TUTTO QUESTO SI RICONCILIA CON LA TEORIA QUANTISTICA DOVE LA QUANTIZZAZIONE DEL CAMPO E.M. DEFINISCE COME QUANTO DI ENERGIA E.M. IL PRODOTTO DI UNA COSTANTE PER LA FREQUENZA DELLA RADIAZIONE $E = h\nu = \hbar\omega$ DOVE $h \cong 6.626 \times 10^{-34}$ J/s È NOTA COME COST. DI PLANCK ($\hbar = h/2\pi$). EGUAGLIANDO $E = pc$ CON $E = h\nu$ OTTENIAMO $p = h\nu/c = \hbar\omega/c$.
SI OSSERVI CHE $E = pc$ È LA RELAZIONE TRA LA DENSITÀ DI ENERGIA E LA DENSITÀ DI IMPULSO DEL CAMPO E.M. E RICORDANDO CHE NELLO SPAZIO LIBERO $\omega/k = c$ DA OTTENIAMO $\boxed{p = \hbar k}$
VALE LA PENA SOTTOLINEARE CHE QUESTA RELAZIONE RISULTA COME SINTESI DI UNA RELAZIONE RELATIVISTICA ($p = E/c$ CHE È LA COMPONENTE $\mu = 0$ DEL 4-MOMENTO), UNA QUANTISTICA ($E = \hbar\omega$) E UNA DI E.D. CLASSICA ($\omega/k = c$)

- PROCESSO DI DIFFUSIONE COMPTON (SCATTERING COMPTON) UN ESPERIMENTO DI FONDAMENTALE IMPORTANZA CHE CONFERMÒ IL COMPORTAMENTO CORPUSCOLARE DELLA LUCE, PREVISTO DALLA QUANTIZZAZIONE DEL CAMPO E.M. E DA UNA TEORIA DI MECCANICA CLASSICA RELATIVISTICA, SEPPURE PER UNA PARTICELLA DI MASSA NULLA, È STATO LO SCATTERING COMPTON. IN UN CERTO SENSO QUESTO È COMPLEMENTARE A TUTTI GLI ESPERIMENTI DI DIFFUSIONE ELASTICA, COME LA DIFFRAZIONE DI

PARTICELLE MASSIVE, COME GLI e^-, n^0 E PERSINO GLI ATOMI DI He, DOVE IL COMPORTAMENTO È QUELLO ONDULATORIO E LA CUI LUNGHEZZA D'ONDA ASSOCIATA È QUELLA DI DEBROGLIE (ESPERIMENTI DI DAVISSON-GERMER - 1927 DOVE MOSTRARONO CHE UN FASCIO DI e^- LENTI DIFFUSO DA UN CRISTALLO DI NICHEL DAVA UN IMMAGINE DI DIFFRAZIONE SIMILE A QUELLA CHE SI OTTIENE CON RAGGI X CON UN'OPPORTUNA λ.) L'EQ. DI DE BROGLIE METTE IN RELAZIONE λ, p E ν ALLA ENERGIA COMPLESSIVA DI UNA PARTICELLA MASSIVA LIBERA

$\lambda = h/p$, $\nu = E/h$ DOVE h È LA COST. DI PLANCK

QUESTE EQS. POSSONO ESSERE SCRITTE ANCHE COME $\bar{p} = \hbar \bar{k}$, $E = \hbar\omega$. LA PRIMA EQ. È FORMALMENTE ANALOGA A QUELLA CHE ABBIAMO OTTENUTO PER IL FOTONE ($p = \hbar\omega/c = \hbar k$). QUESTA STRETTA ANALOGIA SI RITROVA PARTENDO DALLE RELAZIONI DELLA RELATIVITÀ SPECIALE

$E = \gamma m c^2$, $\bar{p} = \gamma m \bar{v}$ (ESSENDO $\bar{p}$ LA COMPONENTE SPAZIALE DI p^μ). QUESTE CI PERMETTONO DI SCRIVERE $\lambda = \frac{h}{\gamma m v} = \frac{h}{mv}\cdot\sqrt{1 - v^2/c^2}$; $\nu = \frac{c}{\lambda}$ $\Rightarrow$

$\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{\gamma m v c}{h} = \frac{mc^2}{h} \Big/ \sqrt{c^2/v^2 - 1}$. QUESTO PARALLELISMO TRA PARTICELLE MASSIVE E PARTICELLE SENZA MASSA PUÒ ESSERE SPINTO FINO A DEFINIRE LA VELOCITÀ DI FASE E DI GRUPPO DELLE ONDE DI MATERIA $\Rightarrow$ $v_g = \partial E/\partial p = \partial/\partial p \left(\sqrt{p^2c^2 + m^2c^4}\right)$

$$v_g = \frac{pc^2}{\sqrt{p^2c^2+m^2c^4}} = \frac{pc^2}{E}.$$ DALLA RELAZIONE $v_p = \frac{\omega}{k} \Rightarrow$

$\frac{E/\hbar}{p/\hbar} = E/p$ CON v_p = VELOCITÀ DI FASE.

