PER CALCOLARE $\bar{B}$ È NECESSARIO CALCOLARE $\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A} =$

$$= \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\frac{1}{\tau} (\bar{\nabla} \times \bar{J}) - \bar{J} \times \nabla \left(\frac{1}{\tau} \right) \right] d\tau' \quad \text{DOVE } (\bar{\nabla} \times \bar{J})_x = \partial_z J_y - \partial_y J_z$$

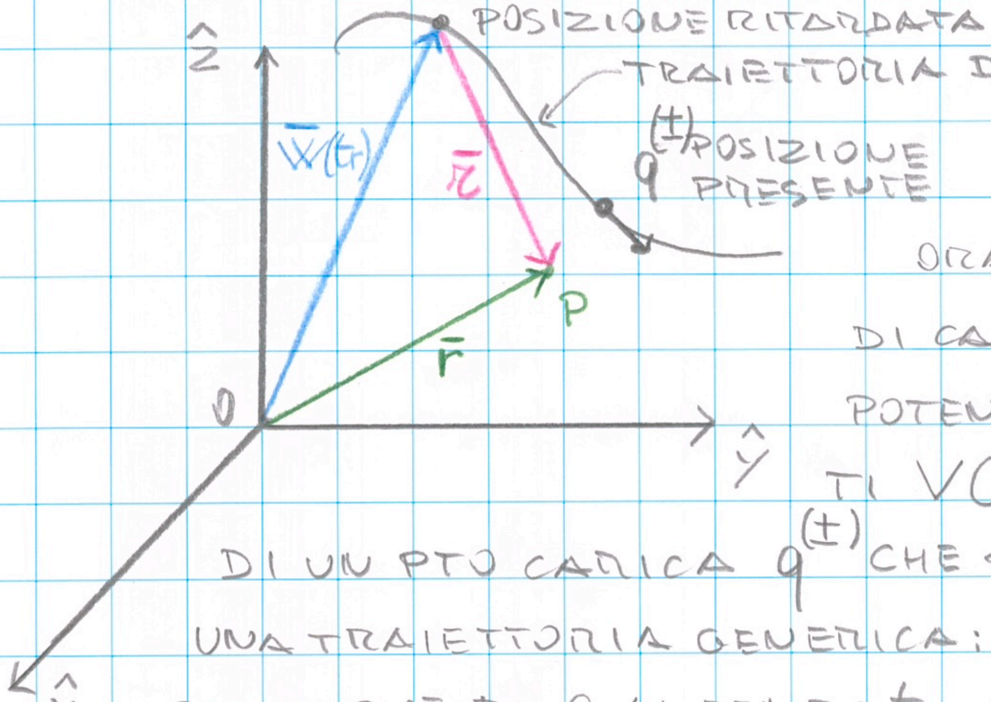
$$\text{E } \partial_z J_y = \dot{J}_z \partial_y t_r = \frac{1}{c} \dot{J}_z \partial_y \tau \Rightarrow$$

$$(\bar{\nabla} \times \bar{J})_x = -\frac{1}{c} \left(\dot{\bar{J}}_z \partial_y \tau - \dot{\bar{J}}_y \partial_z \tau \right) = \frac{1}{c} \left[\dot{\bar{J}} \times (\bar{\nabla} \tau) \right]_x \quad \text{MA}$$

$$\bar{\nabla} \tau = \hat{\tau} \Rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{J} = \frac{1}{c} \dot{\bar{J}} \times \hat{\tau}, \quad \text{MENTRE } \bar{\nabla}(1/\tau) = -\hat{\tau}/\tau^2$$

$$\Rightarrow \bar{B}(\bar{r}, t) = \frac{\mu_0}{4\pi} \int \left[\frac{\bar{J}(r', t_r)}{\tau^2} + \frac{\dot{\bar{J}}(r', t_r)}{c\tau} \right] \times \hat{\tau} \, d\tau'$$

