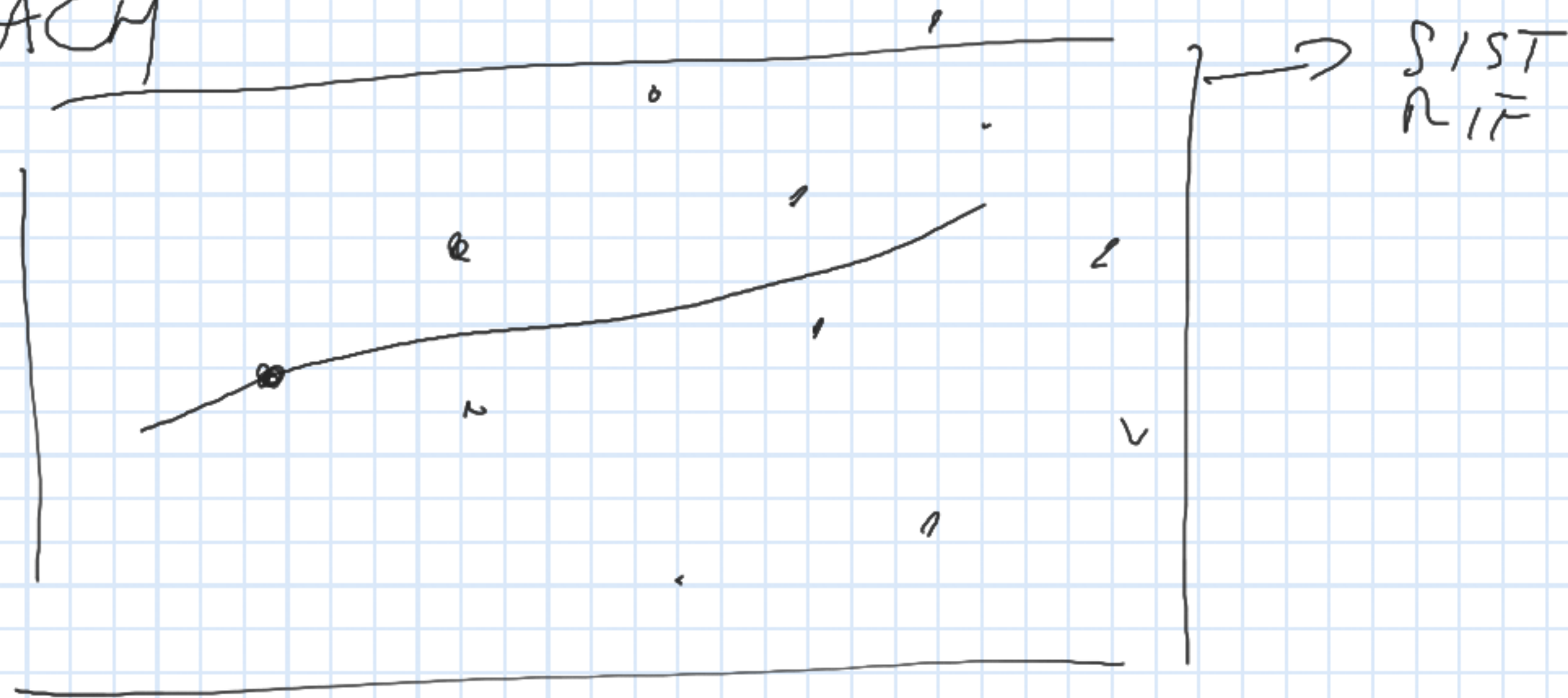
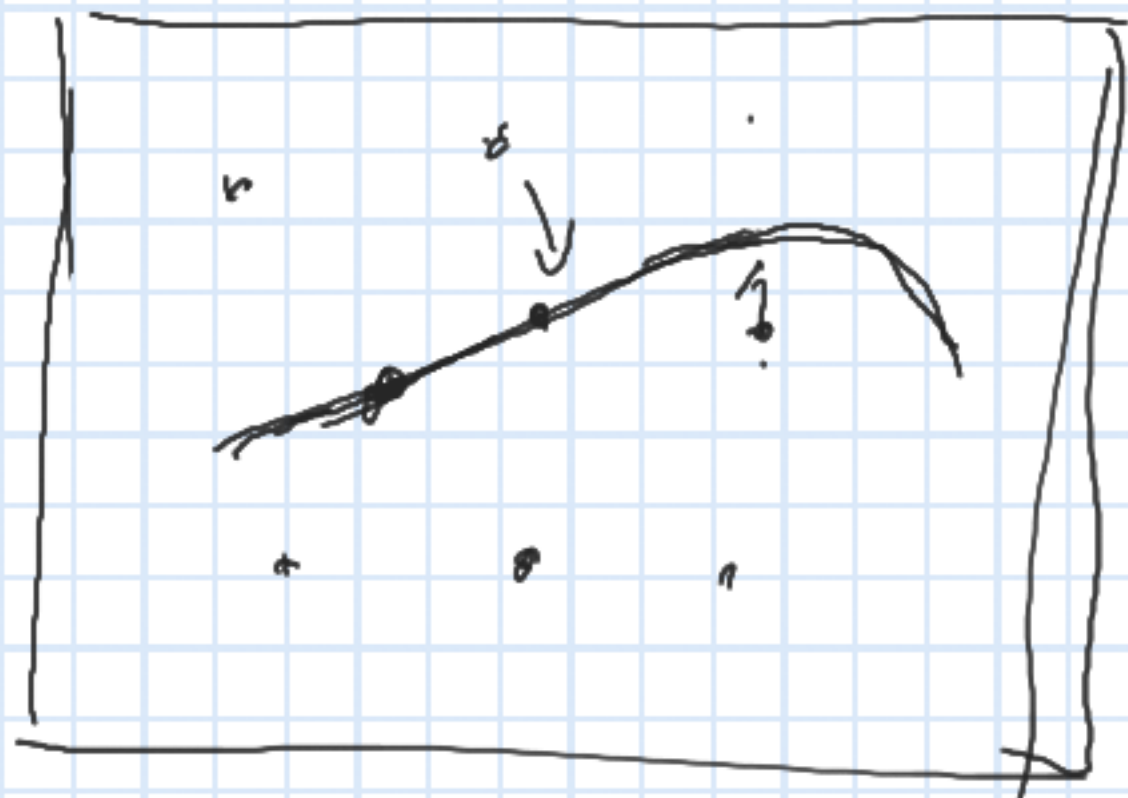


