④ $\bar{v}(t_r) \times \underbrace{(\bar{\nabla}\times\bar{\mathscr{r}})}_{(a)}$ CON $\bar{\mathscr{r}} = \bar{r} - \bar{r}'(t_r) = \bar{r} - \bar{w}(t_r)$

(a) $\bar{\nabla}\times\bar{\mathscr{r}} = \bar{\nabla}\times(\bar{r} - \bar{w}(t_r)) = \bar{\nabla}\times\bar{r} - \bar{\nabla}\times\bar{w}(t_r)$. $\bar{r}$ È UN VETTORE COST. (POSIZIONE DI P RISPETTO O) $\Rightarrow \bar{\nabla}\times\bar{r} = \emptyset$

$= (\partial_y z - \partial_z y)\hat{x} + (\partial_z x - \partial_x z)\hat{y} + (\partial_x y - \partial_y x)\hat{z} = \emptyset$ E

SIMILMENTE AL CASO ③ $\bar{\nabla}\times\bar{w}(t_r) = -\bar{v}(t_r)\times\bar{\nabla}t_r \Rightarrow$

$\bar{v}(t_r)\times(\bar{\nabla}\times\bar{\mathscr{r}}) = \bar{v}(t_r)\times[\bar{v}(t_r)\times\bar{\nabla}t_r] \Rightarrow$

$$\bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v}) = \bar{a}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r) + \bar{v} - \bar{v}(\bar{v}\cdot\bar{\nabla}t_r) - \bar{\mathscr{r}}\times(\bar{a}\times\bar{\nabla}t_r) + \bar{v}\times(\bar{v}\times\bar{\nabla}t_r)$$

DA CUI USANDO LA REGOLA PER I TRIPLI PRODOTTI VETTORIALI $[\bar{A}\times(\bar{B}\times\bar{C})] = \bar{B}(\bar{A}\cdot\bar{C}) - \bar{C}(\bar{A}\cdot\bar{B})$ OTTENIAMO

$\bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v}) = \bar{v} + (\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{a} - v^2)\bar{\nabla}t_r \Rightarrow$

$$\bar{\nabla}V = \frac{qc}{4\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{(\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v})^2}\left[\bar{v} + (c^2 - v^2 + \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{a})\bar{\nabla}t_r\right].$$

PER COMPLETARE IL CALCOLO DOBBIAMO VALUTARE $\bar{\nabla}t_r$, DOVE $\mathscr{r} = |\bar{r} - \bar{w}(t_r)| = c(t - t_r)$. A PAG. 180 ABBIAMO VISTO CHE $\bar{\nabla}\mathscr{r} = -c\bar{\nabla}t_r = \bar{\nabla}\sqrt{\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\mathscr{r}}} = \frac{1}{2\sqrt{\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\mathscr{r}}}}\bar{\nabla}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\mathscr{r}})$

DA CUI RICORDANDO CHE $\bar{\nabla}(\bar{A}\cdot\bar{B}) = (\bar{A}\cdot\bar{\nabla})\bar{B} + (\bar{B}\cdot\bar{\nabla})\bar{A} + \bar{A}\times(\bar{\nabla}\times\bar{B}) + \bar{B}\times(\bar{\nabla}\times\bar{A}) \Rightarrow -c\bar{\nabla}t_r = \frac{1}{\mathscr{r}}\left[(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla})\bar{\mathscr{r}} + \bar{\mathscr{r}}\times(\bar{\nabla}\times\bar{\mathscr{r}})\right]$

MA $(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla})\bar{\mathscr{r}} = \bar{\mathscr{r}} - \bar{v}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r)$, COME VISTO PRIMA MENTRE $\bar{\nabla}\times\bar{\mathscr{r}} = (\bar{v}\times\bar{\nabla}t_r) \Rightarrow$

$$-c\bar{\nabla}t_r = \frac{1}{r}\left[\bar{\mathscr{r}} - \bar{v}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r) + \bar{\mathscr{r}}\times(\bar{v}\times\bar{\nabla}t_r)\right] = \frac{1}{r}\left[\bar{\mathscr{r}} - (\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v})\bar{\nabla}t_r\right]$$

