

1 Esercizio

Si intende effettuare un esperimento utilizzando un fascio di Kaoni carichi di 300 MeV/c forniti da un canale di trasporto magnetico. Il fascio di Kaoni e' tuttavia contaminato da un numero non trascurabile di protoni. Si vuole misurare la percentuale di protoni presenti nel fascio mediante una discriminazione basata sul range, da effettuarsi con un contatore di particelle e un assorbitore costituito da spessori di un cm di materiale plastico (lucite, densita' $1g/cm^3$) da porsi davanti al contatore. Si conosce il range di protoni di 500 MeV/c che e' pari a $14.2g/cm^2$. E' possibile discriminare le 2 particelle? Quanti spessori si dovranno usare? Si trascurino effetti legati alle fluttuazioni di range ed al decadimento dei K.

2 SOLUZIONE

Nella zona non relativistica il range di una particella di massa M, carica z ed energia E e': $R(E) = \frac{k}{Mz^2} E^2$ Siccome le particelle sono non relativistiche (giustificare), possiamo usare la formula precedente. Calcoliamo le energie in gioco:

$E_K(p = 300MeV/c) = 84MeV$ ed $E_p(p = 300MeV/c) = 48MeV$, mentre $E_p(p = 500MeV/c) = 125MeV$.

Sapendo che $R(E_p = 125MeV) = 14.2g/cm^2$ possiamo ricavare k:

$k = 14.2 * 938/125^2 = 0.85gMeV^{-1}cm^{-2}$ Pertanto il range del Kaone sara'

$R_K(300MeV/c) = k \cdot (84^2)/494gcm^{-2} = 12.1gcm^{-2}$ mentre quello dei protoni sara'

$R_p(300MeV/c) = k \cdot (48^2)/938gcm^{-2} = 2.1gcm^{-2}$.

Tenendo conto della densita' ne viene che

$r_K(300MeV/c) = 12.1cm$ ed $r_p(300MeV/c) = 2.1cm$ Bastera' quindi introdurre uno spessore di 3 cm per fermare tutti protoni e lasciar passare tutti i K.

1 Esercizio

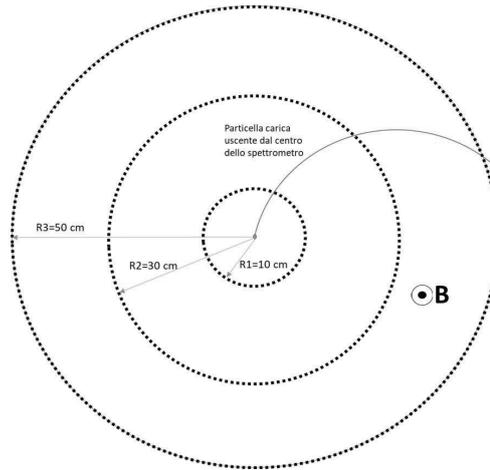


Figure 1: Sezione trasversale dello spettrometro con indicate le posizioni delle 3 camere a fili concentriche e ed un esempio di una particella carica uscente dal centro dello spettrometro

Dal centro di uno spettrometro vengono emesse, in seguito all'interazione tra due fasci collidenti, particelle cariche di impulso variabile fino a $0.5 \text{ GeV}/c$. Lo spettrometro ha una simmetria cilindrica (l'asse coincide con quello dei fasci collidenti), un raggio di 0.5 m ed è equipaggiato con 3 strati di rivelatori traccianti, anch'essi a simmetria cilindrica, posti a raggi $R_1=10 \text{ cm}$, $R_2=30 \text{ cm}$ e $R_3=50 \text{ cm}$ e costituiti da camere a fili con i fili paralleli all'asse del cilindro.