POTENZIALI DI LIENARD-WIECHERT

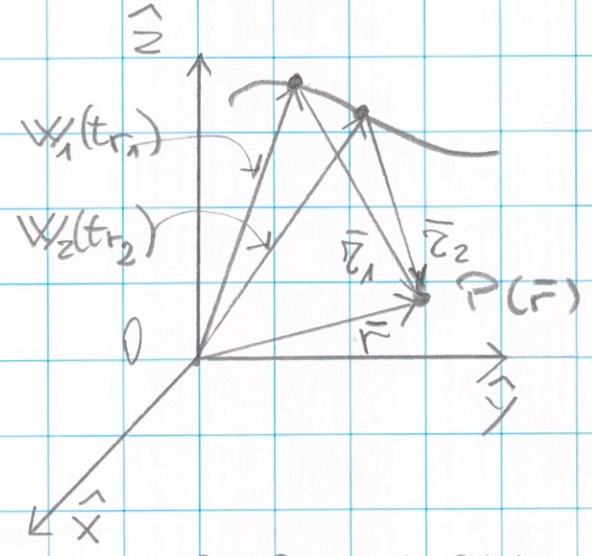


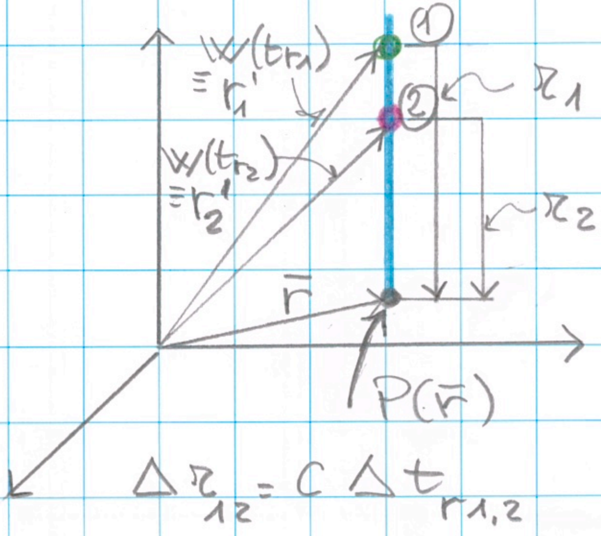
ORA CI PROPONIAMO DI CALCOLARE I POTENZIALI RITARDATI $V(\bar{r}, t)$ E $\bar{A}(\bar{r}, t)$ DI UN PTO CARICA $q^{(\pm)}$ CHE SI MUOVE LUNGO UNA TRAIETTORIA GENERICA: $\bar{w}(t) =$ POSIZIONE DI q AL TEMPO t. IL TEMPO RITARDATO SI OTTIENE IMPLICITAMENTE DALLA EQ.

$|\bar{r} - \bar{w}(t_r)| = c(t - t_r)$, DOVE IL TERMINE A SX INDICA LA DISTANZA CHE IL SEGNALE DEVE PERCORRERE E $(t - t_r)$ È IL TEMPO DI PERCORRENZA. $\bar{w}(t_r)$ È LA POSIZIONE ALLA QUALE IL SEGNALE È STATO GENERATO, OVVERO LA POSIZIONE "RITARDATA" DI $q^{(\pm)}$, $\bar{\tau}$ È LA DISTANZA TRA LA POSIZIONE RITARDATA DELLA CARICA E P (OSSERVATORE)

$\bar{\tau} = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$.

OSSERVAZIONE È IMPORTANTE NOTARE CHE NON PIÙ DI UN PUNTO SULLA TRAIETTORIA È IN COMUNICAZIONE CON $P(\bar{r})$ AD OGNI t FISSATO. INFATTI, SE CONSIDERASSIMO DUE PTI CON TEMPI RITARDATI t_{r1} E t_{r2} $\Rightarrow$ $\tau_1 = c(t - t_{r1})$; $\tau_2 = c(t - t_{r2})$ $\Rightarrow$ $\Delta\tau = c\Delta t_{r21}$ $\Rightarrow$ CHE LA VELOCITÀ MEDIA DI $q^{(\pm)}$ NELLA DIREZIONE DOVE SI TROVA $P(\bar{r})$ DEVE ESSERE "c" INDIPENDENTEMENTE DALLA VELOCITÀ DI $q^{\pm}$ NELLE ALTRE DIREZIONI, DAL MOMENTO CHE NESSUNA PARTICELLA MASSIVA PUÒ VIAGGIARE A VELOCITÀ $\geq c$ NE CONSEGUE CHE SOLO UN PUNTO DELLA TRAIETTORIA RITARDATA $\bar{w}(t_r)$ PUÒ CONTRIBUIRE AI POTENZIALI $V(\bar{r},t)$ E $\bar{A}(\bar{r},t)$ E QUINDI AI CAMPI IN $P(\bar{r},t)$ AD OGNI ISTANTE DEL TEMPO PRESENTE t. UNA SITUAZIONE PARADIGMATICA È RAPPRESENTATA DAL CASO IN CUI LA $\bar{v}$ CON CUI SI MUOVE LA PARTICELLA È $\parallel$ A $\bar{\tau}_1$ E $\bar{\tau}_2$





