$$

POSIZIONE E TEMPO ATTUALI IN P — DISTANZA $d\tau'$ - P — POSIZIONE E TEMPO AI QUALI IL SEGNALE E' STATO GENERATO

DOVE $\rho(\bar r',t_r)$ E' LA DENSITÀ DI CARICA IN $r'$ A $t_r$. PER QUESTO SONO DETTI POTENZIALI RITARDATI, id est OSSERVATI IN RITARDO RISPETTO AL TEMPO DI GENERAZIONE. TUTTAVIA, PER DIMOSTRARE CHE $V(\bar r,t)$ E $\bar A(\bar r,t)$ SONO CORRETTI E' NECESSARIO DIMOSTRARE CHE SODDISFANO LE EQ. INOMOGENEE DELLE ONDE (OVVERO LE EQS. DI MAXWELL) $\Box^2 V=\frac{\rho(\bar r',t_r)}{\varepsilon_0}$ E $\Box^2\bar A=-\mu_0\bar J(\bar r',t_r)$ DATO CHE STIAMO CONSIDERANDO DEI POTENZIALI "TRASMESSI" TRAMITE ONDE E.M.. INFATTI, QUESTO ARGOMENTO EURISTICO NON SI APPLICA AI CAMPI. INFATTI, COME DIMOSTREREMO $\bar E(\bar r,t)\neq\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau\frac{\rho(\bar r',t_r)}{\varkappa^2}d\tau'$ E $B(\bar r,t)\neq\frac{\mu_0}{4\pi}\int_\tau\frac{\bar J(\bar r',t_r)}{\varkappa^2}d\tau'$.

IL PUNTO CRUCIALE NEL CALCOLO DEL $\Box^2$ RISULTA ESSERE IL $\nabla^2$ DATO CHE LE FUNZIONI INTEGRANDE DEI POTENZIALI DIPENDONO DA $\bar r$ SIA AL NUMERATORE ($t_r=t-\varkappa/c$) E AL DENOMINATORE ($\varkappa$), ESSENDO $\varkappa=|\bar r-\bar r'|$. PER CALCOLARE $\nabla^2$ PRIMA CALCOLIAMO $\bar\nabla$.

$$\bar\nabla V=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_\tau\left[(\bar\nabla\rho)\frac{1}{\varkappa}+\rho\,\bar\nabla\left(\frac{1}{\varkappa}\right)\right]d\tau'.$$

CALCOLIAMO PRIMA (*) $\bar\nabla\rho=\dot\rho\,\bar\nabla t_r=-\frac{1}{c}\dot\rho\,\bar\nabla\varkappa$ (SI RICORDI CHE $\varkappa=(t_r-t)/c$ E $\dot\rho=d\rho/dt$). ORA PASSIAMO AL CALCOLO DI $\bar\nabla\varkappa\Rightarrow\bar\nabla\varkappa=\hat\varkappa$ E $\bar\nabla(1/\varkappa)=-\hat\varkappa/\varkappa^2$

(*) SI NOTI CHE $\partial/\partial t_r=\partial/\partial t$ DATO CHE $t_r=t-\varkappa/c$ E $\varkappa$ NON DIPENDE DA $t$

(2). PER $V<C$ IL SEGNALE GENERATO IN (2) ARRIVA DOPO. TUTTAVIA, PARTICELLE NON MASSIVE COME IL FOTONE O PRESUMIBILMENTE IL NEUTRINO VIAGGIANO A "C" E QUINDI I SEGNALI PARTITI (ATTENZIONE DICO PARTITI E NON GENERATI DATO CHE PARTICELLE NON MASSIVE NON HANNO CARICA E QUINDI NON GENERANO CAMPI) DA (1) E (2) ARRIVEREBBERO IN $P(\bar{r})$ NELLO STESSO TEMPO.

**OSSERVAZIONE 2.** FINÓRA ABBIAMO CONSIDERATO L'OSSERVATORE $P(\bar{r})$ FERMO RISPETTO A O. MA COME POSSIAMO TRATTARE IL PROBLEMA SE $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RISPETTO A "O"? SE $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ FOSSE UN S.d.R. INERZIALE E $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RETTILINEO UNIFORME IL PROBLEMA SI RISOLVE CON LA RELATIVITÀ SPECIALE ~~DATO CHE $P(\bar{r})$~~. SE $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RELATIVO ACCELERATO ALLORA SAREBBE NECESSARIO RICORRERE ALLA RELATIVITÀ GENERALE.