Si è interessati a rivelare particelle anche nella regione di basso impulso, a partire da $p_m = 0.05 \text{ GeV}/c$. Qual è il valore massimo B_M dell'intensità del campo magnetico utilizzabile che permette di rivelare particelle di carica unitaria e di impulso $0.05 \text{ GeV}/c$? Si noti che per poter essere rivelata una particella deve uscire dallo spettrometro in modo da poter interagire con il resto dell'apparato esterno allo spettrometro (non mostrato in figura). Si consideri per semplicità il problema proiettato su un piano perpendicolare all'asse dello spettrometro (vedi figura).

Supponendo di aver applicato il campo magnetico B_M si valuti quale potere di risoluzione spaziale σ_x è richiesto alle camere a fili per ottenere un potere risolutivo $\frac{\sigma_x}{p}$ sull'impulso pari al 5% quando l'impulso è pari a $p = 0.5 \text{ GeV}/c$. Si supponga di utilizzare il metodo della saggitta per la misura dell'impulso e si giustifichi se è ragionevole farlo.

SOLUZIONE.

Affinchè una particella carica possa venir rivelata essa deve avere un raggio di curvatura ρ superiore a metà del raggio dello spettrometro. A soglia dev'essere pertanto $\rho = 0.5/2 \text{ m} = 0.25 \text{ m}$. Essendo $p[\text{GeV}/c] = 0.3B[T]\rho[\text{m}]$, per un impulso di $0.05 \text{ GeV}/c$ questo implica l'introduzione di un campo magnetico non superiore a un valore massimo pari a $B_M = \frac{0.05}{0.3 \cdot 0.25} \text{ m} = 0.67 \text{ T}$.

Siccome il potere risolutivo sull'impulso ha la seguente dipendenza dagli altri parametri

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (1)$$

Siccome per un valore dell'impulso $p = 0.5 \text{ GeV}/c$ risulta $\rho = 2.5 \text{ m}$, ne viene che è ragionevole assumere che la saggitta equivalga all'incirca alla distanza tra la prima e la terza camera a fili

($L = 40\text{cm}$) e che l'angolo di deflessione θ sia sufficientemente piccolo: $\theta \sim 0.4/2.5 = 0.16$. Ne viene che dovrà essere

$$\frac{\sigma_p}{p} = 0.05 = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8 \cdot 0.5}{0.3 \cdot 0.67 \cdot 0.4^2} \sigma_x \quad (2)$$

ovvero

$$\sigma_x = 0.05 \sqrt{\frac{2}{3}} \frac{0.3 \cdot 0.67 \cdot 0.4^2}{8 \cdot 0.5} m = 0.00033 \text{ m} \quad (3)$$

Il potere risolutivo spaziale dev'essere pertanto pari a $330\mu\text{m}$

1 Esercizio

Un fascio di particelle selezionato in impulso mediante un canale di trasporto magnetico e' composto da un insieme di π^+ , K^+ e protoni di impulso pari a 400 MeV/c. Il fascio e' diretto su un bersaglio di grafite su cui si vogliono studiare reazioni indotte da kaoni. Si decide pertanto di selezionare solamente gli eventi contenenti K^+ . Ci sono a disposizione delle lastre di tre materiali diversi con cui costruire rivelatori Cherenkov: 1) plexiglass ($n=1.491$), 2) vetro tipo SF5 ($n= 1.67$) e 3) vetro tipo SF6 ($n=1.81$). Si provi a verificare se, con i materiali a disposizione, e' possibile costruire un sistema di due sottili rivelatori, da inserire tra l'uscita del tubo di fascio ed il bersaglio, la cui risposta identifichi in modo univoco il passaggio di un mesone K^+ .

SOLUZIONE.

