

• PROBLEMA: CALCOLATE $\nabla_t^2 E$ IN S'

QUINDI IN S' L'EQ. DELLE ONDE DIVENTA

$$\left[\left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right) \nabla_{x'}^2 - \frac{1}{c^2} \nabla_t^2 + 2 \frac{v}{c^2} \nabla_{x'} \cdot \nabla_t \right] E(x', t') = \rho \Rightarrow$$

LE T. DI G. NON PRESERVANO L'EQ. DELLE ONDE.

IL PROBLEMA NASCE SE I DUE S.O.R. INERZIALI SONO RELATIVI; OVVERO NON ESISTE UN S.O.R. ASSOLUTO RISPETTO AL QUALE CALCOLARE L'EQ. DEL MOTO. SE QUESTO ESISTESSE COME NEL CASO DELLE ONDE MECCANICHE ALLORA TUTTE LE EQS. DEL MOTO CALCOLATE IN S.O.R. RELATIVI VAUO RICODOTTE AL S.O.R. ASSOLUTO DEL MEZZO CHE SUPPORTA LE ONDE DOVE IL MOTO È ONDULATORIO E GOVERNATO DA $\nabla^2 f(x, t) = 0$

QUESTO È IL MOTIVO CHE HA PORTATO A POSTULARE ANCHE PER LE ONDE E.M. UN MEZZO DI SUPPORTO (L'ETERE LUMINIFERO), CHE FUNGESSE ANCHE DA S.O.R. ASSOLUTO. QUESTO CI PORTA A CERCARE QUALI DELLE LEGGI E GRANDEZZE DELLA E.M. SONO O NON INVARIANTI GALILEANE, PER ESEMPIO LA LEGGE DI FARADAY-NEUMANN-LENZ $\nabla \times \vec{E} = -\nabla_t \vec{B}$ CONSIDERIAMO LA COMPONENTE X $\left(\nabla_y E_z - \nabla_z E_y \right) = -\nabla_t B_x$ E SUPPONIAMO CHE QUESTA SIA VERIFICATA IN UN SISTEMA S' . VEDIAMO ORA SE UN OSSERVATORE IN S' , CONNESSO CON S DALLE SEGUENTI TRASFORMAZIONI $x' = x - vt$; $y' = y$; $z' = z$; $t' = t$, OTTIENE LA STESSA RELAZIONE TRA $\nabla \times \vec{E} = -\nabla_t \vec{B}$ (OVVERO LA LEGGE DI FARADAY È UN INVARIANTE GALILEANO)

PER PASSARE DA S' A S'' USIAMO LE RELAZIONI

$$\partial_x = \partial_x x' \partial_{x'} = \partial_{x'}; \partial_y = \partial_y y' \partial_{y'} = \partial_{y'}; \partial_z = \partial_z z' \partial_{z'} = \partial_{z'}$$

$$\partial_t = \partial_t x' \partial_{x'} + \partial_t t' \partial_{t'} = -v \partial_{x'} + \partial_{t'} \Rightarrow \text{LA COMPONENTE } x' \text{ IN } S'' \text{ DIVENTA } (\partial_{y'} E_z - \partial_{z'} E_y)_{x'} = -(\partial_{t'} B_x - v \partial_{x'} B_x)$$

LA DOMANDA È SE QUESTA EQ. PUÒ ESSERE RICONDOTTA ALLA FORMA $\partial_{y'} E_z - \partial_{z'} E_y = -\partial_{t'} B_x$ DOVE \vec{E}' E \vec{B}' SONO I CAMPI IN S' . LA RISPOSTA È NO. INFATTI

QUALUNQUE SIA LA TRASFORMAZIONE DI B_x NON C'È UN MODO DI ELIMINARE $v \partial_{x'} B_x$ DAL MOMENTO CHE LE

RELAZIONI DI MAXWELL NON CONTENGONO NESSUNA ALTRA RELAZIONE TRA $\partial_{t'} B_x$ E $\partial_{x'} B_x$. QUESTO SAREBBE SUFFICIENTE PER DIMOSTRARE CHE LE EQS. DI MAXWELL NON SONO TUTTE INVARIANTI GALILEANE.