$\Delta\tau_{12} = c\,\Delta t_{r1,2}$

SOLO UNA CARICA CHE VIAGGIA A c PERCORRE LA DISTANZA $\Delta\tau_{12}$ ASSIEME AL SEGNALE GENERATO A t_{r_1} IN (1) ASSIEME AL SEGNALE GENERATO A t_{r_2} IN

(2). PER $V<C$ IL SEGNALE GENERATO IN (2) ARRIVA DOPO. TUTTAVIA, PARTICELLE NON MASSIVE COME IL FOTONE O PRESUMIBILMENTE IL NEUTRINO VIAGGIANO A "C" E QUINDI I SEGNALI PARTITI (ATTENZIONE DICO PARTITI E NON GENERATI DATO CHE PARTICELLE NON MASSIVE NON HANNO CARICA E QUINDI NON GENERANO CAMPI) DA (1) E (2) ARRIVEREBBERO IN $P(\bar{r})$ NELLO STESSO TEMPO.

OSSERVAZIONE 2. FINÓRA ABBIAMO CONSIDERATO L'OSSERVATORE $P(\bar{r})$ FERMO RISPETTO A O. MA COME POSSIAMO TRATTARE IL PROBLEMA SE $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RISPETTO A "O"? SE $(\hat{x}, \hat{y}, \hat{z})$ FOSSE UN S.d.R. INERZIALE E $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RETTILINEO UNIFORME IL PROBLEMA SI RISOLVE CON LA RELATIVITÀ SPECIALE DATO CHE $P(\bar{r})$, SE $P(\bar{r})$ FOSSE IN MOTO RELATIVO ACCELERATO ALLORA SAREBBE NECESSARIO RICORRERE ALLA RELATIVITÀ GENERALE.

OSSERVAZIONE 3. UN CASO PARTICOLARE E' COSTITUITO DA UNA PARTICELLA CARICA CHE PERCORRE $\bar{w}(t_r)$ A $|\bar{V}|$ PROSSIMA A "C" E $P(\bar{r})$ E' L'OSSERVATORE SOLIDALE CON "O" (S.d.R DEL LABORATORIO). QUESTO E' IL CASO PARTICOLARE IN CUI I CAMPI E I POTENZIALI SI CALCOLANO IN CONDIZIONI DINAMICHE RELATIVISTICHE. VA SOTTOLINEATO CHE QUESTE SONO LE BASI FISICHE DELLA FISICA DEGLI ACCELERATORI.

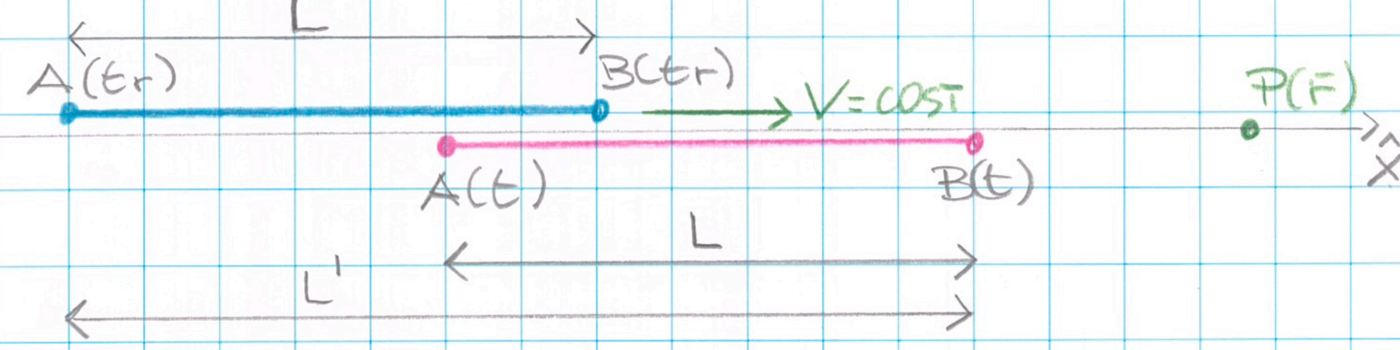
OSSERVAZIONE 4. NEL CASO IN CUI LA PARTICELLA SIA UN FOTONE E $P(\bar{r},t)$ IN MOTO RELATIVO UNIFORME RISPETTO A "O" SI PUÒ VERIFICARE IL CASO IN CUI $P(r,t)$ NON OSSERVA ALCUN SEGNALE. MA PER SPIEGARE QUESTO DOVREMO PRIMA CONOSCERE LE BASI DELLA RELATIVITÀ SPECIALE.