Sfruttando la diversa soglia Cherenkov delle tre particelle si vuole vedere se e' possibile far si' che le 3 particelle diano una risposta diversa nei 2 rivelatori. In particolare si vogliono delle soglie tali che il pione dia risposta in entrambi i rivelatori (sopra soglia per entrambi), il Kaone dia risposta (sia sopra la soglia Ch.) solo in uno dei rivelatori ed infine che il protone non sia mai sopra soglia Cherenkov (nessuna risposta). Valutiamo pertanto il valore di β per le tre particelle ed i valori di soglia dei tre rivelatori. Il valore di β si puo' calcolare come $\beta = p/E$, essendo

$$E = \gamma mc^2$$

$$p = \gamma m\beta c$$

. Risulta pertanto:

$$\beta_{\pi^+} = 400/\sqrt{400^2 + 139.6^2} = 0.944$$

$$\beta_{K^+} = 400/\sqrt{400^2 + 493.7^2} = 0.6295$$

$$\beta_p = 400/\sqrt{400^2 + 938^2} = 0.3923$$

Il valore di soglia Cherenkov per i 3 materiali e'

PLEXI: $\beta_t h = 1/1.491 = 0.67069$

SF5: $\beta_t h = 1/1.67 = 0.5988$

SF6: $\beta_t h = 1/1.81 = 0.552$

Ne risulta pertanto che il π^+ e' sopra la soglia di tutti i rivelatori, il K solo dei due vetri, mentre il protone non e' sopra soglia in nessun caso. Utilizzando pertanto un rivelatore di plexiglass e uno dei due rivelatori di vetro (indifferente quale), al passaggio di un kaone si avra' segnale nel solo rivelatore di vetro. Tale risposta mi caratterizza in modo univoco il passaggio di un kaone.

1 Esercizio

Kaoni e pioni carichi di impulso massimo pari a 700 MeV/c vengono rivelati mediante uno spettrometro che ne misura l'impulso. Accoppiato allo spettrometro vi è un misuratore di tempo di volo che viene utilizzato per discriminare in massa le particelle cariche. Il misuratore di tempo di volo tof è composto dai *START* e *STOP*, due rivelatori identici ($tof = STOP - START$) posti ad una distanza $L=1$ m e con un potere risolutivo temporale pari a σ_t .

Si calcoli quale valore di σ_t devono possedere i due rivelatori affinché sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni quando questi possiedono il massimo dell'impulso. Si consideri significativa una differenza in tempo di volo se essa è maggiore di $3 \sigma_{tof}$.

Qualora si avessero a disposizione due rivelatori con $\sigma_t = 800ps$ quanto dovrebbero essere distanti i due rivelatori *START* e *STOP* affinché sia possibile discriminare in massa i Kaoni dai pioni a 700 MeV/c?

Si usino i seguenti valori approssimati per le masse e per la velocità della luce:
 $m_K = 494MeV/c^2$, $m_\pi = 140MeV/c^2$, $c = 3 \cdot 10^8 m/s$

SOLUZIONE.

Calcoliamo l'energia dei pioni e K:

$$E_\pi = \sqrt{140^2 + 700^2} MeV = 714 MeV$$

$$E_K = \sqrt{493^2 + 700^2} MeV = 857 MeV$$

Siccome $\beta = cp/E$ possiamo calcolare i valori di β per i pioni e K:

$$\beta_\pi = 0.98$$

$$\beta_K = 0.82$$

Ne viene che

$$tof_\pi = L/\beta_\pi c = 3.4 ns$$

$$tof_K = L/\beta_K c = 4.1 ns$$

e quindi la differenza di tempo di volo è

$$\Delta_{tof} = 0.7 ns$$

Siccome $\sigma_{tof} = \sqrt{2}\sigma_t$ e dev'essere

$$\Delta_{tof} \geq 3\sigma_{tof} = 3\sqrt{2}\sigma_t$$

$$\sigma_t \leq \Delta_{tof}/3\sqrt{2} = 0.7/\sqrt{23} = 165 ps$$

Qualora fosse $\sigma_t = 800ps$ sarebbe

definendo $L' = kL$

$$k \times \Delta_{tof} = k \times 0.7 ns \geq 3\sqrt{2} \cdot 0.8$$

cioè

$$k \geq 3\sqrt{2} \cdot 0.8/0.7$$

= 4.5 cioè $L' = 4.5m$

1 Esercizio

1. Uno spettrometro ha come elementi traccianti tre camere a filo C1, C2 e C3 poste in $X_1=0$, $x_2=30$ cm e $x_3= 60$ cm rispettivamente. Le camere misurano la coordinata y delle particelle che le attraversano con una risoluzione $P/\sqrt{12}$ essendo P il passo tra i fili. Per vincoli costruttivi si richiede che il raggio di curvatura di una particella di carica unitaria sia pari a 30 cm per impulsi $p = 100MeV/c$.