- NEWTON

- SISTEMA DI RIFERIMENTO  
ASSOLUTO

- ERNST MACH





$$ds^2 = \eta_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta$$

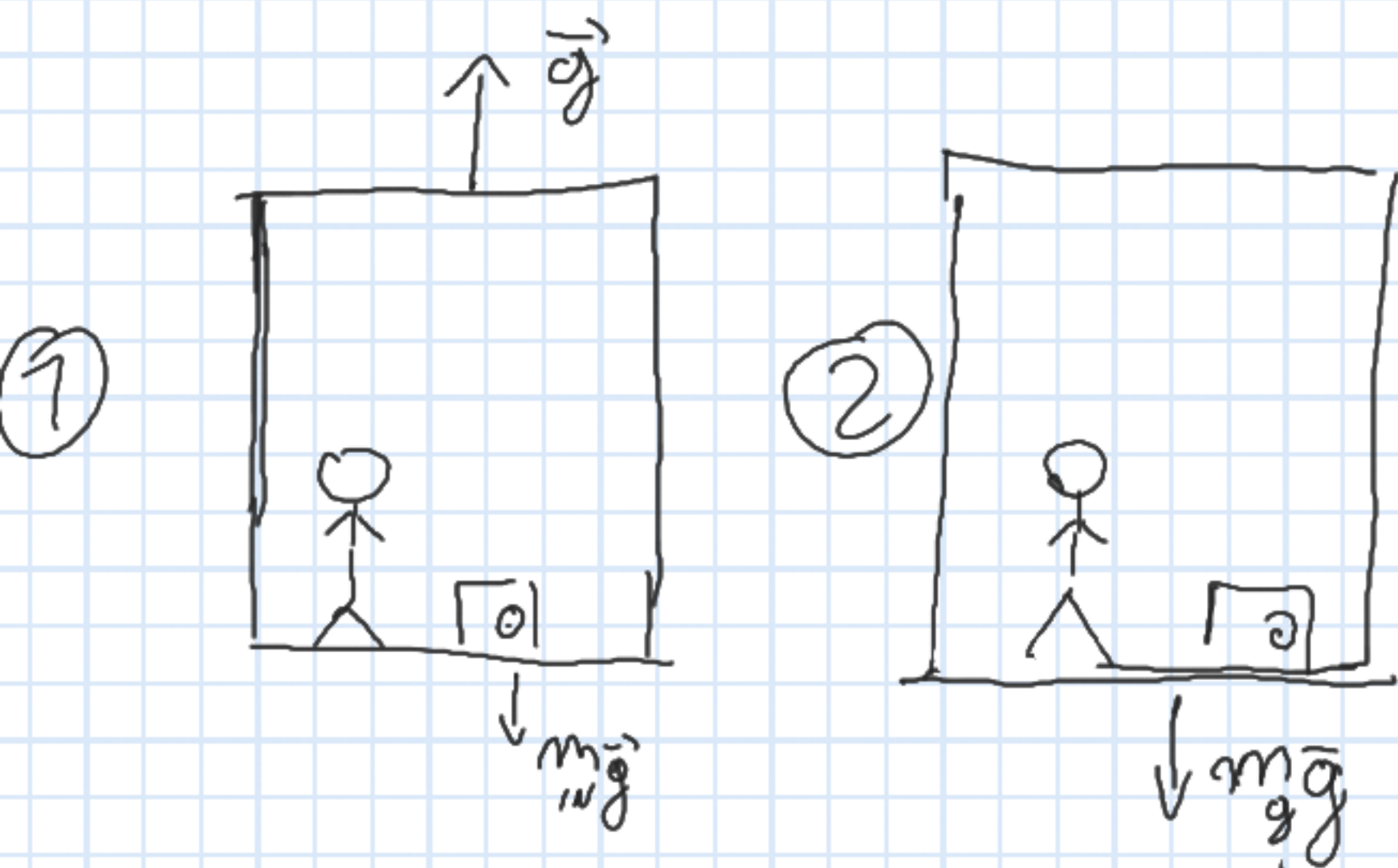
$$ds^2 = \underbrace{g_{\alpha\beta}}_{\text{gravitazione?}} dx^\alpha dx^\beta$$

