DA UNA CARICA q CHE PERCORRE UNA TRAIETTORIA $\bar{w}(t_r)$ ESERCITANO SU UNA CARICA Q CHE SI MUOVE CON UNA VELOCITÀ $\bar{v}$ MENTRE $\bar{\tau}, \bar{u}, \bar{v}$ E $\bar{a}$ SONO VALUTATI A t_r.

$$\bar{F}(\bar{r},t) = \frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\tau}{(\bar{\tau}\cdot\bar{u})^3}\left\{\left[(c^2-v^2)\bar{u}+\bar{\tau}\times(\bar{u}\times\bar{a})\right]+\frac{\bar{v}}{c}\times\left[\hat{\tau}\times\left[(c^2-u^2)\bar{u}+\bar{\tau}\times(\bar{u}\times\bar{a})\right]\right]\right\}$$

LA VELOCITÀ $\bar{v}$ È LA VELOCITÀ DEL PTO Q (CHE POSSIAMO DEFINIRE CARICA DI TEST) NEL PTO DI OSSERVAZIONE DEI CAMPI $P(\bar{r})$ AL TEMPO PRESENTE. QUINDI LA FORZA DI LORENTZ $\bar{F}(\bar{r},t)$ È DOVUTA AI CAMPI $\bar{E}(\bar{r},t)$ E $\bar{B}(\bar{r},t)$ CHE AGISCONO SU Q, MA GENERATI A t_r DA q QUANDO SI TROVA IN $\bar{r}'$ E CHE SI MUOVE ALLA VELOCITÀ $\bar{v}(t_r)$ E ACCELERAZIONE $\bar{a}(t_r)$. • OSSERVAZIONE

PER QUANTO RIGUARDA I CAMPI OSSERVIAMO CHE

$$\bar{E}(\bar{r},t) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\tau}{[\bar{\tau}\cdot\bar{u}(t_r)]^3}\left[\underbrace{(c^2-v^2(t_r))\bar{u}(t_r)}_{\text{TERMINE VELOCITÀ}}+\underbrace{\bar{\tau}\times(u(t_r)\times\bar{a}(t_r))}_{\text{TERMINE ACCELERAZ.}}\right]$$

$$\bar{B}(\bar{r},t) = \frac{1}{c}\bar{r}\times\bar{E}(\bar{r},t)$$

NOTIAMO DUE TERMINI DEFINITI DI VELOCITÀ E DI ACCELERAZIONE ENTRAMBI MOLTIPLICATI PER

$\frac{\tau}{[\bar{\tau}\cdot u(t_r)]^3}$ $\Rightarrow$ I TERMINI VELOCITÀ $(\bar{E}_v, \bar{B}_v) \rightarrow$ ZERO COME $1/\tau^2$ MENTRE QUELLI DI ACCELERAZIONE $(\bar{E}\times\bar{B}_v) \rightarrow$ ZERO COME $1/\tau$. SE ORA CONSIDERIAMO $\bar{S} = \frac{1}{\mu_0}(\bar{E}\times\bar{B})$ E IN PARTICOLARE IL FLUSSO DI

$$\phi(\bar{S}) = \oint_{\Sigma_1\to\infty} \bar{S}\cdot d\bar{a}$$

E FACCIAMO TENDERE $\Sigma_1 \to \infty$ NOTIAMO CHE $\bar{S}$ VA A ZERO COME $(\bar{E}\times\bar{B})\cdot d\bar{a}$

$\Rightarrow$ LE COMPONENTI VELOCITÀ DEI CAMPI $\rightarrow \emptyset$ COME $\frac{1}{\tau^4}$, i.e. $(\bar{E}_v\times\bar{B}_v) \propto \frac{1}{\tau^4}$, I TERMINI