ORA UNA SEMPLICE OSSERVAZIONE DEL POTENZIALE

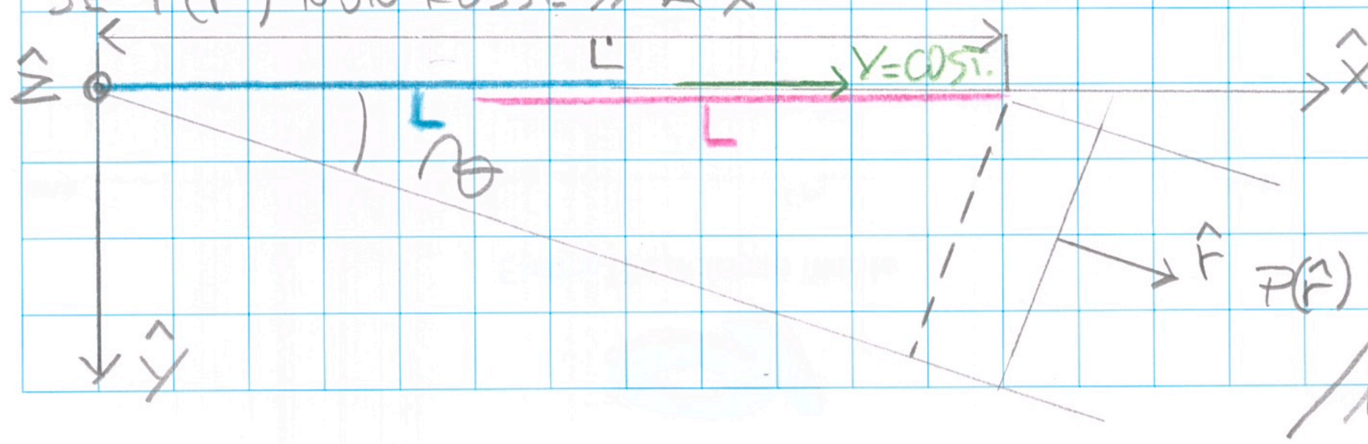
$$V(\bar{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\int_{\tau}\frac{\rho(r',t_r)}{\mathscr{r}}\,d\tau'$$

CI PORTEREBBE A SCRIVERE $V(\bar{r},t)=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{\mathscr{r}}$. QUESTA RELAZIONE È ERRATA PER IL SEMPLICE MOTIVO CHE $\int_{\tau}\rho(r',t_r)\,d\tau'$ PER UNA PARTICELLA CARICA IN MOTO RISPETTO ALL'OSSERVATORE $P(\bar{r})$ NON È UGUALE A q. IL PROBLEMA NASCE DALLA VALUTAZIONE DEL VOLUME DI INTEGRAZIONE CHE VISTO DA "O" E DA $P(\bar{r})$ È DIVERSO QUANDO IL SEGNALE IN BASE AL QUALE $P(\bar{r})$ MISURA IL VOLUME DI INTEGRAZIONE VIAGGIA A "C". QUESTO È UN ALTRO CASO IN CUI LA GEOMETRIA EUCLIDEA E LA GEOMETRIA FISICA DIFFERISCONO. INFATTI, PER LA GEOMETRIA EUCLIDEA LE DIMENSIONI DI UN PTO SONO INFINITESIME. UN PUNTO FISICO È INVECE UNA GRANDEZZA FINITA, QUINDI LA DENSITÀ DI CARICA È SEMPRE UNA GRANDEZZA FINITA. PER EUCLIDE: $\rho=\frac{q}{V}$ E PER UN PTO EUCLIDEO $\lim_{V\to 0}\frac{q}{V}\to\infty$. PER UN PUNTO

FISICO V È SEMPRE FINITO ⇒ $\rho(\bar{r},t)$ È FINITO. TUTTAVIA V_0 VISTO DA "O" È DIVERSO DA V_p VISTO DA $P(\bar{r})$. PER CALCOLARE V_p (VOLUME APPARENTE) POSSIAMO USARE IL SEGUENTE PARADIGMA: IL SEGMENTO DI CARICA $\overline{AB}$