**OSSERVAZIONE 3.** UN CASO PARTICOLARE È COSTITUITO DA UNA PARTICELLA CARICA CHE PERCORRE $\bar{w}(t_r)$ A $|\bar{V}|$ PROSSIMA A "C" E $P(\bar{r})$ È L'OSSERVATORE SOLIDALE CON "O" (S.d.R. DEL LABORATORIO). QUESTO È IL CASO PARTICOLARE IN CUI I CAMPI E I POTENZIALI SI CALCOLANO IN CONDIZIONI DINAMICHE RELATIVISTICHE. VA SOTTOLINEATO CHE QUESTE SONO LE BASI FISICHE DELLA FISICA DEGLI ACCELERATORI.

$P(\bar{r})$ VEDE DILATARSI, IN QUESTO CASO SOLO LA DIMENSIONE $\parallel V\hat{x}$ MENTRE QUELLE ORTOGONALI RESTANO INALTERATE $\Rightarrow \frac{L'\cos\theta}{c} = \frac{L'-L}{V} \Rightarrow L' = \frac{L}{1 - V\cos\theta/c}$

ESTENDENDO QUESTO ARGOMENTO AL CASO 3-D IL VOLUME È MISURATO DA $P(\bar{r})$ CON $\bar{V} \neq \emptyset$ DIVENTA

$$\tau' = \frac{\tau}{1 - \hat{\mathscr{r}}\cdot\bar{V}/c} \Rightarrow V(\bar{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qc}{(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{V})} \Rightarrow$$

FATTORE DI RITARDO $\rightarrow 1 - \hat{\mathscr{r}}\cdot\bar{V}/c$

$$\bar{A}(\bar{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{\rho(r',t_r)\bar{v}(t_r)}{\mathscr{r}}d\tau' = \frac{\mu_0\bar{V}}{4\pi\mathscr{r}}\int \rho(r',t_r)\,d\tau'$$

$\rho(r',t_r)\bar{v}(t_r) \Rightarrow \bar{J}(r',t_r)$

$$\Rightarrow \bar{A}(r,t) = \frac{\mu_0(\varepsilon_0)\,qc\bar{V}}{4\pi(\varepsilon_0)(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{V})} = \frac{\bar{V}}{c^2}V(\bar{r},t).\ \cancel{V(\bar{r},t)})\ \text{E}$$

$\bar{A}(r,t)$ SONO I POTENZIALI DI LIENARD-WIECHERT.

## CAMPI DI UN PTO CARICA DAI POTENZIALI DI L-W

SIAMO ORA IN GRADO DI CALCOLARE $\bar{E}$ E $\bar{B}$ DI UNA CARICA IN MOVIMENTO UTILIZZANDO LE RELAZIONI

$\bar{E} = -\bar{\nabla}V - \partial_t\bar{A}$ ; $\bar{B} = \bar{\nabla}\times\bar{A}$. IL CALCOLO È RESO COMPLESSO DAL FATTO CHE $\bar{\mathscr{r}} = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$ E $\bar{V} = \dot{\bar{w}}(t_r)$ SONO ENTRAMBI CALCOLATI AL TEMPO $t_r$ DEFINITO IMPLICITAMENTE DALLA EQ. $|\bar{r} - \bar{w}(t_r)| = c(t - t_r)$ DOVE A LORO VOLTA COMPAIONO $\bar{r}$ E $t$. LA STRATEGIA PER FARE QUESTO CALCOLO È DI SVILUPPARE SEPARATAMENTE I VARI TERMINI $\bar{\nabla}V$, $\partial_t\bar{A}$ E $\bar{\nabla}\times\bar{A}$. PARTIAMO CON $\bar{\nabla}V = \frac{qc}{4\pi\varepsilon_0}\frac{-1}{(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{V})^2}\bar{\nabla}(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{V})$. DATO CHE $\mathscr{r} = c(t - t_r)$, $\bar{\nabla}\mathscr{r} = -c\bar{\nabla}t_r$