Domanda: quale dovrà essere il passo P affinché sia possibile effettuare una misura dell'impulso di protoni di $1 \text{ GeV}/c$ con una risoluzione $\sigma_p/p = 5\%$?

Svolgimento.

Si ricordano le seguenti formule:

$$p = 0.3BL\rho \quad (1)$$

con p in $[\text{GeV}/c]$, B in $[\text{Tesla}]$ e ρ in $[\text{m}]$; e

$$\frac{\sigma_p}{p} = \frac{\sigma_s}{s} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_x \quad (2)$$

Sarà:

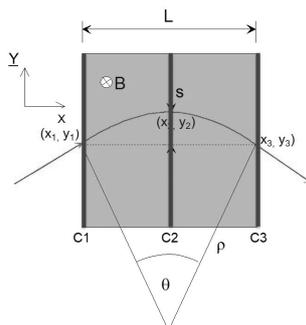
$$B = 0.1/0.3/0.3 = 1.1T$$

mentre

$$\frac{\sigma_p}{p} = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8p}{0.3BL^2} \sigma_y = \sqrt{\frac{3}{2}} \frac{8}{0.3 \cdot 1.1(0.6)^2} P/\sqrt{12} = 0.05 \quad (3)$$

da cui

$$P = 2.1mm$$



1 Esercizio

A causa di un intenso flusso di fotoni di bassa energia e' necessario provvedere a schermare una estesa area di lavoro. I fotoni hanno energie variabili fino a circa 1 MeV, cioe' ad un valore inferiore a quello (di circa 8 MeV) dove il ferro presenta la massima trasparenza in seguito a una progressiva diminuzione del coefficiente di assorbimento. Si pensa di utilizzare degli spessori di ferro ($\rho = 7.8 \text{ gcm}^{-3}$). Si intende ridurre, su tutto lo spettro energetico, il flusso di fotoni di un un fattore 10^{-3} almeno e si conosce il valore del coefficiente di assorbimento a 1 MeV:

$$\mu(1 \text{ MeV}) = 7 * 10^{-2} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

Quale spessore di ferro e' necessario introdurre? Il coefficiente di assorbimento relativo alla sezione d'urto fotoelettrica a $E=100 \text{ KeV}$ e' pari a

$$\mu(0.1 \text{ MeV}) = 2 * 10^{-1} \text{ cm}^2 \text{ g}^{-1}$$

. Se il flusso di fotoni fosse tutto di questa energia quale spessore sarebbe sufficiente? Tale spessore sarebbe sufficiente per schermare le energie inferiori ai 100 KeV?

2 SOLUZIONE

Siccome il coefficiente di attenuazione decresce fino al valore di minimo posto a 10 MeV, il valore a 1 MeV e' il valore minimo nell'intervallo 0-1 MeV. Pertanto lo spessore di ferro sufficiente a schermare ad 1 MeV sara' a maggior ragione sufficiente a schermare a energie inferiori. Siano Φ e Φ_0 i flussi di fotoni incidenti e trasmessi attraverso lo spessore di ferro; dovra' essere

$$\Phi/\Phi_0 = 10^{-3} = e^{-\mu(1 \text{ MeV}) \cdot X} = e^{-\mu(1 \text{ MeV}) \cdot \rho \cdot x}$$

pertanto

$$\ln(10^{-3}) = \ln(e^{-0.07 \cdot 7.8x})$$

ovvero

$$x = 3/[0.546 \cdot \ln(10)] = 12.6 \text{ cm}$$

A 100 keV non conosciamo il coeff. di assorbimento ma solo la sua componente fotoelettrica, che sara' inferiore a quella totale. Possiamo perciò calcolarci solamente un valore di spessore che sara' sicuramente sovrastimat. Come prima

$$10^{-3} = e^{-\mu(0.1 \text{ MeV}) \cdot \rho \cdot x}$$

$$\ln(10^{-3}) = \ln(e^{-0.2 \cdot 7.8 \cdot x})$$
$$x = 3 / [0.2 \cdot 7.8 \cdot \ln(10)] = 1.92 \text{ cm}$$