$E = \gamma mc^2,\ p = \gamma m u$

$$\Rightarrow v_p = \frac{E}{p} = \frac{c^2}{u} = \frac{c}{\beta}$$ È INTERESSANTE NOTARE CHE DALLA RELAZIONE $v_p u = c^2$, DATO CHE u È SEMPRE $< c$, v_p (VELOCITÀ DI FASE) È $> c$. MA QUESTO NON SIGNIFICA CHE LA VELOCITÀ DI UN'ONDA DI MATERIA È SUPERLUMINALE. INFATTI COME AVEVAMO VISTO IN OTTICA LA VELOCITÀ CON CUI SI MUOVE L'ENERGIA È DATA DALLA VELOCITÀ DI GRUPPO. DALLA RELAZIONE

$$v_g = \frac{pc^2}{E} = \frac{c^2}{v_p} = u.$$ QUESTO RISULTATO DIMOSTRA IN MODO CHIARO CHE PER UN'ONDA DI MATERIA LA $v_g = u$ (VELOCITÀ DELLA PARTICELLA NEL S.d.R DEL LABORATORIO).

POSSIAMO ANCHE DEFINIRE UN 4-VETTORE D'ONDA DALLA RELAZIONE $\bar{p} = \hbar \bar{k} \Rightarrow \bar{k} = \frac{\bar{p}}{\hbar}$

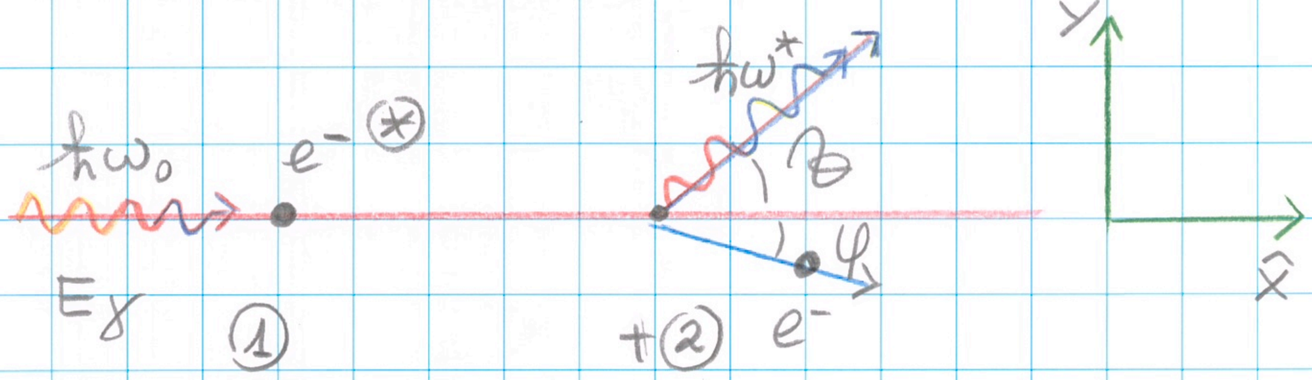
$$p^\mu/\hbar = \left(\frac{E}{c}, \bar{p}\right)\frac{1}{\hbar} = \left(\frac{E}{\hbar c}, \frac{\bar{p}}{\hbar}\right) = \Big(\underbrace{\frac{\omega}{c}}_{k^0}, \underbrace{\bar{k}}_{k^{1,2,3}}\Big) = k^\mu$$

$$\eta^\mu = \gamma(c, \bar{u}) = \underbrace{\gamma c}_{\eta^0}, \underbrace{\gamma \bar{u}}_{} = \gamma c, \underbrace{\gamma v_p \hat{n}}_{\bar{\eta}}$$

AUCHE QUESTI SONO RISULTATI CHE SI BASANO SULLA E.D. CLASSICA, LA MECCANICA QUANTISTICA E LA RELATIVITÀ SPECIALE.

