DELLA RELAZIONE $\frac{\partial G^{\mu\nu}}{\partial x^\nu} = 0$. MENTRE LA RELAZIONE

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\frac{\partial A^\nu}{\partial x^\nu}\right) - \frac{\partial}{\partial x_\nu}\left(\frac{\partial A^\mu}{\partial x^\nu}\right) = \mu_0 J^\mu$$

RISULTA ESSERE UN' EQ. TENSORIALE MOLTO COMPLESSA. QUESTA RELAZIONE SI SEMPLIFICA SE UTILIZZIAMO UN POTENZIALE 4-VETTORE DATO DA

$$A^\mu \rightarrow A^{\mu'} = A^\mu + \frac{\partial \lambda}{\partial x_\mu}$$

QUESTA OPERAZIONE NON MODIFICA $F^{\mu\nu}$.
IN PARTICOLARE IL GAUGE DI LORENTZ DIVENTA

- $$\bar{\nabla} \cdot \bar{A} + \frac{1}{c^2}\partial_t V \Rightarrow \frac{\partial A^\mu}{\partial x^\mu} = \emptyset$$

MENTRE L' EQ. INOMOGENEA

$$\partial F^{\mu\nu}/\partial x^\nu = \mu_0 J^\mu$$ RISCRITTA

COME

$$\frac{\partial}{\partial x_\mu}\left(\frac{\partial A^\nu}{\partial x^\nu}\right) - \frac{\partial}{\partial x_\nu}\left(\frac{\partial A^\mu}{\partial x^\nu}\right) = \mu_0 J^\mu$$

COVARIANTE

DIVENTA

$$\boxed{\Box^2 A^\mu = -\mu_0 J^\mu}$$

DOVE IL D'ALAMBERTIANO $\Box^2 = \frac{\partial}{\partial x_\nu}\frac{\partial}{\partial x^\nu} =$

$$\nabla^2 - \frac{1}{c^2}\partial_t^2$$

QUESTA RELAZIONE CHE COMBINA IN UNA SINGOLA RELAZIONE 4-VETTORIALE I PRECEDENTI RISUL-

TATI È LA SINTESI COMPATTA E ELEGANTE DELLE EQS. DI MAXWELL.

- FORMULAZIONE COVARIANTE SI TRATTA DI UNA FORMULAZIONE ALTERNATIVA DEI TENSORI DI CAMPO $F^{\mu\nu}$ E $G^{\mu\nu}$. A QUESTO SCOPO RICORDIAMO CHE NELLA FORMULAZIONE TENSORIALE UN EVENTO È RAPPRESENTATO DAL 4-VETTORE $x^{\mu} = (ct, x^1, x^2, x^3)$ E L'INTERVALLO TRA EVENTI DA $x^{\mu} x_{\mu} = x_{\mu} x^{\mu}$. LA CARICA ELETTRICA SI CONSERVA E È LORENTZ INVARIANTE, MENTRE $J^{\mu} = (c\rho, \bar{J})$ NON È LORENTZ INVARIANTE. ORA POSSIAMO ANCHE RISCRIVERE L'EQ. DI CONTINUITÀ $\bar{\nabla} \cdot \bar{J} + \partial_t \rho = 0 = \frac{\partial c\rho}{\partial ct} + \frac{\partial J^k}{\partial x^k} = \partial_{\mu} J^{\mu}$

ALLO STESSO MODO POSSIAMO RISCRIVERE UN 4-VETTORE POTENZIALE A^{μ} TALE PER CUI IL GAUGE DI LORENTZ $\bar{\nabla} \cdot \bar{A} + \frac{1}{c^2} \partial_t V = 0$ DIVENTA

$\partial_k A^k + \frac{1}{c} \partial_t A^0$ $[A^{\mu} = (A^0, A^k)$ CON $k = 1, 2, 3]$.

$$\boxed{\partial'_{\mu} A'^{\mu} = \partial_{\mu} A^{\mu} = 0}$$

DOVE $A'^{\mu} = \left(A'^0 = \frac{V'}{c} = V/c - \frac{1}{c} \partial_t \lambda = A^0 - \frac{\partial \lambda}{\partial x^0} \right.$ E

$\left. A'^k = A^k + \frac{\partial \lambda}{\partial x^k} = A^k + \partial^k \lambda \right)$ SI DIMOSTRA ESSERE RELATIVISTICAMENTE INVARIANTE.

DALLE RELAZIONI CAMPI-POTENZIALI

$\bar{E} = -\nabla V - \partial_t \bar{A}$ E $\bar{B} = \bar{\nabla} \times \bar{A}$ POSSIAMO RICAVARE LE COMPONENTI SPAZIALI DEI CAMPI DOVE LA K-ESIMA COMPONENTE $(k = 1, 2, 3)$ DI $E^k = -\frac{\partial A^k}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial x^k} =$

$$= c\left(-\frac{1}{c}\partial_t A^k - \frac{\partial}{\partial x^k}\frac{V}{c}\right) = c\left(\frac{\partial A^k}{\partial x_0} - \frac{\partial A^0}{\partial x^k}\right) = c\left(\partial_0 A^k - \partial^k A^0\right)$$

$\Rightarrow F^{0k} = -F^{k0}$

PER $cB^k = c\left(\frac{\partial A^j}{\partial x_i} - \frac{\partial A^i}{\partial x_j}\right) = c\left(\partial^i A^j - \partial^j A^i\right)$

$\Rightarrow F^{ij} = -F^{ji}$. PER $i = j$ QUESTA EGUAGLIANZA È VERIFICATA SOLO SE $F^{ij} = 0$ IN CONCLUSIONE OTTENIAMO SE VOGLIAMO RIASSUMERE QUESTI RISULTATI IN UNA MATRICE OTTENIAMO UNA MATRICE (TENSORE) 4x4 ANTISIMMETRICA CON I TERMINI DIAGONALI F^{ij} CON $i=j$ CHE SONO $\emptyset$. LA PRIMA RIGA E LA PRIMA COLONNA CHE SONO I TERMINI DI CAMPO E^k (RIGA) E $-E^k$ (COLONNA) MENTRE GLI ALTRI TERMINI ESPRESSI COME $F^{ij} = c\,\varepsilon^{ijk}B^k$ SONO I TERMINI cB^k IL CUI SEGNO È DETERMINATO DALLE PERMUTAZIONI DI ε^{ijk} QUESTO RISULTATO È ALGEBRICAMENTE ESPRESSO DALLA RELAZIONE RIPORTATA A PAG. 423

$$F^{\mu\nu} = \frac{\partial A^\nu}{\partial x_\mu} - \frac{\partial A^\mu}{\partial x_\nu}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & E^1 & E^2 & E^3 \\ -E^1 & 0 & cB^3 & -cB^2 \\ -E^2 & -cB^3 & 0 & cB^1 \\ -E^3 & cB^2 & -cB^1 & 0 \end{vmatrix} \equiv F^{\mu\nu}$$

DOVE $F^{00} \equiv$ COMPONENTE TEMPO-TEMPO

$F^{0k}, F^{k0} \equiv$ COMPONENTE SPAZIO-TEMPO

$F^{ij} \equiv$ COMPONENTI SPAZIO-SPAZIO