gravitazione?

$$g_{\alpha\beta} \equiv \eta_{\alpha\beta} + \mathcal{O}(|x|^2) = \text{SISTEMA DI RIFERIMENTO LOCALMENTE INERZIALE}$$

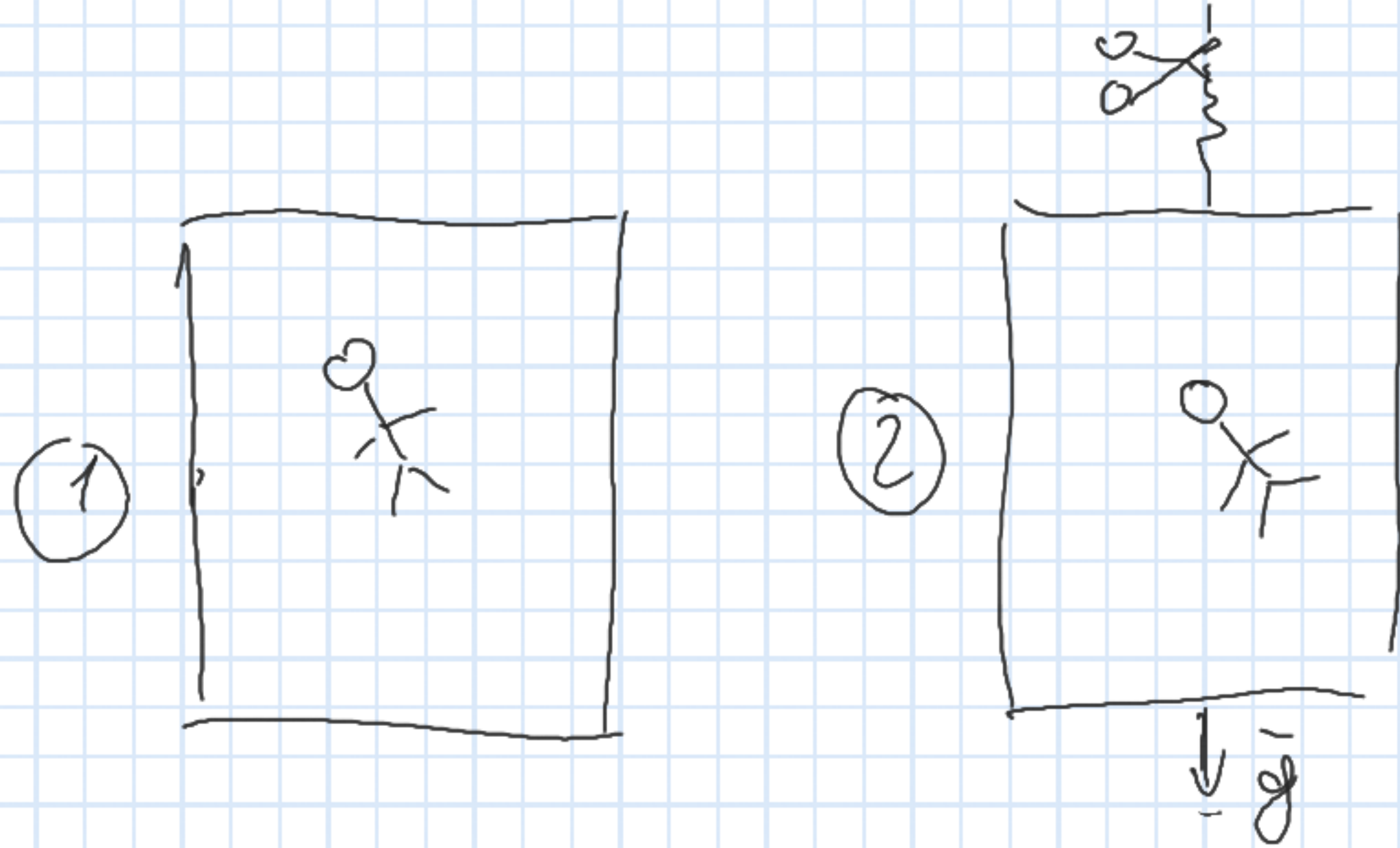
$$R^{\alpha}_{\beta\gamma\delta} \Rightarrow \text{GRAVITAZIONE CURVA LO SPAZIO-TEMPO}$$