AVENDO CHIARITO QUESTI ASPETTI CIRCA IL

COMPORTAMENTO DELLE ONDE DI MATERIA ORA POSSIAMO STUDIARE LA DIFFUSIONE COMPTON PER CHIARIRE IL COMPORTAMENTO DI UNA PARTICELLA PRIVA DI MASSA IN UN PROCESSO DI URTO ELASTICO CON UNA PARTICELLA MASSIVA. NELLO SPECIFICO CONSIDERIAMO L'URTO ELASTICO RELATIVISTICO TRA UN FOTONE $(\hbar\omega)$ E UN e^- CONSIDERATO A RIPOSO



(*) IL CALCOLO CONSIDERA IL S.d.R DELL'e^- A RIPOSO

ESSENDO UN'URTO ELASTICO UTILIZZIAMO LA CONSERVAZIONE DEL MOMENTO E DELLA ENERGIA

- MOMENTO TRASVERSO $\perp$ $(\hat{y})$ (CONSERVAZIONE)

$p_{TOT\perp} = \emptyset$ $\qquad$ $p^{+}_{TOT\perp} = 0$

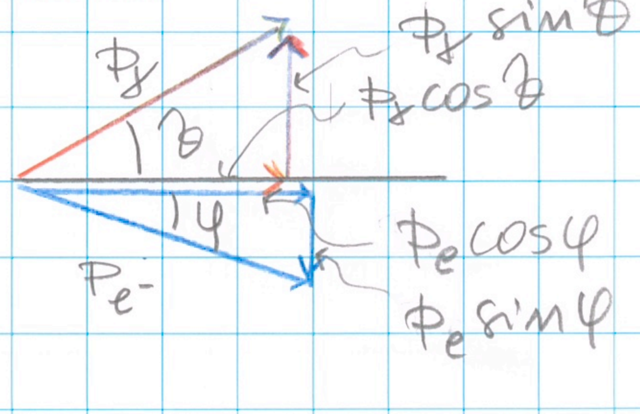
(1) $\qquad$ (2)

$\Downarrow$ $\qquad$ $\Downarrow$

$p_{\perp\gamma} = -p_{\perp e^-} = \emptyset$ $\qquad$ $p^{+}_{\perp\gamma} = -p^{+}_{\perp e^-}$

$\downarrow$ $\qquad$ $\downarrow$

$\hat{y}$ $\qquad$ $-\hat{y}$



DATO CHE $p^{+}_{\perp\gamma} = -p^{+}_{\perp e^-} \Rightarrow p^{+}_{\gamma} \sin\theta = -(-p^{+}_{e^-} \sin\varphi) \Rightarrow$
$p_\gamma \sin\theta = p_{e^-} \sin\varphi$. ORA CONSIDERIAMO $E^2 - pc^2 = m^2c^4$
CON $m_\gamma = 0 \Rightarrow E_\gamma^2 = p_\gamma^2 c^2 \Rightarrow p_\gamma = \frac{E_\gamma}{c} \Rightarrow \boxed{\frac{E}{c}\sin\theta = p^{+}_{e^-}\sin\varphi}$

$$\Rightarrow \sin\varphi = \left(\frac{E_\gamma^{+}}{c\,p^{+}_{e}}\right)\sin\theta$$

- MOMENTO PARALLELO // (CONSERVAZIONE)

①

$$p_{TOT//} = E_\gamma / c$$

$$p_{e^-//} = \emptyset$$

②

$$p^{+}_{TOT//} = p^{+}_{//\gamma} + p^{+}_{//e} = p^{+}_{\gamma}\cos\theta + p^{+}_{e}\cos\varphi$$

MA PER LA CONSER. $p_{TOT//} = p^{+}_{TOT//} \Rightarrow \frac{E_\gamma}{c} = p^{+}_{\gamma}\cos\theta + p^{+}_{e^-}\cos\varphi$

MA $\sin\varphi = \left(\frac{E_\gamma^{+}}{p^{+}_{e^-}c}\right)\sin\theta \Rightarrow \cos\varphi = \sqrt{1-\sin^2\varphi} =$

$$= \sqrt{1-\left(\frac{E_\gamma}{p^{+}_{e^-}c}\right)^2\sin^2\theta} \Rightarrow \frac{E_\gamma}{c} = p^{+}_{\gamma}\cos\theta + p^{+}_{e}\sqrt{1-\left(\frac{E_\gamma^{+}}{p^{+}_{e}c}\right)^2\sin^2\theta}$$

$$E_\gamma = \underbrace{p^{+}_{\gamma}c}_{E^{+}_{\gamma}}\cos\theta + p^{+}_{e}c\sqrt{1-\left(\frac{E^{+}_{\gamma}}{p^{+}_{e}c}\right)^2\sin^2\theta}$$

$$E_\gamma - E^{+}_{\gamma}\cos\theta = p^{+}_{e}c\sqrt{1-\left(\frac{E^{+}_{\gamma}}{p^{+}_{e}c}\right)^2\sin^2\theta}$$

$$\left(E_\gamma - E^{+}_{\gamma}\cos\theta\right)^2 = \left(p^{+}_{e}c\right)^2\left[1-\left(\frac{E_\gamma}{p^{+}_{e}c}\right)^2\sin^2\theta\right]$$