$\Downarrow$ BAC-CAB

$\bar{v}(t_r)(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r) - \bar{\nabla}t_r(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v}(t_r))$

$\Rightarrow \boxed{\bar{\nabla}t_r = \frac{-\bar{\mathscr{r}}}{\mathscr{r}c - \bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v}}} \Rightarrow$

$\frac{1}{r}\left[\bar{\mathscr{r}} - \cancel{\bar{v}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r)} + \cancel{\bar{v}(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{\nabla}t_r)} - \bar{\nabla}t_r(\bar{\mathscr{r}}\cdot\bar{v})\right]$

VEDI ERREDE.LN#12

PAG 13

DA CUI APPLICANDO LE RELAZIONI DI PROSTAFERESI

$$\cos(\alpha \pm \beta) \Rightarrow \cos\left[\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right]\cos\left[\left(\frac{\omega d}{2c}\cos\theta\right)\right] \mp$$
$$\mp \sin\left[\omega\left(t-\frac{r}{c}\right)\right]\sin\left[\left(\frac{\omega d}{2c}\cos\theta\right)\right].$$

ORA APPLICHIAMO LA SECONDA APPROSSIMAZIONE

(2) $d \ll \frac{c}{\omega}$ $(d \ll \lambda)$ $\Rightarrow \frac{\omega d}{c} \ll 1$. QUESTA CONDIZIONE EQUIVALE A RICHIEDERE CHE LA DIMENSIONE DEL DIPOLO SIA $\ll$ DELLA LUNGHEZZA D'ONDA DELLA RADIAZIONE GENERATA. NATURALMENTE, AUMENTANDO ω QUESTA CONDIZIONE POTREBBE ESSER VIOLATA, MA NON LO È PASSANDO DA UNA ANTENNA RADIO A UN ATOMO CHE EMETTE LUCE DOVE LE FREQUENZE PASSANO DAI MHz A 10^{18} Hz MA LE DIMENSIONI DEL DIPOLO PASSANO DAI m AI 10 pm (0.1 Å $\rightarrow$ 10^{-11} m) $\left(\frac{10^{18}\,\text{Hz}\cdot 10^{-11}\,\text{m}}{3\times 10^{8}\,\text{m}}\right) \simeq 0.03 \ll 1$. QUESTO EQUIVALE A IGNORARE LE DIFFERENZE TRA I TEMPI DI RITARDO ASSOCIATI A PUNTI SORGENTE ASSOCIATI ALLA DIMENSIONE DELLA SORGENTE. IN ALTRE PAROLE LA SORGENTE DEVE ESSERE PICCOLA RISPETTO A λ AL FINE DI USARE UN UNICO t_r PER TUTTI I PUNTI DELLA SORGENTE.

- PROBLEMA DISCUTERE L'APPROSSIMAZIONE $d \ll \lambda$ IN RELAZIONE ALLA COERENZA SPAZIALE.

IN BASE A QUESTA APPROSSIMAZIONE $\cos\left[\omega\left(t-\frac{r_\pm}{c}\right)\right] \Rightarrow$

$$\simeq \cos\left[\omega\left(t-r/c\right)\right] \mp \frac{\omega d}{2c}\cos\theta \sin\left[\omega\left(t-r/c\right)\right] \Rightarrow$$

$$V(\bar{r},\theta,t) = \frac{p_0\cos\theta}{4\pi\varepsilon_0 r}\left\{-\frac{\omega}{c}\sin\left[\omega\left(t-r/c\right)\right] + \frac{1}{r}\cos\left[\omega\left(t-r/c\right)\right]\right\}$$