ESERCIZI 07/05/2021

HO DOVUTO RISCRIVERE TUTTO (OPEN BOARD CORROTTO)
SE MANCANO ESERCIZI FATEMI SAPERE!

NOTA A MARGINE:

- $C_p - C_v = R$
-

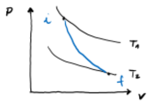
	G. MONOATOMICO	G. BIATOMICO
C_p	$5/2 R$	$7/2 R$
C_v	$3/2 R$	$5/2 R$

RICORDATEVI LA R!

NB: $\delta Q = đQ$ PERDONATE LA NOTAZIONE!

#1 CALCOLARE IL CALORE SCAMBIATO E LA VARIAZIONE DI ENTROPIA PER LE PRINCIPALI TRASFORMAZIONI TERMODINAMICHE, RAPP. SUL PIANO DI CLAPEYRON

- ADIABATICA:



T_1 E T_2 SONO ISOTERME CON TEMPERATURA A SCELTA, IN MODO CHE T_1 SIA LA T A CUI SI TROVA INIZIALMENTE IL SISTEMA, E T_2 LA TEMPERATURA A CUI SI TROVA IL SISTEMA DOPO LA TRASFORMAZIONE

RICORDO CHE PER UNA ADIABATICA REVERSIBILE:

$$\begin{cases} PV^\gamma = cost \\ TV^{\gamma-1} = cost \end{cases} \qquad \boxed{\Delta Q = \delta Q = 0} \qquad \boxed{\Delta S = \int_{REV} \frac{\delta Q}{T} = 0 \; (= S_B - S_A)}$$

ADIABATICA $\Rightarrow \Delta Q = 0$

PER UNA TRASFORMAZIONE GENERICA: $\underbrace{\Delta Q + L = \Delta E}_{\text{I° PRINC. TERMODINAMICA}} = nC_v \Delta T \Rightarrow \cancel{\Delta Q} + L = \Delta E$

$$\boxed{L = mC_v \Delta T}$$

#2) ISOTERMA

PER UNA ISOTERMA $\Delta E = mC_v \Delta T = 0$ (T COSTANTE $\Rightarrow \Delta T = 0$). ALLORA $L + Q = 0$
$\Rightarrow L = -Q$

$$\boxed{L = -\int_A^B p\,dv = -mRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

$$\boxed{Q = -L}$$

PER ΔS HO CHE: $Q = -L = p\,dv$ e $p = \frac{nRT}{V}$

$$\boxed{\Delta S = \int_A^B \frac{\delta Q}{T} = \int_A^B \frac{p\,dv}{T} = \int_A^B \frac{mR\cancel{T}}{V} \frac{dv}{\cancel{T}} = nR \cdot \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)}$$

#3) ISOCORA (V = COSTANTE)

$$\Delta E = L + Q = \boxed{Q = mC_v \Delta T}$$
$$(\boxed{L \propto \Delta V = 0})$$

$đQ = mC_v dT$

$$\frac{P_A \cancel{V_A}}{P_B \cancel{V_B}} = \frac{\cancel{m}RT_A}{\cancel{m}RT_B}$$

$$\boxed{\Delta S = \int_A^B \left(\frac{đQ}{T}\right)_{REV} = \int_A^B \frac{mC_v \Delta T}{T} = mC_v \int_A^B \frac{dT}{T} = mC_v \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = mC_v \ln\left(\frac{P_B}{P_A}\right)}$$

#4) ISOBARA (P = COSTANTE)

$$\Delta E = L + Q = -P\Delta V + \boxed{mC_p \Delta T = Q}$$

$$\boxed{L = -\int_A^B p\,dv = -P\int_A^B dv = -P(V_B - V_A) = -P\Delta V}$$

$$\Delta S = \int_A^B \frac{dQ}{T} = \int_A^B \frac{mC_p\,dT}{T} = mC_p \int_A^B \frac{dT}{T} = mC_p \ln\left(\frac{T_B}{T_A}\right) = mC_p \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

#5) $\Delta S_{ciclo} = 0$

$\Delta Q = ?$ DIPENDONO DAL CICLO

$L = ?$ DIPENDONO DAL CICLO

#2) ESPANSIONE LIBERA:

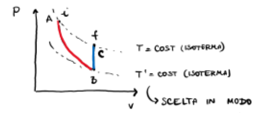
CONSIDERIAMO DEL GAS, INIZIALMENTE CON VOLUME V_i CHE SI TROVA IN UN CONTENITORE ISOLATO TERMICAMENTE E CHIUSO DA UNA MEMBRANA IN MODO CHE PARTE DEL VOLUME NON SIA INIZIALMENTE DISPONIBILE (FIGURA). AD UN CERTO MOMENTO LA MEMBRANA VIENE ROTTA E IL GAS SI ESPANDE AL VOLUME V_f. QUAL È LA VARIAZIONE DI ENTROPIA?