UNA VERIFICA SISTEMATICA DIMOSTRA CHE ANCHE L'EQ. DI AMPÈRE-MAXWELL NON È UN INVARIANTE GALILEANO, LO SONO INVECE LA LEGGE DI GAUSS,

LA $\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$, ANCHE LA CARICA CHE È UNA GRAN-

DEZZA FISICA CHE SI CONSERVA SEMPRE È UNA INVARIANTE GALILEANA, LO È ANCHE LA FORZA

DI LORENTZ COME CONSEGUENZA DEL FATTO CHE

LE FORZE SONO INVARIANTI GALILEANE, LE POSSIBILI ALTERNATIVE CHE SI PRESENTAVANO AI FISICI

DELLA FINE '800 INIZI '900 ERANO LE SEGUENTI

- UN PRINCIPIO DI RELATIVITÀ SOLO PER LA MECCANICA
- MODIFICA GALILEANA DELLE EQS. DI MAXWELL
- MODIFICA RELATIVISTICA DELLE TRASFORMAZIONI DI GALILEO.

L'ESPERIMENTO DI MICHELSON-MORLEY

GLI ESPERIMENTI REALIZZATI PER DIMOSTRARE L'ESISTENZA DELL'ETERE LUMINIFERO FURONO NUMEROSI E RIPETUTI PIÙ VOLTE (IN PARTICOLARE QUELLI OTTICI E INTERFEROMETRICI) COME RIPORTATO NELLE SEGUENTI TABELLE.

I fondamenti sperimentali

Basi sperimentali della teoria della relatività ristretta.

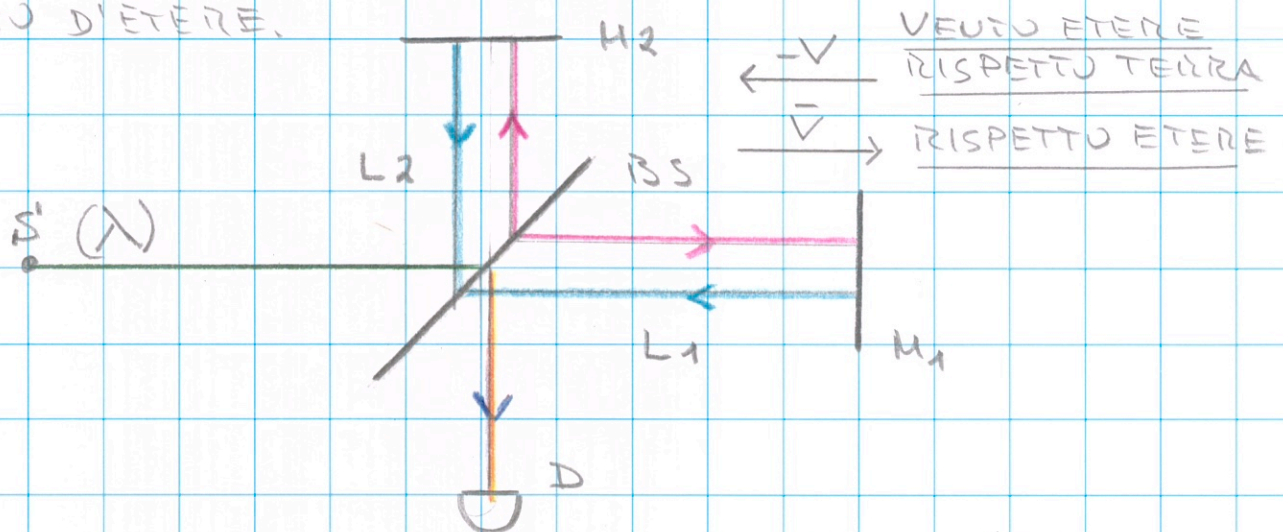
| Teoria | | Esperimenti di propagazione della luce | | | | | | Esperimenti in altri campi | | | | | | |
|-----------------------------------|---|--|--------------------------------------|------------------|-------------------|----------------------------|----------------------------|-----------------------------------|---------------------------------------|---|------------------------------------|---|---------------|--|
| | | Aberrazione | Coefficiente di convezione di Fizeau | Michelson-Morley | Kennedy-Thorndike | Sorgenti e specchi in moto | Stelle doppie di De Sitter | Michelson-Morley, con luce solare | Variazione della massa colla velocità | Equivalenza generale di massa e energia | Radiazione da cariche in movimento | Decadimento dei mesoni di alte velocità | Trouton-Noble | Induzione unipolare con magneti permanenti |
| Teorie dell'etere | Etere stazionario, nessuna contrazione | A | A | D | D | A | A | D | D | N | A | N | D | D |
| | Etere stazionario, contrazione di Lorentz | A | A | A | D | A | A | A | A | N | A | N | A | D |
| | Etere connesso ai corpi ponderabili | D | D | A | A | A | A | A | D | N | N | N | A | N |
| Teorie emmissive | Sorgente d'origine | A | A | A | A | A | D | D | N | N | D | N | N | N |
| | Balistica | A | N | A | A | D | D | D | N | N | D | N | N | N |
| | Nuova sorgente | A | N | A | A | D | D | A | N | N | D | N | N | N |
| Teoria ristretta della relatività | | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A | A |

