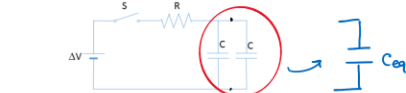


ULTIMA ESERCITAZIONE (10)
CIRCUITARE e QUANT'ALTRO

ESERCIZIO #1

4) Due condensatori da $C = 0,350 \mu\text{F}$ sono collegati in parallelo con una batteria da $\Delta V = 75,0 \text{ V}$ attraverso un resistore R da $1,00 \text{ M}\Omega$, come in figura. Inizialmente, i condensatori sono scarichi e l'interruttore S aperto. L'interruttore S viene chiuso all'istante $t = 0$. Calcolare:



- a) La carica q_1 e q_2 sulle armature dei condensatori rispettivamente a $t_1 = 1,00 \text{ s}$ e $t_2 = 4,00 \text{ s}$:
 (i) $q_1 =$ _____ (ii) $q_2 =$ _____
 b) La corrente i_1 e i_2 che attraversa il resistore R rispettivamente a $t_1 = 1,00 \text{ s}$ e $t_2 = 4,00 \text{ s}$:
 (i) $i_1 =$ _____ (ii) $i_2 =$ _____
 (iii) $i_1 =$ _____ (iii) $i_2 =$ _____

$$C_{eq} = C + C = 2C$$

CARICA CHE SI ACCUMULA SUL CONDENSATORE "A REGIME", CIOE' QUANDO E' TOTALMENTE CARICO (CONDENSATORE EQUIVALENTE)

$$q_1(t) = Q(1 - \exp(-\frac{t}{RC_{eq}})) = Q(1 - \exp(-\frac{t}{2RC}))$$

↑
 q_{eq} (COMPLESSIVA SULLA C_{eq})

$$q_{eq} = q_1 + q_2 = 2q$$

SOLO PERCHE' I CONDENSATORI SONO IN PARALLELO E UGUALI TRA LORO

$$q(t) = \frac{Q}{2}(1 - \exp(-\frac{t}{2RC})) = \frac{1}{2}C\Delta V(1 - \exp(-\frac{t}{2RC}))$$

↓
 $Q = C_{eq}\Delta V = 2C\Delta V$

DOPO AVER DIVISO PER 2 OTTENGONO LA CARICA SUL SINGOLO CONDENSATORE:

$$q(t_1) = C\Delta V(1 - e^{-\frac{t_1}{RC}}) = 26,25 \cdot 10^{-6} \text{ C} (1 - e^{-\frac{15}{2 \cdot 15}})$$

↓
 $1,00 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

$$q(t_2) = C\Delta V(1 - e^{-\frac{t_2}{RC}}) = 26,25 \cdot 10^{-6} \text{ C} (1 - e^{-\frac{4,00}{2 \cdot 15}})$$

↓
 $4,51 \cdot 10^{-5} \text{ C}$

PER LA CORRENTE RIPETO NELLO STESSO MODO:

SO CHE $I(t) = I_0 \exp(-\frac{t}{RC_{eq}})$ CON $I_0 = \frac{\Delta V}{R} = \frac{75 \text{ V}}{1 \text{ M}\Omega} = 7,5 \cdot 10^{-5} \text{ A}$

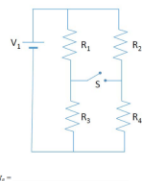
$$i_1 = i(t_1) = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \exp(-\frac{1,00}{2 \cdot 15}) = 1,55 \cdot 10^{-5} \text{ A}$$

$$i_2 = i(t_2) = 2,5 \cdot 10^{-5} \text{ A} \exp(-\frac{4,00}{2 \cdot 15}) = 3,72 \cdot 10^{-6} \text{ A}$$

ESERCIZIO #2

4) Si consideri il circuito in figura, in cui S rappresenta un interruttore a 2 luci.

- $V_1 = 12 \text{ V}$
- $R_1 = 10 \Omega$
- $R_2 = 15 \Omega$
- $R_3 = 35 \Omega$
- $R_4 = 20 \Omega$



Si calcoli l'intensità di corrente I erogata dalla batteria (ovvero che attraversa il generatore di tensione V_1) nei due casi in cui:

- a) L'interruttore S è aperto (come in figura)
 (i) $I_1 =$ _____ (ii) $I_2 =$ _____
 b) L'interruttore S è chiuso
 (i) $I_1 =$ _____ (ii) $I_2 =$ _____

$$R_{13} = R_1 + R_3 = 10 \Omega + 35 \Omega = 45 \Omega$$

$$R_{24} = R_2 + R_4 = 15 \Omega + 20 \Omega = 35 \Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{13}} + \frac{1}{R_{24}} = \frac{1}{45 \Omega} + \frac{1}{35 \Omega}$$

↓
 $R_{eq} = 20 \Omega$

$$\Delta V = RI$$

$$I_1 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{12 \text{ V}}{20 \Omega} = 0,6 \text{ A}$$