- MODO #1: CALCOLO ΔS TRAMITE UNA ISOTERMA REVERSIBILE: NON POSSO CALCOLARE DIRETTAMENTE LUNGO LA TRASFORMAZIONE VISTO CHE È IRREVERSIBILE (ADIABATICA)

SICCOME ADIABATICA $\rightarrow \Delta Q = 0$
SICCOME V = COST $\rightarrow L = 0$
$\Rightarrow \Delta E = mC_v \Delta T = 0 \Rightarrow \Delta T = 0 \Rightarrow T = cost$

$$\Delta S = S_B - S_A = \int_A^B \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{mR\cancel{T}\,dv}{\cancel{T}} = mR \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right)$$

- MODO #2: ADIABATICA REVERSIBILE + ISOCORA



SCELTA IN MODO CHE $P_B V_f = mRT'$

CALCOLO DUNQUE L'ENTROPIA:

$$\Delta S_{TOT} = \cancel{\Delta S_{AB}} + \Delta S_{BC}$$

$\Delta Q = 0$ (ADIAB. REV)

ΔS ISOCORA

$$\Delta S_{BC} = \int_B^C \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} = \int_B^C \frac{mC_v\,dT}{T} = mC_v \ln\left(\frac{T_C}{T_B}\right) \overset{(*)}{=} mC_v \ln\left(\left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}\right)$$
$$= mC_v(\gamma - 1)\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$
$$= m\cancel{C_v}\left(\frac{C_p - C_v}{\cancel{C_v}}\right)\ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = mR \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right)$$

(*) $T_A V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

ISOTERMA AC: $T_C V_A^{\gamma-1} = T_B V_B^{\gamma-1}$

$$\frac{T_C}{T_B} = \left(\frac{V_B}{V_A}\right)^{\gamma-1}$$

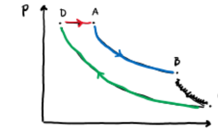
- MODO #3 CALCOLO USANDO LA FORMULA DI BOLTZMANN

PRIMA DI CONTINUARE RICORDIAMO CHE $R = k_b N_A$. PER BOLTZMANN:

$$\Delta S = k_b \ln(w_f) - k_b \ln(w_i) \qquad w \propto V^N$$
$$= k_b \ln\left(\frac{w_F}{w_i}\right) = k_b \ln\left(\frac{V_F^N}{V_i^N}\right) = k_b N \ln\left(\frac{V_F}{V_i}\right) = k_b N_A \frac{N}{N_A} \ln\left(\frac{V_F}{V_i}\right) = nR \ln\left(\frac{V_F}{V_i}\right)$$

#3) DUE MOLI DI GAS PERFETTO MONOATOMICO, INIZIALME A $P_A = 1$ atm E TEMPERATURA $T_A = 500$ K SUBISCE LE SEGUENTI TRASFORMAZIONI:

i) ISOTERMA REVERSIBILE DA A a B CON $V_B = 2V_A$
ii) ADIABATICA IRREVERSIBILE DA B A C CON $V_C = 3V_B$, $T_C = T_A/2$
iii) ISOTERMA REVERSIBILE FINO AD UN CERTO STATO D
IV) ISOTERMA REVERSIBILE DALLO STATO D ALLO STATO A



NON IN SCALA!

CALCOLARE

a) IL LAVORO NELLE 4 TRASFORMAZIONI
b) IL CALORE SCAMBIATO DAL GAS NELLE 4 TRASFORMAZIONI
c) IL RENDIMENTO DEL CICLO
d) LA VARIAZIONE DI ENTROPIA DEL GAS NELLA ADIABATICA IRR.