Leggenda A, la teoria è in accordo coi risultati sperimentali
 D, la teoria è in disaccordo coi risultati sperimentali
 N, la teoria non è applicabile all'esperimento

Fonte. Da Panofsky e Phillips, *Classical Electricity and Magnetism* (2nd ed.), Addison-Wesley, New York (1962).

PER QUESTE LEZIONI FAREMO RIFERIMENTO ALL'ESPERIMENTO DI MICHELSON E ALLA OSSERVAZIONE

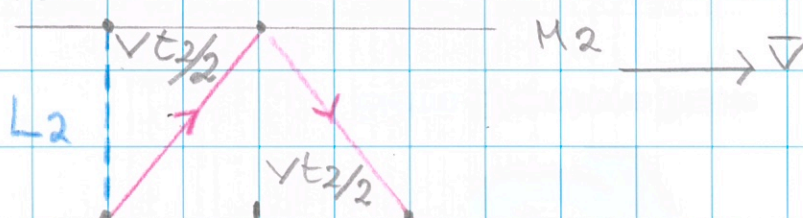
DELLA VARIAZIONE DELLE FRANGE DI INTERFERENZA QUANDO L'INTERFEROMETRO E' RUOTATO RISPETTO AL VENTO D'ETERE.



SUPPONIAMO CHE L'INTERFEROMETRO SI SPOSTI ATTRAVERSO L'ETERE CON VELOCITA' $\vec{V} \parallel L_1$. NEL RIFERIMENTO DELL'INTERFEROMETRO LA VELOCITA' DELLA LUCE SI OTTIE NE APPLICANDO LA COMPOSIZIONE GALILEANA DELLE VELOCITA', QUINDI IL TEMPO DI ANDATA E RITORNO NEL RIFERIMENTO DELL'INTERFEROMETRO

$$t_1 = \frac{L_1}{c-v} + \frac{L_1}{c+v} = \frac{2L_1}{c} \frac{1}{1 - v^2/c^2}$$

PER L_2 CI POUIAMO NEL S.d.R. DELL'ETERE CON $L_2 \perp \vec{V}$. SFRUTTANDO IL PRINCIPIO DELLA RELATIVITA GALILEANA $\Delta t_1 = \Delta t_2$ (TEMPO ASSOLUTO \Rightarrow MISURA DEL TEMPO UGUALE NEI DUE S.d.R.), LA VELOCITA' DELLA LUCE E' c , MA IL BRACCIO DELL'INTERFEROMETRO, MENTRE LA LUCE PERCORRE L_2 SI SPOSTA PERPENDICOLARE A SE STESSO DI $v t_2/2$



LA DISTANZA PERCORSA DALLA LUCE CON VELOCITÀ c DURANTE IL TRAGITTO DI ANDATA $BS \rightarrow M_2$ IN UN TEMPO $t_2/2$ È

$$d = \frac{ct_2}{2} = \sqrt{L_2^2 + \left(\frac{vt_2}{2}\right)^2} \Rightarrow t_2 = \frac{2L_2}{c} \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

⇒ I TEMPI DI PERCORRENZA PER I DUE BRACCI SONO DIFFERENTI

$$\Delta t = t_2 - t_1 = \frac{2}{c} \left(\frac{-L_1}{1 - v^2/c^2} + \frac{L_2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

SE ORA RUOTIAMO L'INTERFEROMETRO DI $\pi/2$ SI INVERTONO I RUOLI DEI BRACCI E $(\Delta t)_{\pi/2}$ RISULTA DIFFERENTE

$$(\Delta t)_{\pi/2} = \frac{2}{c} \left(\frac{-L_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} + \frac{L_2}{1 - v^2/c^2} \right)$$

POICHÉ $(\Delta t) \neq (\Delta t)_{\pi/2} \Rightarrow$ SI DOVREBBE OSSERVARE UNO SPOSTAMENTO DELLE FRANGE DI INTERFERENZA.