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = 0,167 \Omega^{-1}$$

↓
 $R_{12} = 6 \Omega$

$$\frac{1}{R_{34}} = \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} = 0,0766 \Omega^{-1}$$

↓
 $R_{34} = 12,72 \Omega$

$$R_{eq} = R_{12} + R_{34} = 6 \Omega + 12,72 \Omega = 18,72 \Omega$$

$$\Delta V = R_{eq} I_0$$

$$I_0 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{12 \text{ V}}{18,72 \Omega} = 0,64 \text{ A}$$

ESERCIZIO #3

DUE CONDENSATORI CON CAPACITA' $C = 6 \mu\text{F}$ E 2 RESISTENZE CON $R = 2,2 \text{ k}\Omega$ SONO COLLEGATI COME MOSTRATO IN FIGURA AD UNA BATTERIA CHE FORNISCE 12 V . I CONDENSATORI SONO INIZIALMENTE SCARICHI.

CALCOLARE:

- I_0 APPENA CHIUSO IL CIRCUITO
- t^* PER CUI $I = 1,2 \text{ mA}$

$$R_{eq} = R + R = 2,2 \text{ k}\Omega = 4400 \Omega$$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C} \Rightarrow \frac{1}{C_{eq}} = \frac{2}{C} \Rightarrow C_{eq} = \frac{C}{2} = 3 \mu\text{F}$$

AGGIUNGO I SEGNI A MANO E QUINDI CONSIDERO I VALORI ASSOLUTI

$$\Delta V - |\Delta V_C| - |\Delta V_R| = 0 \quad \Delta V = RI$$

$$\Delta V - \frac{q(t)}{C} - R \frac{dq(t)}{dt} = 0 \quad C = \frac{Q}{V} \quad V = \frac{Q}{C}$$

$$q(t) = Q(1 - \exp(-\frac{t}{RC})) \rightarrow \text{QUESTA E' LA CARICA SU } C_{eq}$$

$$\frac{dq(t)}{dt} = Q(-\exp(-\frac{t}{RC}))(-\frac{1}{RC}) \quad \Delta V = R_{eq} I_0$$

↓
 $I = \frac{Q}{RC} \exp(-\frac{t}{RC}) = I_0 \exp(-\frac{t}{RC}) = I(t)$

$$I = 1,2 \text{ mA} = I^*$$

$$I^* = I_0 \exp(-\frac{t^*}{RC}) \rightarrow \frac{I^*}{I_0} = \exp(-\frac{t^*}{RC})$$

$$\ln(\frac{I^*}{I_0}) = -\frac{t^*}{RC}$$

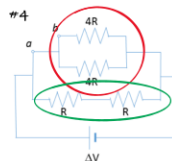
$$t^* = RC \ln(\frac{I_0}{I^*})$$

CALCOLANDO NUMERICAMENTE:

$$I_0 = \frac{V_0}{R_{eq}} = \frac{12 \text{ V}}{44 \text{ k}\Omega} = 2,7 \text{ mA}$$

$$t^* = 3 \mu\text{F} \cdot 4400 \Omega \ln(\frac{2,7 \text{ mA}}{1,2 \text{ mA}}) = 0,0132 \ln(2,25) = 0,0132 \cdot 0,811 = 0,0107 \text{ s}$$

ESERCIZIO #4



4) Si consideri il circuito in figura, in cui $R = 1,0 \text{ k}\Omega$ e $\Delta V = 9,0 \text{ V}$. Calcolare:

- a) la resistenza R_{eq} equivalente al sistema di resistenze in figura
 (i) $R_{eq} =$ _____ (ii) $R_{eq} =$ _____

- b) la corrente I_a che attraversa il punto a in figura
 (i) $I_a =$ _____ (ii) $I_a =$ _____

- c) la corrente I_b che attraversa il punto b in figura
 (i) $I_b =$ _____ (ii) $I_b =$ _____

$$R_{eq} = R + R = 2R = 2 \text{ k}\Omega$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{4R} + \frac{1}{4R} = \frac{2}{4R} = \frac{1}{2R} \Rightarrow R_{eq} = 2R$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{eq}} + \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} = \frac{1}{R}$$

$$R_{eq} = R = 1 \text{ k}\Omega$$

DATA LA R_{eq} CALCOLO LA CORRENTE NEL CIRCUITO EQUIVALENTE:

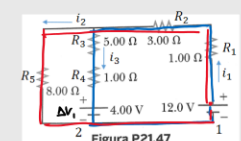
$$\Delta V = R_{eq} I_{eq} \rightarrow I_{eq} = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{9 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 9,0 \text{ mA}$$

PER LA CORRENTE IN a e b RAGIONIAMO PER SIMMETRIA: SICCOME LE RESISTENZE SONO UGUALI, COME ANCHE LE ΔV , ANCHE LA CORRENTE NEI 2 RAMI SARAN' LA STESSA, E PARI A $I_{eq}/2$