Data la dipendenza energetica della sezione d'urto fotoelettrica, velocemente discendente con l'energia, tale spessore sarà sicuramente sufficiente a schermare alle energie inferiori a 100 KeV.

Compito 15 luglio 2019

1 Esercizio

Un fascio monocromatico e collimato di raggi gamma di 0.8 MeV viene utilizzato per ottenere degli elettroni di energia ben definita facendo incidere i fotoni su un sottile bersaglio di carbonio e utilizzando solo gli elettroni uscenti dalla sorgente in coincidenza ad un fotone diffuso e rivelato ad un angolo ben definito mediante un rivelatore di piccola accettazione.

Per validare il metodo gli sperimentatori mettono il rivelatore di fotoni a 30 cm dal bersaglio e ad un angolo di 60 gradi e misurano il tempo di volo degli elettroni emessi in coincidenza mediante uno scintillatore a grande copertura angolare posto a 90 cm dal bersaglio.

I due scintillatori, opportunamente calibrati, vengono utilizzati per fornire lo START (il rivelatore di fotoni) e lo STOP (lo scintillatore) e misurare quindi l'intervallo di tempo $\text{TOF} = \text{STOP} - \text{START}$.

Qual e' l'energia attesa dell'elettrone? Quale intervallo di tempo TOF ci si attende di misurare come valor medio? $m_e = 0.51 \text{MeV}/c^2$.

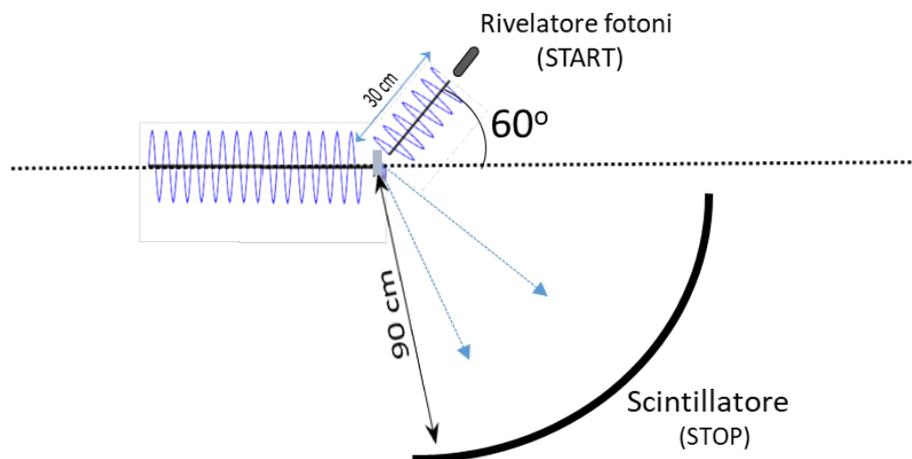


Figure 1: Schema dell'apparato sperimentale

2 SOLUZIONE

La formula (nota) dell'energia dell'elettrone diffuso in seguito a diffusione Compton di un fotone ad angolo θ e'

$$E_e = E_\gamma \frac{(E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)}{1 + (E_\gamma/mc^2)(1 - \cos\theta)} \quad (1)$$

e quindi, essendo $\theta = 60^\circ$ e $E_\gamma = 0.8MeV/c^2$ ne viene

$$E_e = 0.8 \frac{(0.8/0.51)0.5}{1 + (0.8/0.51)0.5} MeV = 0.351MeV \quad (2)$$

Siccome

$$\beta = pc/E$$

calcoliamo

$$E = (20.351 + 0.511)MeV = 0.863MeV$$
$$p = \sqrt{0.863^2 - 0.511^2}MeV/c = 0.695MeV/c$$