MISTI VELOCITÀ x ACCELERAZIONE $(\bar{E}_V \times \bar{B}_A) \rightarrow$ ZERO COME $1/r^3$, MENTRE I TERMINI DI ACCELERAZIONE $(\bar{E}_A \times \bar{B}_A) \Rightarrow$ ZERO COME $1/r^2$. CONSIDERANDO CHE $d\bar{a} \propto r^2 \Rightarrow \oint_{\Sigma' \to \infty} \bar{S}' \cdot d\bar{a} \propto \left[\frac{1}{r^4} + \frac{1}{r^3} + \frac{1}{r^2}\right] r^2$. ($\Sigma'$ È LA SUPERFICIE CHE $\bar{S}'$ GENERATO DA $q(t_r)$ ATTRAVERSA) $\Rightarrow \Sigma' \to \infty$ SOLO IL TERMINE $\frac{1}{r^2} \cdot r^2$ È SIGNIFICATIVO MENTRE I TERMINI DI VELOCITÀ E I TERMINI MISTI $\Rightarrow$ ZERO. QUESTA OSSERVAZIONE CI PORTA A CONCLUDERE CHE IL CAMPO E.M. IRRADIATO, OVVERO QUELLO CHE DÀ UN FLUSSO DI $\bar{S}'$ ATTRAVERSO $\Sigma' \to \infty$ DIVERSO DA ZERO $(\Rightarrow \bar{\nabla} \cdot \bar{S}' \neq 0)$ È DOVUTO SOLO ALLE COMPONENTI DI ACCELERAZIONE DI $\bar{E}$ E $\bar{V}$. QUESTO RISULTATO CI PORTA A UNA CONCLUSIONE FONDAMENTALE: SOLO LE CARICHE SOTTOPOSTE A UNA FORZA IRRAGGIANO. IN ALTRE PAROLE SOLO LE CARICHE ACCELERATE IRRAGGIANO. INOLTRE, NON NECESSARIAMENTE LA FORZA CHE AGISCE SULLA CARICA CAMBIA L'ENERGIA CINETICA DELLA CARICA (CAMBIA IL $|\bar{V}|$). SE LA FORZA È $\perp$ A $\bar{V}$ ESSA CAMBIA SOLO LA DIREZIONE DEL MOTO (COME IN UNA TRAIETTORIA CIRCOLARE, PER ESEMPIO) MA LA CARICA IRRAGGIA COMUNQUE.

- OSSERVAZIONE L'ENERGIA IRRAGGIATA PUÒ ESSERE COMPENSATA DA LAVORO DI UNA FORZA ESTERNA (COMPONENTE DELL $\bar{F}_{EST} \parallel \bar{V}$) OPPURE ESSERE GENERATA A SPESE DELLA ENERGIA CINETICA DELLA CARICA SE $\bar{F}_{EST} \perp \bar{V} \Rightarrow q$ RALLENTA.

TRADOTTO IN TERMINI FORMALI DAL TEOREMA DI POYNTING

$$\frac{dW}{dt} = P_{irr}(t) = \int_\tau (\bar{E}\cdot\bar{J})\, d\tau = -\frac{dU_{EM}}{dt} - \oint_{\Sigma'} \bar{S}\cdot d\bar{a}$$

QUINDI LA POTENZA TOTALE IRRAGGIATA SI CALCOLA PONENDO $\frac{dU_{EM}}{dt} = 0 \Rightarrow P_{irr}(t) = \int_\tau (\bar{E}\cdot\bar{J})\,d\tau = -\int_\tau (\bar{\nabla}\cdot\bar{S})\,d\tau$

$\bar{E}\cdot\bar{J}$ LAVORO FATTO PER UNITÀ DI TEMPO E DI VOLUME $\Rightarrow$ POTENZA RILASCIATA PER UNITÀ DI VOLUME. IN PARTICOLARE SE $\bar{J}(\bar{r},t)$ È ARMONICA $\bar{J}(r,t) = \bar{J}_0 e^{-i\omega t} \Rightarrow \langle P(t)\rangle$ È DATA DALLA MEDIA TEMPORALE $\Rightarrow$

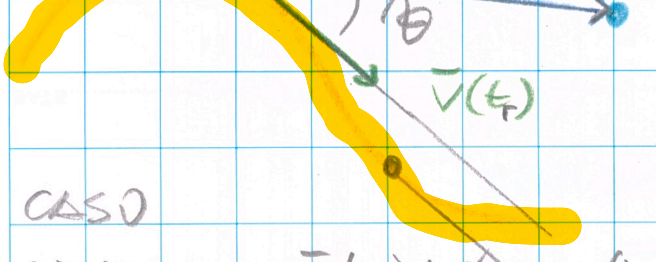
$$\langle P\rangle = -\frac{1}{2}\,\mathbb{R}e \int_\tau (\bar{E}\cdot\bar{J}^*)\, d\tau.$$