L'EFFETTO È MOLTO PICCOLO DATO CHE È DEL SECONDO ORDINE IN v/c .

$$(\Delta t)_{\pi/2} - (\Delta t) = \frac{2}{c} \left(\frac{L_2 + L_1}{1 - v^2/c^2} - \frac{L_2 + L_1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \right)$$

USANDO LO SVILUPPO BINOMIALE E TRASCURANDO I TERMINI DI ORDINE SUPERIORE A SECONDO TROVIAMO

$$(\Delta t)_{\pi/2} - (\Delta t) \approx \frac{2}{c} (L_1 + L_2) \left[1 + \frac{v^2}{c^2} - 1 - \frac{1}{2} \frac{v^2}{c^2} \right] \Rightarrow$$

$$\approx \left(\frac{L_1 + L_2}{c} \right) \frac{v^2}{c^2} \Rightarrow$$

LA ROTAZIONE DOVREBBE CAUSARE UNO SPOSTAMENTO DELLA FIGURA DI INTERFERENZA POICHÉ ESSO CAMBIA LA RELAZIONE DI FASE TRA I FASCI 1 E 2. SE LA DIFFERENZA DI CAMMINO OTTICO TRA I FASCI VARIA DI λ (DELLA SORGEENTE) PER ESEMPIO SI OSSERVA UNO SPOSTAMENTO DI UNA FRANGIA.

• ESEMPIO SUPPONIAMO CHE ΔN SIA IL NUMERO DI SCORRIMENTO DELLE FRANGIE DURANTE L'ESPERIMENTO ALLORA $\Delta \lambda$ CORRISPONDE $T = \lambda/c \Rightarrow$ (CONTROLLATE DALL'ESPER.)

$$\Delta N = \frac{(\Delta t) v^2}{c^2} = \frac{t_1 + t_2}{c} \frac{v^2}{c^2} = \frac{L_1 + L_2}{\lambda} \frac{v^2}{c^2}$$
 PERIMENTO ORIGINALE $L_1 + L_2 \cong 22 \text{ m}$ CON $L_1 \cong L_2 \cong L$
 $\Rightarrow \Delta N = \left(\frac{2L}{\lambda} \right) \left(\frac{v^2}{c^2} \right)$. CON $\lambda = 5.5 \times 10^{-7} \text{ m}$ E SUPPONENDO \bar{v} TERRA (CON LA QUALE L'INTERFEROMETRO E' SOLIDALE) RISPETTO AL S. O. R. ASSOLUTO \cong ETERE $\cong 30 \text{ km/s} \Rightarrow \frac{v}{c} \cong 10^{-4}$ OTTENIAMO $\Delta N \cong 0.4 \Rightarrow$ LE FRANGIE DI INTERFERENZA SI SPOSTANO DI CIRCA 0.4 VOLTE DELLA DISTANZA TRA MASSIMO E MASSIMO. LA CONCLUSIONE SPERIMENTALE FU CHE NON SI OSSERVAVA ALCUN SPOSTAMENTO DELLE FRANGIE.
 IN SEGUITO L'ESPERIMENTO FU RIPETUTO PIU' VOLTE MA SI GIUNSE SEMPRE ALLA STESSA CONCLUSIONE

L'esperimento di Michelson-Morley

TABELLA 1-1 Ripetizioni dell'esperimento di Michelson-Morley.