E quindi

$$\beta = pc/E = 0.695/0.863 = 0.805$$

Il TOF atteso dato dalla differenza tra il tempo impiegato dall'elettrone e quello impiegato dal fotone per raggiungere i rispettivi rivelatori, per cui

$$TOF = 90cm/0.805c - 30cm/c = (3/0.805 - 1)ns = 2.73ns$$

Compito 1 luglio 2019

1 Esercizio

Un fascio di kaoni positivi di 5 MeV viene fatto incidere su di uno scintillatore di 1 mm di spessore, all'interno del quale i K^+ si fermano. Il K^+ decade nel 63.6 % dei casi nella coppia $\mu^+\nu_\mu$. Si vuole misurare la vita media dei kaoni andando a porre un rivelatore a luce Cherenkov subito di fronte allo scintillatore misurando l'intervallo di tempo intercorso tra l'arrivo del K^+ sullo scintillatore (START) e quello del muone di decadimento (STOP). Il rivelatore Cherenkov e' composto da uno spessore di 2 cm di perspex ($n=1.49$, $\rho = 1.2g/cm^3$) accoppiato ad un fotomoltiplicatore.

1) Il muone sara' in grado di dare un segnale Cherenkov? In che modo si potrebbe determinare la vita media del kaone?

2) Siccome il fotomoltiplicatore fornisce molti segnali di STOP dovuti al rumore elettronico si decide di mettere in coincidenza un secondo rivelatore Cherenkov identico al primo e subito adiacente ad esso. Il secondo rivelatore dara' un segnale Cherenkov al passaggio del muone? Si assuma che il muone abbia una $dE/dX = 2.5MeV/g * cm^2$ e si considerino per semplicita' solo muoni incidenti perpendicolarmente ai rivelatori.

3) Si sarebbe potuto utilizzare un rivelatore Cherenkov anche per la rivelazione dei K^+ e la determinazione dello START?

Si trascuri l'energia persa dal muone all'interno dello scintillatore. Si usino i seguenti valori per le particelle in questione: $m_K = 494MeV$ $m_\nu = 0MeV$ $m_\mu = 106MeV$

2 SOLUZIONE

1) Il decadimento in due corpi comporta che le due particelle siano emesse al medesimo impulso calcolabile tramite la relazione

$$|\vec{p}| = \frac{\sqrt{\left[M^2c - (m_1 - m_2)^2c\right] \left[M^2c - (m_1 + m_2)^2c\right]}}{2M} \quad (1)$$

Utilizzando i valori indicati si ottiene

$$p = 236MeV/c$$

Siccome vogliamo calcolarci $\beta = p/E$ calcoliamo $E_\mu = \sqrt{p_\mu^2 + m_\mu^2} = \sqrt{236^2 + 106^2} = 259MeV$

ed infine

$\beta_\mu = 236/259 = 0.91$ Siccome la soglia Cherenkov per il rivelatore e' a $\beta = 1/n = 0.67$ il muone fornira' sicuramente un segnale Cherenkov.

2) La perdita di energia nel primo rivelatore e' pari a $\Delta E = dE/dX \times 2cm \times 1.2g/cm^3 = 2.5MeV/g * cm^2 \times 2cm \times 1.2g/cm^3 = 6MeV$ e quindi il muone entra nel secondo rivelatore con un'energia pari a $259-6=253$ MeV e un impulso pari a $p_{\mu 2} = \sqrt{253^2 - 106^2} = 230MeV/c$. Ne viene che la velocita' $\beta_{\mu 2} = 230/253 \sim 0.91$ e' ancora largamente sopra soglia.

3) Un K di 6 MeV ha una velocita' $\beta \sim 0.02$ che e' largamente sotto soglia e quindi non puo' fornire alcun segnale Cherenkov.