OSSERVIAMO ANCHE CHE QUANDO IL SISTEMA IRRAGGIA $\bar{\nabla}\cdot\bar{S} \neq 0$

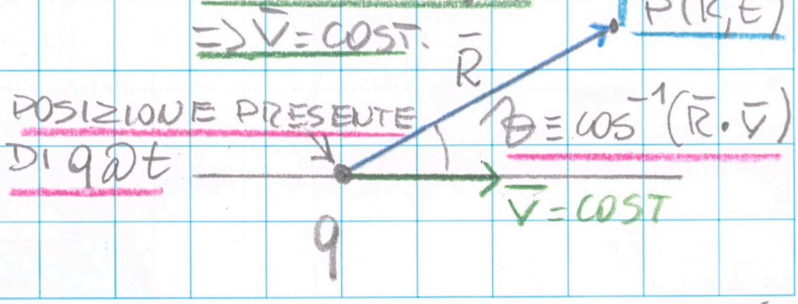
- CAMPI E.M. DI q A $\bar{v} = COST.$

SE NELLE EQS. GENERALI DEI CAMPI PONIAMO $\bar{a} = 0$ OTTENIAMO $\bar{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(c^2 - v^2)\,\mathscr{r}}{(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{u})^3}\,\bar{u}$ E $\bar{B} = \frac{1}{c}\hat{\mathscr{r}}\times\bar{E}$

IN QUESTO CASO $\bar{w} = \bar{v}t$ CHE CON $\bar{u} = c\hat{\mathscr{r}} - \bar{v}$ E $\bar{\mathscr{r}} = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$ DA $\mathscr{r}\bar{u} = c\bar{\mathscr{r}} - \mathscr{r}\bar{v} = c(\bar{r} - \bar{v}t_r) - c(t - t_r) = \Rightarrow$ $= c(\bar{r} - \bar{v}t)$. DALL'ESEMPIO NO. 3 (D.G.) TROVIAMO CHE $\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v} = \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{u} = \sqrt{(c^2 t - \bar{r}\cdot\bar{v})^2 + (c^2 - v^2)(r^2 - c^2t^2)}$



CASO GENERALE $\bar{a}(t_r) \neq 0$



LA RADICE SI PUO' SCRIVERE COME

$$\sqrt{(c^2t-\bar{r}\cdot\bar{v})^2+(c^2-v^2)(r^2-c^2t^2)}=Rc\sqrt{1-v^2(\sin^2\theta)/c^2}$$

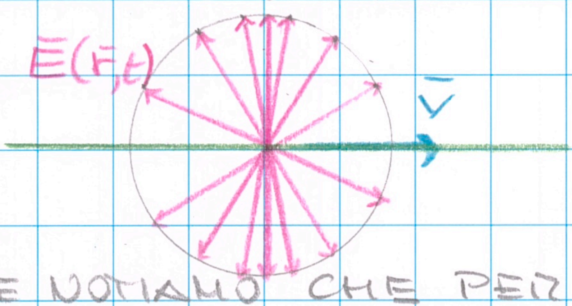
$(v/c=\beta)$ DOVE $\bar{R}=\bar{r}-\bar{v}t$ E' IL VETTORE DAL PUNTO PRESENTE (t) DI q A $P(r(t))$ AL TEMPO PRESENTE CON $\bar{v}=$ COST. IL CAMPO $\bar{E}$ ALLORA RISULTA

$$\bar{E}(\bar{r},t)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1-v^2/c^2}{\left[1-(v^2/c^2)\cdot\sin^2\theta\right]^{3/2}}\cdot\frac{\hat{R}}{R^2}.$$

QUESTA ESPRESSIONE DI $\bar{E}(\bar{r},t)$ MOSTRA CHE ESSO E' DIRETTO LUNGO LA LINEA CHE DALLA POSIZIONE PRESENTE DI q VA A $P(\bar{R},t)$. QUESTO E' STRANO DATO CHE IL CAMPO EM E' STATO GENATO NELLA POSIZIONE A t_r.