| Osservatore | Anno | Luogo | l metri | Spostamento di frange predetto dalla teoria dell'etere | Limite superiore dello spostamento di frange osservato |
|---------------------------|-----------|-----------------------|---------|--|--|
| Michelson | 1881 | Postdam | 1,2 | 0,04 | 0,02 |
| Michelson e Morley | 1887 | Cleveland | 11,0 | 0,40 | 0,01 |
| Morley e Miller | 1902-1904 | Cleveland | 32,3 | 1,13 | 0,015 |
| Miller | 1921 | Mt. Wilson | 32,0 | 1,12 | 0,08 |
| Miller | 1923-1924 | Cleveland | 32,0 | 1,12 | 0,030 |
| Miller (luce solare) | 1924 | Cleveland | 32,0 | 1,12 | 0,014 |
| Tomaschek (luce stellare) | 1924 | Heidelberg | 8,6 | 0,3 | 0,02 |
| Miller | 1925-1926 | Mt. Wilson | 32,0 | 1,12 | 0,088 |
| Kennedy | 1926 | Pasadena e Mt. Wilson | 2,0 | 0,07 | 0,002 |
| Illigworth | 1927 | Pasadena | 2,0 | 0,07 | 0,0004 |
| Piccard e Stahel | 1927 | Mt. Rigi | 2,8 | 0,13 | 0,006 |
| Michelson e altri | 1929 | Mt. Wilson | 25,9 | 0,9 | 0,010 |
| Joos | 1930 | Jena | 21,0 | 0,75 | 0,002 |

Fonte. Da Shankland, McCuskey, Leone, e Kuerti, *Rev. Mod. Phys.*, 27, 167 (1955).

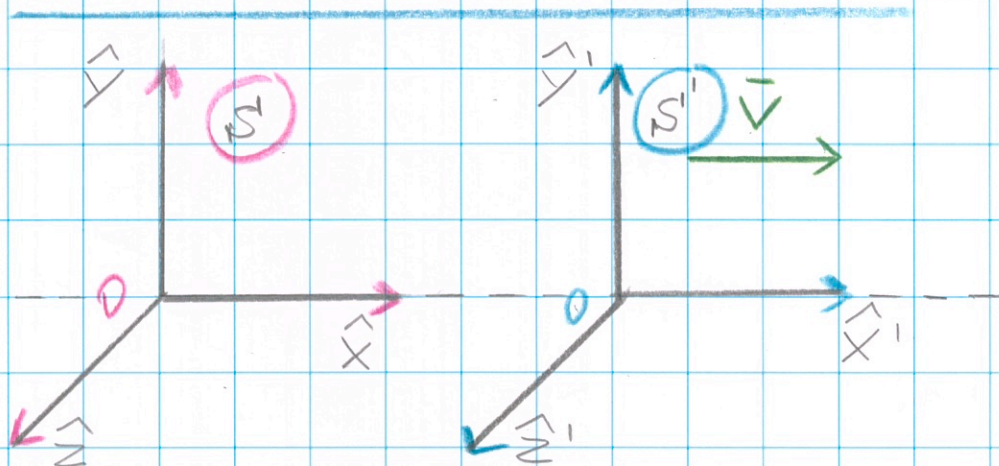
ALTRI ESPERIMENTI HANNO PORTATO ALLA STESSA CONCLUSIONE, TRA QUESTI, TRASCINAMENTO DELL'ETERE - ABERRAZIONE LUCE STELLARE - TRASCINAMENTO PARZIALE DEI DIELETTICI IN MOVIMENTO.

POSTULATI DELLA RELATIVITÀ SPECIALE, NONOSTANTE QUESTI RISULTATI SPERIMENTALI NEGATIVI CIRCA L'ESISTENZA DELL'ETERE NON FU QUESTO IL MOTIVO CHE SPINSE EINSTEIN A POSTULARE I DUE PRINCIPI DELLA RELATIVITÀ SPECIALE, BENSÌ, COME ABBIAMO VISTO QUESTIONI RELATIVE ALLE ASSIMMETRIE (APPARENTI) DI ALCUNI FENOMENI ELETTROMAGNETICI (IN PRIMO GLI ESPERIMENTI DI FARADAY), IL PUNTO CRUCIALE CHE ORIGINAVA QUESTE DISSIMMETRIE ERA LEGATO AI PRINCIPI FONDANTI DELLA MECCANICA NEWTONIANA DI TEMPO E SPAZIO ASSOLUTI. QUESTO LO PORTO' A SVILUPPARE UNA NUOVA TEORIA BASATA SU DUE "CONGETTURE", ORA CONSIDERATE PRINCIPI