# PRINCIPIO DI EQUIVALENZA



$$m_{in} = m_{gravitazionale}$$

A MENO DI (G)



- ① MOTO RETTILINEO UNIFORME NEL VUOTO
- ② CADUTA LIBERA IN UN CAMPO GRAVITAZIONALE

- IN UN SISTEMA IN CADUTA LIBERA VALGONO LOCALMENTE LE LEGGI DELLA REL. RISTRETTA
- PRINCIPIO DI EQ.  $\Rightarrow$  TUTTE LE LEGGI DELLA FISICA SIANO LE STESSA IN UN SISTEMA LOCALMENTE INERZIALE
- GLI EFFETTI DI GRAVITAZIONE SCOMPAIONO IN UN SISTEMA IN CADUTA LIBERA

① SIA "COVARIANTE"  $\Rightarrow$  CHE NON CAMBI FORMA  
CON SISTEMA DI RIFERIMENTO  
(EQ. TENSORIALE)

② VALGA ANCHE IN ASSENZA DI CAMPO GRAVITAZ.  
( $g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta}$  e  $\Gamma^{\alpha}_{\beta\gamma} = 0$ )



DEVONO VALERE PER LEGGI DELLA FIS. IN PRESENZA  
DI CAMPO GRAV.



PRINCIPIO DI COVARIANZA

- LEGAME TRA CAMPO GRAVITAZIONALE E TENSORE METRICO ENTRA A LIVELLO DELLE DER. SECONDE

- IN FISICA NEWTONIANA SI PUO' MISURARE  $\Delta g / \Delta x$

$$\vec{g} = - \vec{\nabla} \phi_{\text{GRAV}} \quad \frac{\partial g}{\partial x} \propto \frac{\partial^2 \phi_{\text{GRAV}}}{\partial x^2}$$

$\Rightarrow$  C'E' UN ANALOGIA TRA  $\phi_{\text{GRAV}}$  E  $g_{\alpha\beta}$

PER NEWTON

$\Rightarrow \phi$  SODDISFA L'EQ. DI POISSON

$$\vec{g} = - \vec{\nabla} \phi$$

$$\boxed{\nabla^2 \phi = 4\pi G \rho_0}$$

- DA REL. RISTRETTA TUTTE LE FORME DI ENERGIA  
SONO EQ. ALLA MASSA

- DENSITA' DI ENERGIA DEL CAMPO GRAV.  $\propto (\bar{\nabla}\phi)^2$

$$\Rightarrow \nabla^2 \phi = 4\pi G(\rho_0 - k|\bar{\nabla}\phi|^2)$$

$$\nabla^2 \phi + k_1 |\bar{\nabla}\phi|^2 + k_2 \rho_0 = 0$$

$$F(g) = \mathcal{L}$$

- F E' UN OPERATORE DIFF. CHE AGISCE SU  $g_{\alpha\beta}$

- $k$  È COSTANTE (CHE INCLUDE  $G$ )
- $T$  DESCRIVE TUTTE LE FORME NON GRAV. DI ENERGIA  
(CHE SI RIDUCE A  $\rho_0$  IN CAMPO DEBOLE)