QUINDI $I_a = I_{eq}/2$ E ANALOGAMENTE (STESSO RAGIONAMENTO)

$$\text{ABBIAMO } I_b = \frac{I_a}{2} = \frac{I_{eq}}{4}$$

Il circuito mostrato in figura rappresenta un caricabatteria che viene collegato per un tempo di 2,00 minuti. (a) Determinare la corrente in ciascun ramo del circuito, (b) trovare l'energia fornita da ciascuna batteria (specificando se è energia persa o accumulata); (c)



$$\begin{cases} \textcircled{1} & I_1 = I_2 + I_3 \\ \textcircled{2} & \Delta V - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_3 - \Delta V_1 = 0 \\ \textcircled{3} & \Delta V - R_1 I_1 - R_2 I_1 - R_5 I_2 = 0 \end{cases}$$

$$[R_5 I_2 - R_3 I_3 - R_4 I_3 - \Delta V_1 = 0 \quad \textcircled{2} - \textcircled{3}]$$

$$\textcircled{2} \quad \Delta V - R_1(I_2 + I_3) - R_2(I_2 + I_3) - R_3 I_3 - R_4 I_3 - \Delta V_1 = 0$$

$$\Delta V - \frac{R_1}{R_5}((R_3 I_3 + R_4 I_3 + \Delta V_1 + I_3 R_5) - \frac{R_2}{R_5}((R_3 I_3 + R_4 I_3 + \Delta V_1 + I_3 R_5) - R_3 I_3 - R_4 I_3 - \Delta V_1 = 0$$

$$I_3(\quad) \quad \text{CONSIDERO PRIMA I TERMINI CHE MOLTIPLICANO } I_3$$

$$- \frac{R_1}{R_5}(R_3 + R_4 + R_5) - \frac{R_2}{R_5}(R_3 + R_4 + R_5) - R_3 - R_4$$

$$(-\frac{14}{8} - \frac{3}{8}(14) - 5 - 1) \Omega$$

↓
 $(-\frac{14 - 42 - 40 - 8}{8}) \Omega = -\frac{104}{8} \Omega = -13 \Omega$

RICOMBINO TUTTI I TERMINI E OTTENGONO:

$$\Delta V - I_3 13 \Omega - \frac{R_1}{R_5} \Delta V_1 - \frac{R_2}{R_5} \Delta V_1 - \Delta V_1 = 0$$

$$12 \text{ V} - 13 \Omega \cdot I_3 - 4 \text{ V} \cdot \frac{1 \Omega}{8 \Omega} - \frac{3 \Omega}{8 \Omega} 4 \text{ V} - 4 \text{ V} = 0$$

$$12 \text{ V} - 13 \Omega \cdot I_3 - 0,5 \text{ V} - 1,5 \text{ V} - 4 \text{ V} = 0$$

$$I_3 = \frac{6 \text{ V}}{13 \Omega} = 0,461 \text{ A}$$

RICAVO ORA I_1 (O I_3 , INDIFFERENTE):

$$\Delta V - R_1 I_1 - R_2 I_1 - R_5(I_1 - I_3) = 0$$

$$\Delta V - I_1(R_1 + R_2 + R_5) + R_5 I_3 = 0$$

$$12 \text{ V} - I_1(12 \Omega) + 8 \Omega \cdot 0,461 \text{ A} = 0$$

$$12 \text{ V} - I_1(12 \Omega) + 3,69 \text{ V} = 0$$

$$I_1 = \frac{12 \text{ V} + 3,69 \text{ V}}{12 \Omega} = 1,31 \text{ A}$$

$$\text{INFINE RICAVO } I_2 = I_1 - I_3 = 1,31 \text{ A} - 0,461 \text{ A} = 0,846 \text{ A}$$

PER CALCOLARE L'ENERGIA ACCUMULATA/SPESA: → PRIMA CALCOLO LA POTENZA MEDIA, POI LA MOLTIPLICO PER IL TEMPO

$$P_{\Delta V} = I_1 \Delta V = 1,31 \text{ A} \cdot 12 \text{ V} = 15,72 \text{ W}$$

↓
 $E_{CED} = 15,72 \text{ W} \cdot 120 \text{ s} = 1886 \text{ J}$

$$P_{\Delta V_1} = I_3 \Delta V_1 = 0,461 \text{ A} \cdot 4 \text{ V} = 1,844 \text{ W}$$

$$E_{ACCUMULATA} = 1,844 \text{ W} \cdot 120 \text{ s} = 221 \text{ J}$$

INTUITIVAMENTE, LA BATTERIA CHE SI SCARICA E' QUELLA CHE PERMETTE IL MOVIMENTO DI CARICA, QUINDI QUELLA CHE "SPOSTA" LE CARICHE DA POTENZIALE PIU' BASSO A QUELLO PIU' ALTO