- COMINCIO COL PRECALCOLARE P, T, V NEI 4 PUNTI:

	P	T	V
A	101300 Pa	500 K	$V_A = 0.082$ m³
B	50650 Pa	500 K	$V_B = 2V_A = 0{,}164$ m³
C	8449 Pa	250 K	$V_C = 3V_B = 6V_A = 0{,}492$ m³
D	101300 Pa	250 K	$V_D = V_D/2 = 0{,}041$ m³

HO SEMPRE USATO $\boxed{PV = nRT}$

RICORDO CHE 1 atm = 101300 Pa

- a) $L_{TOT} = L_{AB} + L_{BC} + L_{CD} + L_{DA}$ CON $L = -\int p\,dv$

$$L_{AB} = -\int_A^B p\,dv = -nRT\int_A^B \frac{dv}{v} = -mRT \ln\left(\frac{V_B}{V_A}\right) = -nRT \ln\left(\frac{2V_A}{V_A}\right)$$
$$= -nRT \ln(2)$$
$$= -2\,\text{mol}\; 8{,}314 \frac{J}{\text{mol K}}\; 500\,K \ln(2) = $$

$L_{BC} \Rightarrow \Delta E = Q + L = L = mC_v \Delta T = mC_v(T_C - T_B) = 2\,\text{mol}\; \frac{3}{2}\, 8{,}314 \frac{J}{\text{mol K}} (-250\,K)$

ADIABATICA

$$= -3 \cdot 8{,}314 \cdot 250\,J = -6{,}2\;kJ$$

$$L_{CD} = -\int_C^D p\,dv = -mRT \ln\left(\frac{V_D}{V_C}\right) = -mRT \ln\left(\frac{V_A}{2}\frac{1}{6V_A}\right) = -mRT \ln\left(\frac{1}{12}\right)$$
$$= mRT \ln(12) = 2\,\text{mol}\; 8{,}314 \frac{J}{\text{mol K}}\; 250\,K \ln(12) = 10.3\;kJ$$

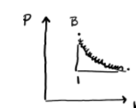
$$L_{DA} = -\int_D^A p\,dv = -p(V_A - V_D) = -101300\;Pa\;(-0.041 + 0.082)\,m^3$$
$$= -4{,}1\;kJ$$

2) $\eta = 1 + \frac{Q_{CED}}{Q_{ASS}} = 1 - \frac{|Q_{CED}|}{Q_{ASS}}$

AB: ISOTERMA $\rightarrow Q_{AB} = -L = 5{,}7$ kJ
CD: ISOTERMA $\rightarrow Q_{CD} = -L = -10.3$ kJ
BC: ADIABATICA $\rightarrow Q_{BC} = 0$
DA: ISOBARA $\rightarrow Q_{DA} = mC_p \Delta T = nC_p(T_A - T_D) = 2\,\text{mol}\;\frac{5}{2}\;8{,}314\frac{J}{\text{mol}\cdot K}(500 - 250)\,K$
$= 10.3$ kJ

3) PER CUI $\eta = 1 - \frac{10.3\,kJ}{10.3\,kJ + 5{,}7\,kJ} = 1 - 0{,}64 = 0{,}36$

4) CALCOLO ENTROPIA:



CALCOLO CON UNA ISOBARA + ISOCORA

$$\Delta S_{BI} = \int_B^I \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} = \int \frac{mC_v\,dT}{T} =$$
$$= mC_v \ln\left(\frac{T_I}{T_B}\right) = mC_v \ln\left(\frac{P_I}{P_B}\right) = mC_v \ln\left(\frac{P_C}{P_B}\right) = 2 \cdot \frac{3}{2} R \ln\left(\frac{8449\;Pa}{50650\;Pa}\right) = -44{,}67\;\frac{J}{K}$$

PV = mRT CON V = COST

ISOBARA $P_I = P_C$

$$\Delta S_{IC} = \int_I^C \left(\frac{\delta Q}{T}\right)_{REV} = \int_I^C \frac{mC_p\,dT}{T} = mC_p \ln\left(\frac{T_C}{T_I}\right) = mC_p \ln\left(\frac{V_C}{V_I}\right) = mC_p \ln\left(\frac{V_C}{V_B}\right)$$
$$= 2\,\text{mol}\;\frac{5}{2}\;8{,}314\frac{J}{\text{mol K}} \ln\left(\frac{6V_A}{2V_A}\right) = 5 \cdot 8{,}314\frac{J}{K}\ln(3) = 45{,}67\;J/K$$

$$\Delta S_{TOT} = \Delta S_{BI} + \Delta S_{IC} = 1\;J/K$$