SI MUOVE // $\hat{r}$ A UNA V=COST. AL TEMPO t_r $A(t_r)$ GENERA UN'ONDA E.M. NELLA DIREZIONE $\hat{r}$ CHE VIAGGIA A C, MENTRE $\overline{A(t_r)\,B(t_r)}$ SI MUOVE A $V\hat{x}$=COST. IL SEGNALE CHE AVREBBE RAGGIUNTO $B(t_r)$ DOPO $t_0 = \frac{(AB)_{tr}}{C}$ RAGGIUNGERÀ B AL TEMPO t IN UN TEMPO PARI A L'/C. NELLO STESSO TEMPO $A(t_r) \to A(t) = L' - L$ VIAGGIANDO A UNA VELOCITÀ $V\hat{x}$ ⇒ $\frac{L'}{C} = \frac{L'-L}{V}$ ⇒ $L' = \frac{L}{1 - V/C}$ ⇒ $P(\bar{r})$ NON VEDE UN SEGMENTO DI CARICA = L MA = A L'. INTERESSANTE NOTARE CHE SE V=C ⇒ $L' = \infty$. OPPURE SAREBBE MEGLIO DIRE CHE IL SEGNALE NON RAGGIUNGEREBBE MAI L'ALTRO ESTREMO. SE $P(\bar{r})$ NON FOSSE // A $\hat{x}$



$P(\bar{r})$ VEDE DILATARSI, IN QUESTO CASO SOLO LA DIMENSIONE $\parallel$ $V\hat{x}$ MENTRE QUELLE ORTOGONALI RESTANO INALTERATE $\Rightarrow \dfrac{L'\cos\theta}{c} = \dfrac{L'-L}{V} \Rightarrow L' = \dfrac{L}{1-V\cos\theta/c}$

ESTENDENDO QUESTO ARGOMENTO AL CASO 3-D IL VOLUME È MISURATO DA $P(\bar{r})$ CON $\bar{V}=\emptyset$ DIVENTA

$$\tau' = \frac{\tau}{1-\hat{\imath}\cdot\bar{V}/c} \Rightarrow V(\bar{r},t) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qc}{(\imath c - \bar{\imath}\cdot\bar{V})}$$

FATTORE DI RITARDO $\rightarrow 1-\hat{\imath}\cdot\bar{V}/c$

$$A(\bar{r},t) = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \underbrace{\frac{\rho(r',t_r)\bar{V}(t_r)}{\imath}}_{=\bar{J}(r',t_r)} d\tau' = \frac{\mu_0\bar{V}}{4\pi\imath}\int \rho(r',t_r)\,d\tau'$$

$$\Rightarrow \bar{A}(r,t) = \frac{\mu_0(\varepsilon_0)}{4\pi(\varepsilon_0)}\frac{qc\bar{V}}{(\imath c - \bar{\imath}\cdot\bar{V})} = \frac{\bar{V}}{c^2}V(\bar{r},t).$$

$V(\bar{r},t)$ E $\bar{A}(r,t)$ SONO I POTENZIALI DI LIENARD-WIECHERT.

CAMPI DI UN PTO CARICA DAI POTENZIALI DI L-W

SIAMO ORA IN GRADO DI CALCOLARE $\bar{E}$ E $\bar{B}$ DI UNA CARICA IN MOVIMENTO UTILIZZANDO LE RELAZIONI $\bar{E} = -\bar{\nabla}V - \partial_t\bar{A}$; $\bar{B} = \bar{\nabla}\times\bar{A}$. IL CALCOLO È RESO COMPLESSO DAL FATTO CHE $\bar{\imath} = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$ E $\bar{V} = \dot{\bar{w}}(t_r)$ SONO ENTRAMBI CALCOLATI AL TEMPO t_r DEFINITO IMPLICITAMENTE DALLA EQ. $|\bar{r} - \bar{w}(t_r)| = c(t-t_r)$ DOVE A LORO VOLTA COMPAIONO $\bar{r}$ E t. LA STRATEGIA PER FARE QUESTO CALCOLO È DI SVILUPPARE SEPARATAMENTE I VARI TERMINI $\bar{\nabla}V$, $\partial_t\bar{A}$ E $\bar{\nabla}\times\bar{A}$. PARTIAMO CON $\bar{\nabla}V = \dfrac{qc}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{-1}{(\imath c - \bar{\imath}\cdot\bar{V})^2}\bar{\nabla}(\imath c - \bar{\imath}\cdot\bar{V})$. DATO CHE