$T^{\alpha\beta}$  SORCENTE DEL CAMPO

$$= k T^{\alpha\beta}$$

$T_{\alpha\beta} \Rightarrow$  È SIMMETRICO E HA DIVERGENZA COVARIANTE  
NULLA, È UN TENSORE

F VOGLIAMO CHE SIA UN TENSORE, DIVERGENZA CON.  
NULLA, SIMMETRICO, DERIVATO DA  $g_{\alpha\beta}$ , LINEARE NELLE  
DER. SECONDE E QUAD. NELLE DERIVATE PRIME

$$G_{\alpha\beta} = R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} g_{\alpha\beta} R$$

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} = \kappa T_{\alpha\beta}$$

$$R_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} R g_{\alpha\beta} - \Lambda g_{\alpha\beta} = \kappa T_{\alpha\beta}$$

$$\Leftrightarrow G_{\alpha\beta} = \kappa T_{\alpha\beta}$$

$\Lambda$  e  $\kappa$  SONO COSTANTI  
 $\Lambda \equiv$  COSTANTE COSMOLOGICA

# IL LIMITE NEWTONIANO (WEAK FIELD)

- CAMPO STAZIONARIO (DERIVATA TEMPORALE NULLA)
- VELOCITA' DELLE PARTICELLE SIANO PICCOLE ( $v \ll c$ )
- A GRANDI DISTANZE IL TENSORE METRICO  $g_{\alpha\beta} \rightarrow \eta_{\alpha\beta}$
- CAMPO DEBOLE  $\Rightarrow g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}$  ( $|h| \ll 1$ )

$$\Rightarrow v \ll c \quad v/c \ll 1$$

$$* \frac{dx^0}{ds} = \frac{c dt}{c \tau} = \frac{dt}{d\tau} = \gamma \sim 1 \quad (\beta \ll 1)$$

$$* \frac{dx^i}{ds} = \frac{dx^i}{c d\tau} = \frac{1}{c} \frac{dx^i}{dt} \frac{dt}{d\tau} = \frac{v_i}{c} \frac{dt}{d\tau} \ll \frac{dt}{d\tau} = \frac{dx^0}{ds}$$

EQ. GEODETICHE  $\Rightarrow \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{\beta\gamma}^\alpha \frac{dx^\beta}{ds} \frac{dx^\gamma}{ds} = 0$

PER  $\alpha$  FISSATO

PER  $\beta, \gamma$  DA 1 A 3 TRASCURABILI

$$\frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{00}^\alpha \left( \frac{dx^0}{ds} \right)^2 = \frac{d^2 x^\alpha}{ds^2} + \Gamma_{00}^\alpha \left( \frac{dt}{ds} \right)^2 \approx 0$$

$$g_{\alpha\beta} = \eta_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta} \quad e \quad |h| \ll 1$$

$$g_{\alpha\gamma} g^{\delta\beta} = \delta_\alpha^\beta \quad e \quad \eta_{\alpha\gamma} \eta^{\delta\beta} = \delta_\alpha^\beta$$

$$\Rightarrow \text{DEF} \quad \boxed{h^{\gamma\delta} = \eta^{\gamma\alpha} \eta^{\delta\beta} h_{\alpha\beta}}$$

$$(g_{\alpha\beta} + h_{\alpha\beta}) (\eta^{\beta\delta} - h^{\beta\delta}) = g_{\alpha\beta} \eta^{\beta\delta} - g_{\alpha\beta} h^{\beta\delta} + h_{\alpha\beta} \eta^{\beta\delta} + h_{\alpha\beta} h^{\beta\delta}$$

$$= \int_{\alpha}^{\delta} - g_{\alpha\beta} \eta^{\beta\sigma} \eta^{\delta\gamma} h_{\sigma\gamma} + h_{\alpha\beta} \eta^{\beta\delta}$$

$$= \int_{\alpha}^{\delta} - \int_{\alpha}^{\sigma} \eta^{\delta\gamma} h_{\sigma\gamma} + h_{\alpha\beta} \eta^{\beta\delta}$$

$$\int_{\alpha}^{\delta} - \eta^{\delta\gamma} h_{\alpha\gamma} + h_{\alpha\beta} \eta^{\beta\delta} = \int_{\alpha}^{\delta}$$

$\gamma \rightarrow \beta$