Compito 19 giugno 2019

1 Esercizio

Un apparato sperimentale costituito da uno spettrometro, per la misura dell'impulso, e da un sottile (0.5 cm) rivelatore di scintillatore plastico, posto subito fuori dallo spettrometro allo scopo di misurare il rilascio di energia delle particelle cariche, viene utilizzato per identificare in massa frammenti nucleari costituiti da nuclei di deuterio, trizio ed ${}^3\text{He}$. Si e' interessati in particolare a identificare tali nuclei leggeri nella regione di impulso vicina a $p = 4 \text{ GeV}/c$.

A $4 \text{ GeV}/c$ la perdita media di energia dei tritoni nello scintillatore e' pari a $\langle \Delta E_t \rangle = 1 \text{ MeV}$,

Si chiede se sara' possibile discriminare la massa dei deutoni e dei nuclei di ${}^3\text{He}$ da quella dei tritoni, richiedendo come criterio di discriminazione che la differenza delle energie medie rilasciate sia maggiore della somma delle FWHM (larghezze a meta' altezza).

Si consideri che la risposta dello scintillatore fluttua all'incirca del 20% (cioe' la risoluzione $R = FWHM / \langle \Delta E \rangle = 20\%$).

Per semplicita' si assuma che le masse dei nuclei in oggetto siano: $m_t = m_{3\text{He}} = 3/2 m_d$, essendo $m_d = 1.88 \text{ GeV}/c^2$ e si trascurino le dipendenze logaritmiche.

2 SOLUZIONE

Siccome la perdita di energia per collisione, descritta dalla curva di B-B, dipende da z^2/β^2 della particella incidente, trascurando la dipendenza logaritmica, e' possibile valutare, a partire dalla perdita di energia del tritone, $\langle E_t \rangle = 1 \text{ MeV}$, quella degli altri nuclei.

$$\langle \Delta E_d \rangle = \langle \Delta E_t \rangle \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2}$$

Si tratta pertanto di valutare la velocita' dei 3 nuclei, ad esempio tramite la relazione $\beta = P/E$

$$m_t = m_{3\text{He}} = m_d * 3/2 = 2.82 \text{ GeV}/c^2$$

$$E_d = \sqrt{P^2 + m_d^2} = \sqrt{16 + 1.88^2} \text{ GeV} = 4.42 \text{ GeV}$$

$$E_t = E_{3\text{He}} = \sqrt{P^2 + m_t^2} = \sqrt{16 + 2.82^2} \text{ GeV} = 4.89 \text{ GeV}$$

$$\beta_d = 0.90$$

$$\beta_t = \beta_{3\text{He}} = 0.82$$

Pertanto,

$$\langle \Delta E_d \rangle = \langle \Delta E_t \rangle \frac{z_d^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_d^2} = 1 \text{ MeV} \times (0.82/0.9)^2 = 0.83 \text{ MeV} \text{ e}$$

$$\langle \Delta E_{3\text{He}} \rangle = \langle \Delta E_t \rangle \frac{z_{3\text{He}}^2}{z_t^2} \times \frac{\beta_t^2}{\beta_{3\text{He}}^2} = 1 \text{ MeV} \times 4 = 4 \text{ MeV}$$

Ne viene che

$$FWHM_d = 0.2 \times 0.86 \text{ MeV} = 0.172 \text{ MeV}$$

$$FWHM_t = 0.2 \times 1 \text{ MeV} = 0.2 \text{ MeV}$$

$$FWHM_{^3\text{He}} = 0.2 \times 4 \text{ MeV} = 0.8 \text{ MeV}$$

e

$$FWHM_d + FWHM_t = 0.372 \text{ MeV}$$

$$FWHM_{^3\text{He}} + FWHM_t = 1 \text{ MeV}$$

$$\langle \Delta E_{^3\text{He}} \rangle - \langle \Delta E_t \rangle = 3 \text{ MeV} > 1 \text{ MeV}$$

$$\langle \Delta E_t \rangle - \langle \Delta E_d \rangle = 0.17 \text{ MeV} < 0.372 \text{ MeV}$$

E' pertanto possibile discriminare il tritone da nucleo di ^3He ma non dal deutone.