$$\left(E_\gamma - E^{+}_{\gamma}\cos\theta\right)^2 = \left(p^{+}_{e}c\right)^2 - \left(E^{+}_{\gamma}\right)^2\sin^2\theta$$

$$(p_e^+ c)^2 = (E_\gamma - E_\gamma^+ \cos\theta)^2 + (E_\gamma^+)^2 \sin^2\theta \Rightarrow$$

$$(p_e c)^2 = (E_\gamma)^2 + (E_\gamma^+)^2 - 2E_\gamma E_\gamma^+ \cos\theta$$ PER LA CONS. DELL'ENERGIA ABBIAMO

$$\underset{1}{E_\gamma} + m_e c^2 = \underset{2}{E_\gamma^+} + E_e^+ = E_\gamma^+ + \sqrt{p_e^2 c^2 + m^2 c^4} \Rightarrow$$

$$E_\gamma + m_e c^2 = E_\gamma^+ + \sqrt{\underbrace{(E_\gamma)^2 + (E_\gamma^+)^2 - 2E_\gamma E_\gamma^+ \cos\theta + m^2 c^4}_{A}}$$

RISCRIVENDOLA COME

$$E_\gamma + m_e c^2 - E_\gamma^+ = \sqrt{A}$$

ED ELEVANDO AL QUADRATO SI OTTIENE

$$E_\gamma^+ = \frac{1}{\left[(1-\cos\theta)/m_e c^2 + 1/E_\gamma\right]}$$ CON $E_\gamma = h\nu = hc/\lambda_\gamma$

$E_\gamma^+ = h\nu^+ = hc/\lambda_\gamma^+$

DA CUI SOSTITUENDO OTTENIAMO

$$\lambda_\gamma^+ = \lambda_\gamma + \left(\frac{hc}{m_e c^2}\right)(1-\cos\theta)$$

λ_γ^+ → FOTONE DOPO L'URTO

λ_γ → FOTONE INCIDENTE

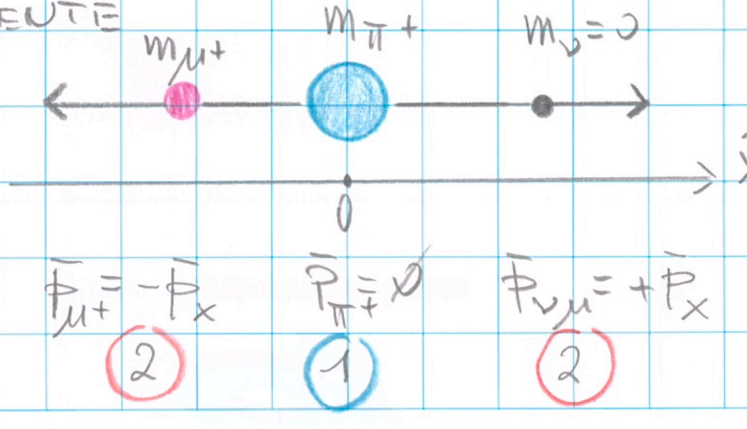
$\frac{hc}{m_e c^2}$ → LUNGHEZZA D'ONDA COMPTON DELL'e^-

θ → ANGOLO DI OSSERVAZIONE

- OSSERVAZIONE L'INTERPRETAZIONE DELLO SCATTERING COMPTON RICHIEDE L'UTILIZZO

SIA DELLA RELATIVITÀ SIA DELLA M.Q. E QUINDI CONFERMA ENTRAMBE QUESTE TEORIE.

- CONFERMA CHE IN UN PROCESSO DI URTO ELASTICO UNA PARTICELLA DI MASSA NULLA (O SAREBBE MEGLIO DIRE PRIVA DI MASSA) COME IL FOTONE SCAMBIA MOMENTO E ENERGIA CON UNA PARTICELLA MASSIVA COME L'e^- SECONDO I PRINCIPI DI CONSERVAZIONE DEL MOMENTO E DELLA ENERGIA.
- DALLA TEORIA SI EVINCE CHE TUTTE LE INFORMAZIONI SUL PROCESSO DI SCATTERING SONO OTTENUTE MISURANDO LA λ^{+}_{γ} DEL FOTONE DIFFUSO IN FUNZIONE DELL'ANGOLO DI DIFFUSIONE θ.
- ESEMPIO UN ESEMPIO DI APPLICAZIONE DI CINEMATICA RELATIVISTICA È DATO DAL PROCESSO DI DECADIMENTO DEL PIONE $(\pi^+) \to \mu^+ + \nu_\mu$
LA MASSA A RIPOSO DEL π^+ È $m_{\pi^+} = 139.57\ MeV/c^2$
E IL TEMPO DI DECADIMENTO $\tau_{\pi^+} \cong 26.033\ ns$.
LA MASSA A RIPOSO DEL μ^+ È $m_{\mu^+} \cong 105.66\ MeV/c^2$
$m_\nu = \varnothing$. LO SCHEMA DEL PROCESSO DI DECADIMENTO È IL SEGUENTE