$\imath = c(t-t_r)$, $\bar{\nabla}\imath = -c\bar{\nabla}t_r$

CALCOLIAMO ORA $\bar{\nabla}(\bar{\imath}\cdot\bar{v})$ RICORDANDO CHE

$$\bar{\nabla}(\bar{A}\cdot\bar{B}) = (\bar{A}\cdot\bar{\nabla})\bar{B} + (\bar{B}\cdot\bar{\nabla})\bar{A} + \bar{A}\times(\bar{\nabla}\times\bar{B}) + \bar{B}\times(\bar{\nabla}\times\bar{A}) \Rightarrow$$

$$\bar{\nabla}(\bar{\imath}\cdot\bar{v}) = \underbrace{(\bar{\imath}\cdot\bar{\nabla})\bar{v}}_{1} + \underbrace{(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{\imath}}_{2} + \underbrace{\bar{\imath}\times(\bar{\nabla}\times\bar{v})}_{3} + \underbrace{\bar{v}\times(\bar{\nabla}\times\bar{\imath})}_{4}$$

1 $$(\bar{\imath}\cdot\bar{\nabla})\bar{v} = (\imath_x\partial_x + \imath_y\partial_y + \imath_z\partial_z)\,\bar{v}(t_r) \Rightarrow = \imath_x\frac{d\bar{v}}{dt_r}\frac{dt_r}{dx} + \imath_y\frac{d\bar{v}}{dt_r}\frac{dt_r}{dy} + \imath_z\frac{d\bar{v}}{dt_r}\frac{dt_r}{dz} = \boxed{\bar{a}(t_r)(\bar{\imath}\cdot\bar{\nabla}t_r)}$$

DOVE $\bar{a} = \dot{\bar{v}}$ E' L'ACCELERAZIONE AL TEMPO RITARDATO.

2 $(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{\imath}$ CON $\bar{\imath} = \bar{r} - \bar{w}(t_r) \Rightarrow = \underbrace{(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{r}}_{a} - \underbrace{(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{w}}_{b}$

a $$(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{r} = (v_x\partial_x + v_y\partial_y + v_z\partial_z)(x\hat{x} + y\hat{y} + z\hat{z}) \Rightarrow = v_x\hat{x} + v_y\hat{y} + v_z\hat{z} = \bar{v}$$

b $$-(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{w} = -(\bar{v}(t_r)\cdot\bar{\nabla})\,\bar{w}(t_r) \Rightarrow$$

$$= -\left(v_x(t_r)\partial_x + v_y(t_r)\partial_y + v_z(t_r)\partial_z\right)\bar{w}(t_r) \Rightarrow$$

$$= -\left[v_x(t_r)\frac{d\bar{w}(t_r)}{dt_r}\partial_x t_r + \ldots \text{ter } y + \ldots \text{ter } z\right] \Rightarrow$$

$$= -\left[v_x(t_r)\partial_x t_r + v_y(t_r)\partial_y t_r + v_z(t_r)\partial_z t_r\right]\frac{d\bar{w}(t_r)}{dt_r}$$ CON

$$\frac{d\bar{w}(t_r)}{dt_r} = \bar{v}(t_r) \Rightarrow = -\left[\bar{v}(t_r)\cdot\bar{\nabla}(t_r)\right]\bar{v}(t_r)$$

OSSERVAZIONE SI NOTI CHE $-\bar{v}(t_r)\left[\bar{v}(t_r)\cdot\bar{\nabla}(t_r)\right]$ E' ANALOGO A $\bar{a}(t_r)(\bar{\imath}\cdot\bar{\nabla}t_r) \Rightarrow$

$$-(\bar{v}\cdot\bar{\nabla})\bar{w} = -\bar{v}\cdot(\bar{v}\cdot\bar{\nabla}t_r)$$

3 $$\bar{\nabla}\times\bar{v} = (\partial_y v_z - \partial_z v_y)\hat{x} + (\partial_z v_x - \partial_x v_z)\hat{y} + (\partial_x v_y - \partial_y v_x)\hat{z} \Rightarrow$$

$$= \left(\frac{dv_z}{dt_r}\partial_y t_r - \frac{dv_y}{dt_r}\partial_z t_r\right)\hat{x} + \left(\frac{dv_x}{dt_r}\partial_z t_r - \frac{dv_z}{dt_r}\partial_x t_r\right)\hat{y} + \left(\frac{dv_y}{dt_r}\partial_x t_r - \frac{dv_x}{dt_r}\partial_y t_r\right)\hat{z} = \underline{-\bar{a}\times\bar{\nabla}t_r}$$