- LA VELOCITÀ, IN MODULO, DEI SEGNALI E.M. NELLO SPAZIO LIBERO È SEMPRE LA STESSA IN TUTTI I SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI
- LE LEGGI DELLA FISICA SONO LE STESSA IN TUTTI I SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI
- IL FATTO CHE LA VELOCITÀ DELLA LUCE SIA COSTANTE IN TUTTI I S.d.R. INERZIALI, ASSIEME AL FATTO CHE LE LEGGI DELLA FISICA SONO LE STESSA IN TUTTI I S.d.R. INERZIALI CI IMPONE DI

RIVEDERE LE TRASFORMAZIONI DI GALILEI-NEWTON, MA PRIMA DI FARE QUESTO RICHIAMO ANCORA L'ATTENZIONE SUL FATTO CHE IL PRIMO POSTULATO DEFINISCE UNO SPAZIO FISICO ASSOLUTO CARATTERIZZATO DA $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2} = \text{cost.}$ CON c NON MISURATA NECESSARIAMENTE TRAMITE ESPERIMENTI OTTICI MA PER ESEMPIO NEL SISTEMA GAUSS DA $\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \dot{\vec{B}}$ O NEL SISTEMA INT. (SI) MISURANDO ϵ_0 E μ_0 DIRETTAMENTE DALLE FORZE ELETTRICHE E MAGNETICHE.

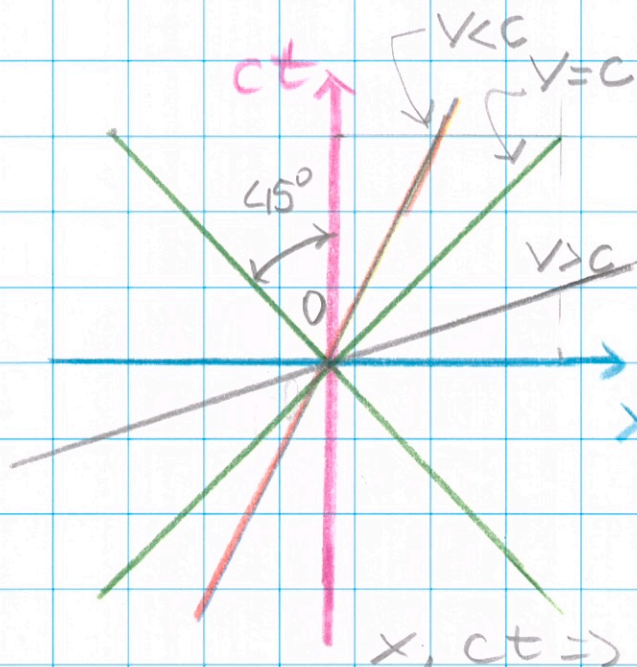
• SISTEMI DI RIFERIMENTO INERZIALI.



QUESTA FIGURA RAPPRESENTA DUE S.I.R. S E S' IN MOTO RELATIVO UNIFORME CON GLI ASSI \hat{x} E \hat{x}' // A \vec{v} E GLI ASSI \hat{y}, \hat{y}' E \hat{z}, \hat{z}' \perp A \vec{v} \Rightarrow I PIANI (\hat{x}, \hat{y}) E (\hat{x}, \hat{z}) IN S SONO COINCIDENTI CON I PIANI (\hat{x}', \hat{y}') E (\hat{x}', \hat{z}') IN S' MENTRE IL PIANO (\hat{y}', \hat{z}') IN S' SI MUOVE A $\vec{v} = \text{cost}$ RISPETTO AL PIANO (\hat{y}, \hat{z}) IN S . QUESTA E' ANCHE LA CONFIGURAZIONE FONDAMENTALE CHE USEREMO, PERCIÒ LA NOMINIAMO CONFIGURAZIONE "STANDARD", TECNICAMENTE NOTA ANCHE COME "BOOST" \hat{x} .