	• CONSER. ENERGIA	• CONSER. MOMENTO
1	$E_{TOT} = m_{\pi^+} c^2$	$\bar{p}_{TOT} = 0$
2	$E^*_{TOT} = E_{\mu^+} + E_{\nu_\mu} = m_{\pi^+} c^2$	$\bar{p}^*_{TOT} = \bar{p}_{\mu^+} + \bar{p}_{\nu_\mu} = 0 \Rightarrow$ $\bar{p}_{\mu^+} = -\bar{p}_{\nu_\mu}$

APPLICHIAMO LA RELAZIONE MOMENTO ENERGIA

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

PER ν_μ $\quad E^2_{\nu_\mu} = p^2_{\nu_\mu} c^2 \Rightarrow E_{\nu_\mu} = |p_{\nu_\mu}| c \quad (m_{\nu_\mu} = \emptyset)$, MENTRE

$p_{\nu_\mu} = |\bar{p}_{\nu_\mu}| = p_{\mu^+} = |p_{\mu^+}|$

PER μ^+ $\quad E^2_{\mu^+} = p^2_{\mu^+} c^2 + m^2_{\mu^+} c^4 \Rightarrow p^2_{\mu^+} c^2 = E^2_{\mu^+} - m^2_{\mu^+} c^4$

$p_{\mu^+} c = \sqrt{E^2_{\mu^+} + m^2_{\mu^+} c^4}$ (VIENE SCARTATA $-\sqrt{\ }$ PER LA SCELTA FATTA CON IL RIFERIMENTO RISPETTO ALL'ORIGINE DI $\hat{x}$) $\Rightarrow p_{\mu^+} = |\bar{p}_{\mu^+}| = p_{\nu_\mu} = |\bar{p}_{\nu_\mu}| =$ $\sqrt{E^2_{\mu^+} - m^2_{\mu^+} c^4} / c \Rightarrow$ L'ENERGIA TOTALE

2 $\quad E^*_{TOT} = E_{\mu^+} + E_{\nu_\mu} = E_{\mu^+} + p_{\nu_\mu} c$

$$E^*_{TOT} = E_{\mu^+} + \sqrt{E^2_{\mu^+} + m^2_{\mu^+} c^4} = m_{\pi^+} c^2 \Rightarrow$$

$$\left(\sqrt{E^2_{\mu^+} + m^2_{\mu^+} c^4}\right)^2 = \left(m_{\pi^+} c^2 - E_{\mu^+}\right)^2 \Rightarrow \cancel{E^2_{\mu^+}} + m^2_{\mu^+} c^4 = m^2_{\pi^+} c^2 +$$

$$+ \cancel{E^2_{\mu^+}} - 2 m_{\pi^+} c^2 E_{\mu^+} \Rightarrow \boxed{2 m_{\pi^+} c^2 E_{\mu^+} = m^2_{\pi^+} c^4 + m^2_{\mu^+} c^4}$$

$$E_{\mu^+} = \frac{c^{\cancel{4}\,2} (m^2_{\pi^+} + m^2_{\mu^+})}{2 \cancel{c^2} m_{\pi^+}} = \frac{c^2}{2} \frac{(m^2_{\pi^+} + m^2_{\mu^+})}{m_{\pi^+}}$$

• OSSERVAZIONE IN UN PROCESSO DI COLLISIONE O DECADIMENTO RELATIVISTICI IL MOMENTO, RIFERITO ALLE COORDINATE SPAZIALI $\bar{p}(p^1, p^2, p^3)$ E L'ENERGIA TOTALE IN UN SISTEMA CHIUSO SONO SEMPRE

CONSERVATE, LA MASSA TOTALE E L'ENERGIA CINETICA TOTALE NON SONO, IN GENERALE, CONSERVATE.

- UN PROCESSO DI COLLISIONE PUÒ ESSERE ELASTICO O ANELASTICO. ANCHE PER LA MECCANICA RELATIVISTICA L'ENERGIA CINETICA TOTALE E LA MASSA TOTALE SI CONSERVANO NEI PROCESSI ELASTICI, MENTRE NON SI CONSERVANO IN QUELLI ANELASTICI.