Compito 20 giugno 2018

1 Esercizio

L'isotopo ^{241}Am e' un emettitore di particelle α di energia $E_\alpha \sim 5.5\text{MeV}$ e di γ di 60 keV. Lo si vuole utilizzare per irraggiare un bersaglio con i soli raggi γ introducendo un assorbitore tra la sorgente ed il bersaglio.

Il sistema si trova in una camera a vuoto e come assorbitori sono a disposizione fogli di polietilene di vari spessori

1. Quale spessore di polietilene e' necessario per fermare le particelle alfa (si trascurino le fluttuazioni del valore del range)?

Suggerimento: Si utilizzi la relazione empirica

$$R^{air}[cm] = 0.318 E_\alpha^{\frac{3}{2}}$$

(E_α e' espresso in MeV), per la determinazione del cammino residuo (range) in aria ed il fatto che il range massico (cioe' espresso in unita' di spessore equivalente di g/cm^2) in aria e nel polietilene sono in prima approssimazione, uguali.

Dati: Densita' del polietilene: $\rho_p = 0,94g/cm^3$, numero atomico medio del polietilene: $\bar{Z}_p = 5.3$); densita' dell'aria $\rho_{air} = 1.210^{-3}g/cm^3$.

2. Se lo spessore di polietilene piu' sottile a disposizione e' di 100 μm , quale percentuale di fotoni verra' trasmessa dalla sorgente al bersaglio?

Il coefficiente di assorbimento del polietilene per fotoni di 60 keV e' $\mu_p = 0.0049cm^2/g$

3. Se al posto del polietilene mettessimo uno strato di piombo di 100 μm di spessore quale sarebbe la percentuale di fotoni che arriverebbe sul bersaglio?

Si ricordi che $\rho_{Pb} = 11.3g/cm^3$, $Z=82$ e $\mu_{Pb} = 4.43cm^2/g$.

Si giustifichi qualitativamente il risultato in termini di sezioni d'urto.

1.1 Soluzione

Calcoliamo dapprima il range delle particelle alfa in aria

$$R^{air}[cm] = 0.318 E_\alpha^{\frac{3}{2}} = 0.318 \cdot 5.5^{\frac{3}{2}} = 4.1cm$$

questo corrisponde ad uno spessore equivalente di

$$R_{eq}^{air} = R^{air} \rho_{air} = 4.1 \cdot 1.2 \cdot 10^{-3}g/cm^2 = 4.92 \cdot 10^{-3}g/cm^2$$

Siccome in prima approssimazione questo e' anche equivalente al range in polietilene espresso in unita' di spessore massico sara'

$$R^p[cm] = R_{eq}^{air} \frac{1}{\rho_p} = 4.1 \frac{1}{0.94} cm = 52.3 \mu m$$

La percentuale di fotoni trasmessa e'

$$P = e^{\mu_p X}$$

essendo $X = \rho_p x$ lo spessore massico attraversato, ed $x = 100 \mu m$ lo spessore del polietilene. Ne viene

$$P = e^{-\mu_p X} = e^{0.00490,94 \cdot 10^{-2}} = 0.99998$$

Nel caso di uno spessore identico di piombo si avrebbe

$$P_{Pb} = e^{-\mu_{Pb} X} = e^{4.4311,3 \cdot 10^{-2}} = 0.6$$

Siccome il coefficiente di assorbimento e' $\mu = N_0 \sigma$, e' proporzionale al prodotto della sezione d'urto e del numero di centri diffusori per unita' di volume N_0 , essendo N_0 simile nei due casi, ne risulta che la sezione d'urto sul piombo (per fotoni di 60 keV) e' all'incirca 3 ordini di grandezza maggiore nel caso del piombo che e' compatibile con la differenza di numero atomico nei due casi e la *forte* dipendenza da Z dell'effetto fotoelettrico.