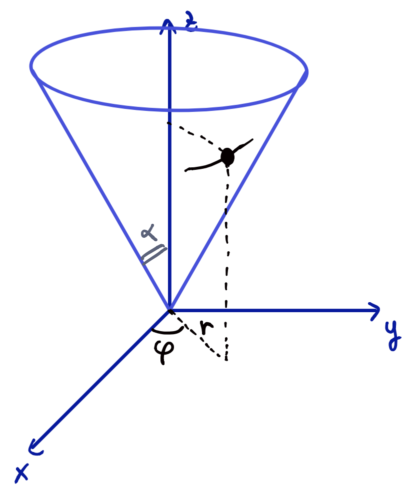
Esame di Introduzione alla Fisica Teorica — 21.06.21

Laurea triennale in Fisica, UniTS, a.a. 2020/2021

Esercizio 1

1. Dare la definizione di trasformazione canonica [2pt].
2. Che relazione intercorre tra trasformazioni canoniche e parentesi di Poisson? Spiegarlo in generale e poi applicarlo ad un caso particolare di trasformazione canonica [2pt].
3. Si definisca il flusso Hamiltoniano e si dimostri che definisce una trasformazione canonica [4pt].
4. Si dimostri il teorema di Liouville [2pt].
5. *Facoltativo: Si consideri la funzione generatrice* $F_2(q,\tilde{p}) = \frac{1}{2}q^2\tilde{p}^2$. *Si scriva la trasformazione canonica* $(p,q) = (u(\tilde{p},\tilde{q}), v(\tilde{p},\tilde{q}))$ *che essa genera. Verificare con un altro metodo che essa è canonica [1pt].*

Esercizio 2



Un punto materiale di massa m è vincolato a giacere sulla superficie di un cono come in figura. L'asse del cono è verticale e *sul sistema agisce la forza di gravità.*

1. Scrivere la Lagrangiana L del sistema, usando come coordinate libere le coordinate polari r, φ della proiezione del punto materiale sul piano orizzontale xy [2pt].
2. Scrivere le equazioni di Lagrange del sistema [1pt].
3. Si definisca cos'è una costante del moto per un sistema Lagrangiano. Si scrivano due costanti del moto per il sistema in esame, giustificando la risposta [2pt].

4. Individuare la coordinata ciclica e calcolare la Lagrangiana ridotta [2pt].

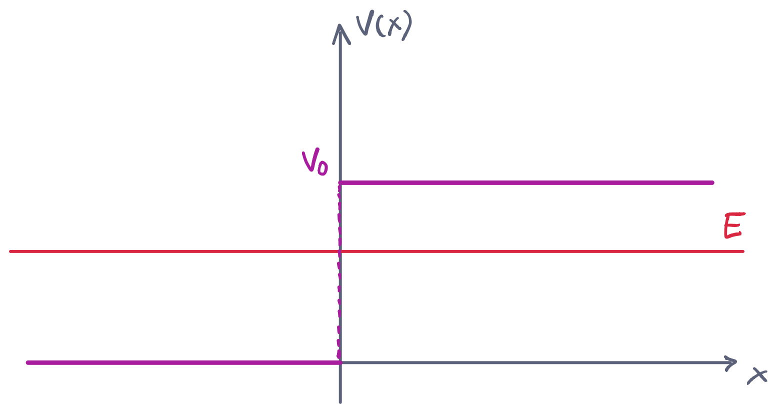
5. Tracciare il grafico del potenziale efficace e derivare il diagramma di fase del problema ridotto (unidimensionale), discrivendo a parole i vari passi per costruire il diagramma. Si usi questo risultato per descrivere qualitativamente le orbite del punto materiale sul cono [3pt].

6. Linerizzare la Lagrangiana ridotta attorno al punto di equilibrio stabile del problema ridotto e calcolare la frequenza delle piccole oscillazioni [2pt].

7. *Facoltativo: si considerino i moti circolari del sistema completo di partenza, e si determini per essi la reazione vincolare sul punto materiale, verificando che il vincolo di idealità è soddisfatto. [1pt].*

Esercizio 3

Si consideri una particella quantistica in presenza di un gradino di potenziale di altezza V_0, come in figura. Si consideri il caso in cui l'energia è $0 < E < V_0$.



1. Scrivere l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo per un generico problema unidimensionale [0,5pt].

2. Si risolva l'equazione di Schrödinger indipendente dal tempo nelle due regioni a potenziale costante [1pt].

3. Si determini la soluzione ψ_E definita su tutto l'asse reale, specificando la degenerazione degli autovalori E con $0 < E < V_0$ [3pt].

4. Si dimostri che ψ_E^* è proporzionale a ψ_E e si spieghi perché questo è atteso da quanto trovato al punto precedente [1pt].

5. Definire e calcolare i coefficienti di trasmissione e riflessione [2pt].

6. Cosa accade nel caso quantistico, che sarebbe impossibile nel corrispondente problema classico? [0,5pt]