- OSSERVAZIONE UNITÀ DI MISURA DELL'ENERGIA E DELLA MASSA IN PROCESSI RELATIVISTICI. NOTIAMO CHE mc^2 E pc SONO DIMENSIONALMENTE ENERGIE. ESPRIMERE LE UNITÀ DI MISURA DELL'ENERGIA E DELLA MASSA CON LE USUALI UNITÀ DEL S.I. NON E' PRATICO IN CONDIZIONI RELATIVISTICHE DATO IL PICCOLO VALORE DELLE MASSE SE ESPRESSE IN UNITÀ DI MASSA (Kg) E DEL GRANDE VALORE DELLE ENERGIE SE ESPRESSE IN JOULE (J). PER QUESTO SI PREFERISCE USARE COME UNITÀ DI BASE PER LE ENERGIE L' eV (ENERGIA DI UN e^- - LA CUI CARICA VALE $C \cong 1.6 \times 10^{-19} C$) SOTTOPOSTO ALLA d.d.p. DI 1 V. $\Rightarrow$

$1\,eV = 1.6 \times 10^{-19} J = 1.6 \times 10^{-12}$ ERG. COSÌ L'ENERGIA DI UNA PARTICELLA È PREFERIBILE ESPRIMERLA IN eV (O SUOI MULTIPLI KeV (10^3) MeV (10^6) GeV (10^9) TeV (10^{12}) ETC. MENTRE LA MASSA A RIPOSO DA $E = mc^2$ SI MISURA IN eV/c^2 E $p = \frac{E}{c} = \frac{eV}{c}$

$m_e \cong 0.511\ MeV/c^2$, $m_p \cong 938.3\ MeV/c^2$, $m_n \cong 939.6\ MeV/c^2$

$m_n - m_p = 1{,}3 \ MeV/c^2$

- SISTEMA DI MASSE COMPOSTE LA MASSA COMPLESSIVA DI UN SISTEMA E' DATA DA

$$M = \left[\sum_a{}' \left(m_a c^2 + \sum_a{}' (E_k)_a + \sum_{b>a}{}' V_{ab} \right) \right] / c^2$$

DOVE V_{ab} E' L'ENERGIA DI INTERAZIONE TRA a E b E $\sum_{b>a}'$ INDICA CHE VA CONTATA UNA SOLA VOLTA.

SI NOTA CHE $M \neq \sum_a' m_a$ IN PARTICOLARE

$$M - \sum_a{}' m_a = \left[\sum_a{}' (E_k)_a + \sum_a{}' \sum_{b>a}{}' V_{ab} \right] / c^2$$

L'ENERGIA DI LEGAME DEL SISTEMA E' DEFINITA DA

$$E_L = -\left[\sum_a{}' (E_k)_a + \sum_a{}' \sum_{b>a}{}' (V_{ab}) \right] \Rightarrow Mc^2 = \sum_a{}' m_a c^2 - E_L$$

SE $E_L < \emptyset$ (ENERGIA DI LEGAME NEGATIVA $\Rightarrow$ ENERGIA POTENZIALE NEGATIVA) E $\left| \sum_a' \sum_{b>a}' V_{ab} \right| > \sum_a' (E_k)_a$ IL SISTEMA E' LEGATO E LA SUA MASSA $M < \sum_a' m_a$

- DINAMICA RELATIVISTICA. ORA DOBBIAMO RENDERE LE T.L. INVARIANTI PER LA DINAMICA. LA PRIMA LEGGE DELLA DINAMICA NEWTONIANA (PRINCIPIO DI INERZIA) DIVENTA UN PRINCIPIO ANCHE PER LA DINAMICA RELATIVISTICA. IL SECONDO PRINCIPIO RIMANE FORMALMENTE LO STESSO PURCHE' SI CONSIDERI NELLA DEF. DELLA FORZA $\bar{F} = d\bar{p}/dt$ SOLO LE COMPONENTI SPAZIALI DI p^μ (MOMENTO RELATIVISTICO). PER CAPIRE MEGLIO QUESTO PUNTO FACCIAMO UN'ESEMPIO

ESEMPIO UNA PARTICELLA CON MASSA A RIPOSO m È SOGGETTA A UNA FORZA $\bar{F} = F\hat{x}$. A $t=\emptyset$ LA PARTICELLA È FERMA NELL'ORIGINE DI UN S.d.R. INERZIALE E SI VUOLE CALCOLARE LA LEGGE RELATIVISTICA DEL MOTO. $\Rightarrow \bar{F} = d\bar{p}(t)/dt \Rightarrow \bar{p}(t) = \bar{F}\cdot t + C$ CON $x(t=0)=0$ $\bar{p}(t) = \bar{F}\cdot t$. LA MECCANICA RELATIVISTICA IMPONE $\bar{p}(t) = \gamma_u(t)\, m\, \bar{u}(t) \Rightarrow$