(4) $\bar{v}(t_r) \times \underbrace{(\bar{\nabla} \times \bar{\mathscr{r}})}_{(a)}$ con $\bar{\mathscr{r}} = \bar{r} - \bar{r}(t_r) = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$

(a) $\bar{\nabla} \times \bar{\mathscr{r}} = \bar{\nabla} \times (\bar{r} - \bar{w}(t_r)) = \bar{\nabla} \times \bar{r} - \bar{\nabla} \times \bar{w}(t_r)$. $\bar{r}$ è un vettore cost. (posizione di P rispetto O) $\Rightarrow \bar{\nabla} \times \bar{r} = \emptyset$

$= (\partial_y z - \partial_z y)\hat{x} + (\partial_z x - \partial_x z)\hat{y} + (\partial_x y - \partial_y x)\hat{z} = \emptyset$ e

similmente al caso (3) $\bar{\nabla} \times \bar{w}(t_r) = -\bar{v}(t_r) \times \bar{\nabla} t_r \Rightarrow$

$\bar{v}(t_r) \times (\bar{\nabla} \times \bar{\mathscr{r}}) = \bar{v}(t_r) \times [\bar{v}(t_r) \times \bar{\nabla} t_r] \Rightarrow$

$$\bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{v}) = \bar{a}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\nabla} t_r) + \bar{v} - \bar{v}(\bar{v} \cdot \bar{\nabla} t_r) - \bar{\mathscr{r}} \times (\bar{a} \times \bar{\nabla} t_r) + \bar{v} \times (\bar{v} \times \bar{\nabla} t_r)$$

Da cui usando la regola per i tripli prodotti vettoriali $[\bar{A} \times (\bar{B} \times \bar{C})] = \bar{B}(\bar{A} \cdot \bar{C}) - \bar{C}(\bar{A} \cdot \bar{B})$ otteniamo

$\bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{v}) = \bar{v} + (\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{a} - v^2)\bar{\nabla} t_r \Rightarrow$

$$\bar{\nabla} V = \frac{qc}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{v})^2} \left[\bar{v} + (c^2 - v^2 + \bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{a}) \bar{\nabla} t_r \right].$$

Per completare il calcolo dobbiamo valutare $\bar{\nabla} t_r$, dove $\mathscr{r} = |\bar{r} - \bar{w}(t_r)| = c(t - t_r)$. A pag. 180 abbiamo visto che $\bar{\nabla} \mathscr{r} = -c \bar{\nabla} t_r = \bar{\nabla} \sqrt{\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\mathscr{r}}} = \frac{1}{2\sqrt{\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\mathscr{r}}}} \bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\mathscr{r}})$

da cui ricordando che $\bar{\nabla}(\bar{A} \cdot \bar{B}) = (\bar{A} \cdot \bar{\nabla})\bar{B} + (\bar{B} \cdot \bar{\nabla})\bar{A} + \bar{A} \times (\bar{\nabla} \times \bar{B}) + \bar{B} \times (\bar{\nabla} \times \bar{A}) \Rightarrow -c \bar{\nabla} t_r = \frac{1}{\mathscr{r}} \left[(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\nabla})\bar{\mathscr{r}} + \bar{\mathscr{r}} \times (\bar{\nabla} \times \bar{\mathscr{r}}) \right]$

Ma $(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\nabla})\bar{\mathscr{r}} = \bar{\mathscr{r}} - \bar{v}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\nabla} t_r)$, come visto prima mentre $\bar{\nabla} \times \bar{\mathscr{r}} = (\bar{v} \times \bar{\nabla} t_r) \Rightarrow$

$$-c \bar{\nabla} t_r = \frac{1}{\mathscr{r}} \left[\bar{\mathscr{r}} - \bar{v}(\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{\nabla} t_r) + \bar{\mathscr{r}} \times (\bar{v} \times \bar{\nabla} t_r) \right] = \frac{1}{\mathscr{r}} \left[\bar{\mathscr{r}} - (\bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{v}) \bar{\nabla} t_r \right]$$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{\nabla} t_r = \frac{-\bar{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}} \cdot \bar{v}}} \Rightarrow$$

$$\bar{\nabla} V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qc}{(\tau c - \bar{\tau}\cdot\bar{v})^3}\left[(\tau c - \bar{\tau}\cdot\bar{v})\bar{v} - (c^2 - v^2 + \bar{\tau}\cdot\bar{a})\bar{\tau}\right]$$