SEMPRE IN RIFERIMENTO ALLA FIGURA PRECEDENTE, OSSERVANDO UN EVENTO NEL S.d.r. S' (DEFINIAMO EVENTO UNA OSSERVABILE CARATTERIZZATA DA 4 COORDINATE: 3 SPAZIALI E 1 TEMPORALE) ESSO È CARATTERIZZATO DA (x, y, z, t) . LO STESSO EVENTO OSSERVATO DA S' È CARATTERIZZATO DA (x', y', z', t') . SI NOTI CHE ABBIAMO FATTO CADERE LA RICHIESTA $t = t'$. ORA CERCHIAMO LA RELAZIONE FUNZIONALE CHE TRASFORMA LE COORDINATE DI $S' \rightarrow S$ E $S \rightarrow S'$, $\Rightarrow x' = x'(x, y, z, t)$; $y' = y'(x, y, z, t)$; $z' = z'(x, y, z, t)$ E $t' = t'(x, y, z, t)$, NATURALMENTE COSTRUIREMO QUESTE TRASFORMAZIONI USANDO I POSTULATI DELLA RELATIVITÀ NELLA IPOTESI CHE LO SPAZIO FISICO (LIBERO PER IL MOMENTO) SIA OMogeneo E ISOTROPO \Rightarrow TUTTI I PUNTI SONO EQUIVALENTI \Rightarrow LA MISURA DI UN EVENTO IN UN DATO S.d.r. NON DIPENDE DAL PUNTO E DAL TEMPO NEI QUALI L'EVENUTO È STATO OSSERVATO. QUESTO EQUIVALE A DIRE CHE $c = (\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$ SONO GLI STESSI IN QUALSIASI PUNTO DELLO SPAZIO LIBERO E IN QUALSIASI ISTANTE SIANO MISURATI, OVVERO NON POTREMMO SCRIVERE PER ES. $\nabla \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \partial_t \vec{B}$ (GAUSS) PER QUALSIASI S.d.r. INERZIALE, MA SOLO CON c RIFERITA ALL'ETERE E QUINDI TRASFORMARLA SECONDO GALILEO PER ALTRI S.d.r. INERZIALI E QUINDI OTTEVENDO UNA EQ. DIVERSA OVVERO UNA LEGGE FISICA DIVERSA \Rightarrow CONTRADDIZIONE IL PRINCIPIO (NON SOLO RELATIVISTICO) CHE TUTTE LE LEGGI FISICHE

DEVONO ESSERE LE STESSA IN TUTTI S.I.D.R. INERZIALI.
 QUINDI SCOPRIAMO CHE C'E' UNA RELAZIONE PROFONDA
 TRA LO SPAZIO FISICO E LE LEGGI DELLA E.D.
 UN'ALTRA CONSEGUENZA DEL L'ELEVARE IL TEMPO
 A RANGO DI COORDINATA MOLTIPLICANDOLO PER UNA
 COSTANTE C (CT) RICHIEDE LA COSTRUZIONE DI
 UNO SPAZIO 'NUOVO' CHE CHIAMEREMO SPAZIO-TEMPO
 (CRONOTOPPO - ΚΡΟΝΟΣ (TEMPO) - ΕΪΣΤΟΣ (LUOGO)) O
 SEMPLICEMENTE SPAZIO 4D. NELLA SUA VERSIONE
 SEMPLIFICATA E VISUALIZZABILE NELLE 2D DI
 UNA SUPERFICIE, MA SENZA TOGLIERE NULLA
 ALLA GENERALITA' DEI CONCETTI E DEL PROCEDIMEN-
 TO, LO RAPPRESENTIAMO CON UNA SOLA COOR.
 SPAZIALE (X) E LA COORDINATA CT



IL MOTO DI UN OGGETTO
 RISPETTO A QUESTO S.I.D.R.
 NEL CASO SI MUOVA A
 $\vec{v} = \text{cost}$ LO POSSIAMO
 TRACCIARE FACILMENTE
 DALLA CINEMATICA
 $x = vt$, NEL S.I.D.R.

$x, ct \Rightarrow$ E' UNA RETTA CHE
 FORMA CON L'ASSE CT UN ANGOLO θ DATO DA
 $\tan \theta = \frac{x}{ct} \Rightarrow \tan \theta = \frac{v}{c}$. OSSERVAZIONE, PER
 UN'ONDA E.M. (FOTONE) $\theta = 45^\circ$, SE $v < c \Rightarrow \theta < 45^\circ$
 SE $v > c$ (SEGNALE SUPERLUMINALE) $\Rightarrow \theta > 45^\circ$