$$\bar{p}(t) = \frac{m\,u(t)}{\sqrt{1-(\beta_u(t))^2}} \quad \text{con } \beta_u = \frac{u(t)}{c} \Rightarrow$$

$$F\cdot t = \frac{m\,u(t)}{\sqrt{1-(\beta_u)^2}} \Rightarrow$$

$$F^2 t^2 = \frac{m^2 u^2}{1-u^2/c^2} = \frac{c^2 m^2 u^2}{c^2-u^2} \Rightarrow u^2 = \frac{F^2 t^2}{m^2 + \frac{F^2 t^2}{c^2}} \Rightarrow$$

$$u(t) = (F\cdot t/m)\Big/\sqrt{1+\left(F\cdot t/mc\right)^2} \quad \text{PER } F\cdot t/m \ll c$$

RECUPERIAMO LA MECCANICA NEWTONIANA. PER $t \to \infty$ $u^2 = (c^2F^2 t^2)/(m^2c^2 + F^2t^2) \to c^2F^2t^2/F^2t^2$

$\Rightarrow u \to c$ IL MOTO DIVENTA RELATIVISTICO.

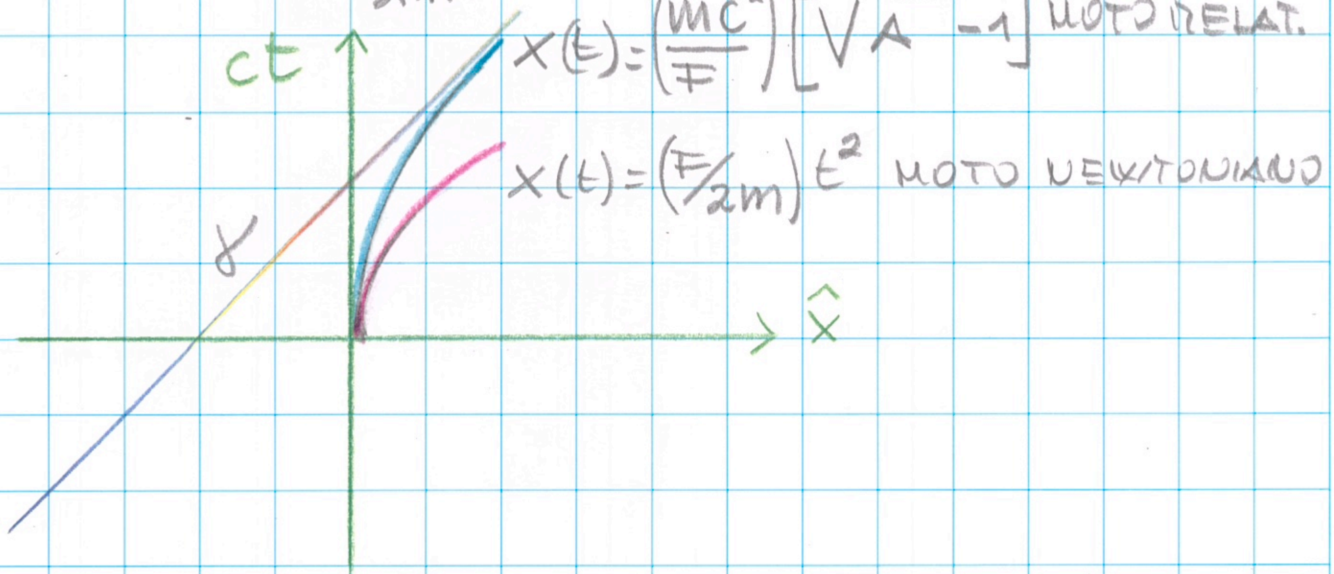
OSSERVAZIONE QUESTA RELAZIONE CONFERMA CHE c È UNA VELOCITÀ LIMITE ANCHE IN DINAMICA. QUESTO SI EVIDENZIA MEGLIO TRACCIANDO LE TRAIETTORIE DEL MOTO NEWTONIANO E RELATIVISTICO

$$u(t) = dx/dt = (F\cdot t/m)\Big/\sqrt{1+\left(F\cdot t/mc\right)^2} \Rightarrow$$

$$x(t) = \int_0^{t'} u(t)\,dt = (F/m)\int_0^{t'} \frac{t}{\sqrt{1+(F/mc)^2 t^2}}\,dt$$

$$\boxed{x(t) = \left(\frac{mc^2}{F}\right)\left[\sqrt{1+(F/mc)^2 t^2} - 1\right]} \Rightarrow \text{MOTO IPERBOLICO}$$

NELLA DINAMICA NEWTONIANA IL MOTO SAREBBE STATO $x(t) = \left(\frac{F}{2m}\right)t^2 \Rightarrow$ MOTO PARABOLICO