UN CALCOLO SIMILE SI USA PER $\partial_t \bar{A}$ (VEDI APP. ERREDE)

$$\Rightarrow \partial_t \bar{A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{qc}{(\tau c - \bar{\tau}\cdot\bar{v})^3}\left[(\tau c - \bar{\tau}\cdot\bar{v})(-\bar{v} + \tau\bar{a}/c) + \frac{\tau}{c}(c^2 - v^2 + \bar{\tau}\cdot\bar{a})\bar{v}\right]$$

. INTRODUCENDO $\bar{u} = c\hat{\tau} - \bar{v}$

$$\Rightarrow \boxed{\bar{E}(\bar{r}, t) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\tau}{(\bar{\tau}\cdot\bar{u})^3}\left[(c^2 - v^2)\bar{u} + \bar{\tau}\times(\bar{u}\times\bar{a})\right]}$$

MENTRE (VEDI ERREDI PER DETTAGLI)

$$\Rightarrow \bar{\nabla}\times A = \frac{1}{c^2}\left[V(\underline{\bar{\nabla}\times\bar{v}}) - \bar{v}\times(\underline{\bar{\nabla} V})\right] \Rightarrow \text{DA CUI}$$

$$\bar{\nabla}\times\bar{A} = -\frac{1}{c}\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{(\bar{u}\cdot\bar{\tau})^3}\bar{\tau}\times\left[(c^2 - v^2)\bar{v} + (\bar{\tau}\cdot\bar{a})\bar{v} + (\bar{\tau}\cdot\bar{u})\bar{a}\right]$$

OTTENUTA CALCOLANDO $\bar{\nabla}\times\bar{v}$ E $\bar{\nabla} V$ IN MODO ANALOGO A QUANTO GIÀ FATTO E USANDO LA REGOLA DEL TRIPLO PRODOTTO VETTORIALE BAC-CAB. IN QUESTO CASO RISPETTO A CALCOLO PER IL CAMPO $\bar{E}$ ABBIAMO $\bar{v}$ AL POSTO DI $\bar{u}$ CON $\bar{u} = c\hat{\tau} - \bar{v}$. FACENDO IL PRODOTTO $\bar{\tau}\times\bar{u}$ OTTENIAMO UN RISUTATO SIMILE A $\bar{\tau}\times\bar{v}$ E DATO CHE $\bar{v}$ È SEMPRE MOLTIPLICATO VETTORIALMENTE DA $\bar{\tau}\times$ POSSIAMO SOSTITUIRE $\bar{v}$ CON $\bar{u}$ $\Rightarrow$

$$\boxed{\bar{B}(\bar{r}, t) = \frac{1}{c}\hat{\tau}\times\bar{E}(\bar{r}, t)} \Rightarrow \bar{E}(\bar{r}, t) \perp \bar{B}(\bar{r}, t)$$

CHE SONO A LORO VOLTA $\perp$ A $\bar{\tau}$ CHE È IL VETTORE CHE MISURA LA DISTANZA TRA $P(\bar{r})$ (OSSERVATORE) E LA POSIZIONE RITARDATA DELLA CARICA. POSSIAMO ORA RICAVARE ANCHE LA FORZA DI LORENTZ E DI CONSEGUENZA LA FORZA CHE I CAMPI GENERATI DA

DA UNA CARICA q CHE PERCORRE UNA TRAIETTORIA $\bar{w}(t_r)$ ESERCITANO SU UNA CARICA Q CHE SI MUOVE CON UNA VELOCITÀ $\bar{V}$ MENTRE $\bar{r}, \bar{u}, \bar{V}$ E $\bar{a}$ SONO VALUTATI A t_r.

$$\boxed{\bar{F} = \frac{q \cdot Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{r}{(\bar{r} \cdot \bar{u})^3} \left\{ \left[(c^2 - v^2)\bar{u} + \bar{r} \times (\bar{u} \times \bar{a}) \right] + \frac{\bar{v}}{c} \times \left[\hat{r} \times \left[c^2 - u^2 \right) \bar{u} + \bar{r} \times (\bar{u} \times \bar{a}) \right] \right\}}$$