LA SPIEGAZIONE E' DATA DALLA RELATIVITA SPECIALE (ERREDE LECT. 18.5 P.10-17).

• OSSERVAZIONE. AL DENOMINATORE DI $\bar{E}(\bar{r},t)$ TROVIAMO IL TERMINE $\left(\frac{v}{c}\right)^2\sin^2\theta=\beta^2\sin^2\theta$. QUESTO E' IL TERMINE CHE DA CONTO DEL FATTO CHE LE LINEE DEL CAMPO SI ADDENSANO ALL'AUMENTARE DI θ



MENTRE IL MODULO DI $|\bar{E}|\propto\frac{1}{R^2}$

D'ALTRA PARTE NOTIAMO CHE PER $v \ll c \to \beta\to\emptyset$
$\Rightarrow \bar{E}(\bar{r},t)$ SI AVVICINA A UN CAMPO STATICO

QUESTO E' UN EFFETTO RELATIVISTICO. PER $\bar{B}(\bar{r},t)$ ABBIAMO

$$\hat{\mathscr{r}}=\frac{\bar{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}}=\frac{(\bar{r}-\bar{v}t)+(t-t_r)\bar{v}}{\mathscr{r}}=\frac{\bar{R}}{\mathscr{r}}+\frac{\bar{v}}{c}$$

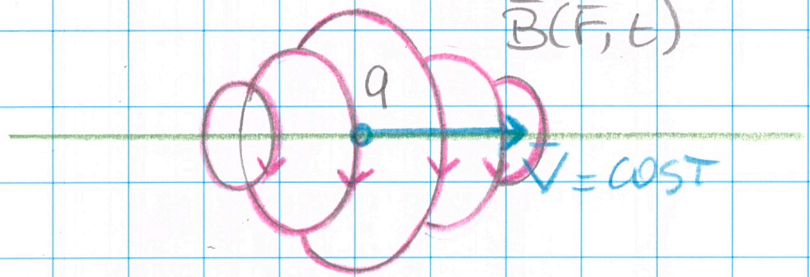
DATO CHE $t_r=t-\mathscr{r}/c$ O $\Delta t_r c=\mathscr{r}$ SI OTTIENE

$$\bar{B}(\bar{r},t)=\frac{1}{c}(\hat{\mathscr{r}}\times\bar{E}(\bar{r},t))=\frac{1}{c}\left[\left(\frac{\bar{R}}{\mathscr{r}}+\frac{\bar{v}}{c}\right)\times\bar{E}(\bar{r},t)\right]\Rightarrow$$

$$\bar{B}(\bar{r},t) = \frac{1}{c^2}\underbrace{\bar{R}\times\bar{E}(\bar{r},t)}_{=0\ (\bar{R}\parallel\bar{E})} + \frac{1}{c}\left(\frac{\bar{V}}{c}\right)\times\bar{E}(\bar{r},t) \Rightarrow$$

$$\bar{B}(\bar{r},t) = \frac{1}{c}\bar{\beta}\times\bar{E}(\bar{r},t) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c}\frac{(1-\beta^2)}{(1-\beta^2\sin^2\theta)^{3/2}}\left(\frac{\bar{\beta}\times\bar{R}}{R^2}\right)$$

QUINDI LE LINEE DI $\bar{B}(\bar{r},t)$ CIRCOLANO ATTORNO ALLA DIREZIONE DI $\bar{V}$ = COST DELLA q



COME ABBIAMO GIÀ ACCENNATO PER $V \lll c$

$$\bar{E}(\bar{r},t) \rightarrow \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^2}\hat{R} \quad \text{(LEGGE DI COULOMB ESSENZIALMENTE)}$$

$$\bar{B}(\bar{r},t) \rightarrow \left(\frac{\mu_0}{4\pi}\right)\frac{q}{R^2}(\bar{V}\times\bar{R}) \quad \text{(LEGGE DI BIOT-SAVART ESSENZIALMENTE)}$$

- LEZIONE #25