- TEOREMA ENERGIA-LAVORO $W = \int \bar{F} \cdot d\bar{\ell}$

IN RELATIVITÀ QUESTA RELAZIONE DIVENTA

$$W = \int \frac{d\bar{p}}{dt} \cdot d\bar{\ell} = \int \frac{d\bar{p}}{dt} \cdot \frac{d\bar{\ell}}{dt}\, dt = \int \frac{d\bar{p}}{dt}\, \bar{u}\, dt \quad \text{DOVE}$$

$$\frac{d\bar{p}}{dt} \cdot \bar{u} = \frac{d}{dt}\left(\frac{mu}{\sqrt{1-\beta_u^2}}\right) \cdot \bar{u} = \frac{m\bar{u}}{(1-u^2/c^2)^{3/2}} \cdot \frac{d\bar{u}}{dt} =$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{mc^2}{\sqrt{1-u^2/c^2}}\right) = \frac{dE}{dt} \Rightarrow W = \int_1^2 \frac{dE}{dt}\, dt = E_2 - E_1$$

$$E \equiv (\gamma_u mc^2)$$

- OSSERVAZIONE CONTRARIAMENTE AI PRIMI DUE PRINCIPI DELLA MECCANICA NEWTONIANA, IL TERZO (AZIONE-REAZIONE) NON E' CONSISTENTE CON LA RELATIVITÀ. DIM. A E B SONO DUE CORPI IN S'. SE A ESERCITA SU B UNA FORZA $\bar{F}(t)$

ALLORA B ESERCITERÀ SU A UNA FORZA $-F(t)$.
ORA CONSIDERIAMO UN S.d.R S'' IN CONF. STANDARD RISPETTO A S' CON $\bar{V} = \bar{V}_x = \text{COST}$. IN S'' LE DUE FORZE NON RISULTANO SIMULTANEE, MA OPERANO A TEMPI DIVERSI

$$F'_y = \frac{dp'_y}{dt'} = \frac{dp_y}{\gamma dt - (\gamma\beta/c)dx} = \frac{dp_y/dt}{\gamma(1-\beta/c\, dx/dt)} = \frac{F_y}{\gamma(1-\beta u_x/c)}$$

COSÌ $F'_z = \dfrac{F_z}{\gamma(1-\beta u_x/c)}$, PER F'_x CON UN BOOST-$\hat{x}$

SI TRASFORMANO SIA LO SPAZIO (x) SIA IL TEMPO $\Rightarrow$

$$F'_x = \frac{dp'_x}{dt'} = \frac{\gamma dp_x - \gamma\beta dp^0}{\gamma dt - \frac{\gamma\beta}{c} dx} = \frac{\frac{dp_x}{dt} - \beta\frac{dp^0}{dt}}{\gamma - \frac{\gamma\beta}{c}\frac{dx}{dt}}$$

$$= \frac{F_x - \beta/c\left(\frac{dE}{dt}\right)}{1-\beta u_x/c}, \quad \text{MA } \frac{dE}{dt} = \frac{d\bar{p}}{dt}\cdot\bar{u} = \bar{F}\cdot\bar{u}$$

$$= \frac{F_x - \beta(\bar{F}\cdot\bar{u})/c}{1-\beta u_x/c} \Rightarrow \quad \text{NEL}$$

CASO DI $u=0$ IN S $\quad F'_\perp = \gamma F_\perp$ E $F'_\parallel = F_\parallel$.

- IL 4-VETTORE DELLA FORZA (FORZA DI MINKOWSKI)

$K^\mu = \dfrac{dp^\mu}{dt}$. QUESTA È UNA GRANDEZZA L. INVARIANTE.

LE COMPONENTI SPAZIALI DI K^{μ} SONO POSTE IN RELAZIONE ALLA FORZA ORDINARIA DA

$$\bar{K} = \left(\frac{dt}{d\tau}\right)\frac{d\bar{p}}{dt} = \gamma_u \bar{F}$$, MENTRE

$$K^0 \equiv \frac{dp^0}{d\tau} = \frac{1}{c}\frac{dE}{d\tau}$$, A PARTE $1/c$ E' LA POTENZA

IMPRESSA ALLA PARTICELLA

$$K^{\mu} \equiv \begin{vmatrix} K^0 \\ K^1 \\ K^2 \\ K^3 \end{vmatrix} \equiv \begin{array}{l} K^0 \equiv dp^0/d\tau = \frac{1}{c}\, dE/d\tau \\ K^1 = dp^1/d\tau = \gamma_u F^1 \\ K^2 = dp^2/d\tau = \gamma_u F^2 \\ K^3 = dp^3/d\tau = \gamma_u F^3 \end{array}$$