UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2020/2021 Sessione Estiva – II Prova Scritta – 19.07.2021
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome ....**Nome** ....

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e

ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate

1) Un tornio da vasaio è costituito da un piatto orizzontale di raggio $R = 7.5$ cm che ruota attorno al suo asse verticale con un periodo $T = 0.50$ s.

a) Quanto vale la velocità angolare ω del piatto?

i) $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ii) $\omega =$ 4π rad/s

b) Qual è il modulo v della velocità lineare di un pezzetto di argilla che si trova sul bordo del piatto?

i) $v = \omega R$ ii) $v =$ 0,94 m/s

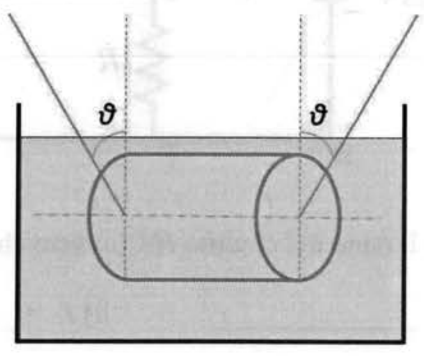
c) Qual è il modulo a dell'accelerazione centripeta del pezzetto di argilla di cui al punto precedente?

i) $a = \omega R^2$ ii) $a =$ 12 m/s^2

d) Qual è il modulo a' dell'accelerazione centripeta dello stesso pezzetto di argilla, se il periodo di rotazione viene raddoppiato?

i) $a' = \frac{1}{4} a$ ii) $a' =$ 3,0 m/s^2

2) Una fusto di latta, con pareti molto sottili, ha una massa $m = 2.5$ kg (da vuoto) ed una capacità V =15 litri. Esso viene prima riempito d'acqua, poi chiuso ermeticamente ed infine completamente immerso, mediante due funi, disposte come in figura, in una vasca piena di olio ($\rho_o = 780$ kg/m^3). Ciascuna fune forma un angolo $\theta = 30^\circ$ rispetto alla verticale. Calcolare:



a) la spinta di Archimede ***S*** subita dal fusto

i) ***S*** $= \rho_o g V$ ii) ***S*** = 115 N

b) la tensione T che devono avere le funi per mantenere il fusto in equilibrio all'interno del liquido.

i) $T = \frac{m + V(\rho - \rho_o)}{2\cos\theta} g$ ii) $T =$ 33 N

(termodinamico)

3) Una mole di gas ideale (n = 1.0) si trova in equilibrio all'interno di un cilindro mantenuto in contatto termico con un termostato alla temperatura T. Il cilindro è chiuso ermeticamente da un pistone mobile. Inizialmente, la pressione ed il volume del gas valgono rispettivamente p_i = 1.0 atm e V_i = 30 l. Successivamente, il gas effettua una espansione isoterma (sempre a temperatura T), assorbendo il calore Q = 4500 J dal termostato. Calcolare:

a) la temperatura T:

i) $T = \frac{p_i V_i}{nR}$ ii) T = 366 K

b) la variazione di energia interna ΔE_{int} del gas:

i) ΔE_{int} = 0 ii) ΔE_{int} = 0

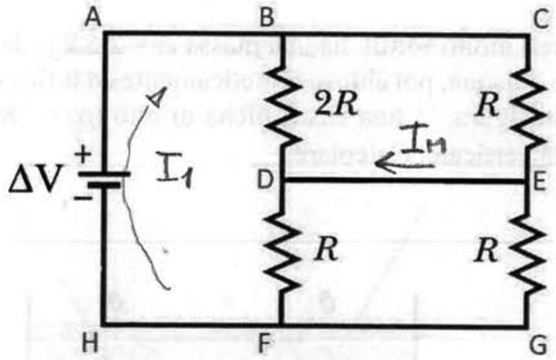
c) la variazione di entropia ΔS del gas:

i) $\Delta S = \frac{Q}{T}$ ii) ΔS = 12,3 J/K

d) Il volume finale V_f del gas:

i) $V_f = V_i \exp\left(\frac{Q}{p_i V_i}\right)$ ii) V_f = 132 l

4) Nel circuito rappresentato in figura, R = 5.0 Ω ed il generatore di tensione (ideale) fornisce una differenza di potenziale ΔV = 35.0 V. Trovare:



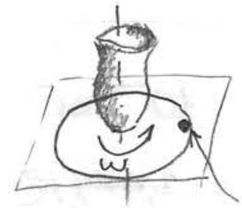
a) La corrente I_1 che percorre il ramo del circuito HA (ovvero che attraversa il generatore di tensione)

i) $I_1 = \frac{6}{7}\frac{\Delta V}{R}$ ii) I_1 = 6 A

b) La corrente I_M che percorre il ramo del circuito DE

i) $I_M = \frac{1}{7}\frac{\Delta V}{R}$ da E a D ii) I_M = 1 A da E a D

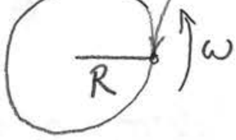
(1)



$R = 7.5 \cdot 10^{-2}\ m$

$T = 0{,}50\ s = \frac{1}{2}\ s$

pezzettino di argilla, si muove di moto circolare uniforme, con raggio R e periodo T



a) $\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi\ rad}{\frac{1}{2}\ s} = 4\pi\ \frac{rad}{s}$

b) $v = \omega R = 4\pi\ \frac{rad}{s} \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ m = 3{,}0\pi \cdot 10^{-1}\ \frac{m}{s} = 0{,}94\ \frac{m}{s}$

c) $a = \omega^2 R = \left(4\pi\ \frac{rad}{s}\right)^2 \cdot 7{,}5 \cdot 10^{-2}\ m = 1{,}2\ \pi^2\ \frac{m}{s^2} = 12\ \frac{m}{s^2}$

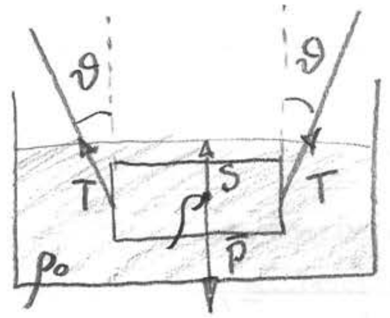
L'accelerazione centripeta risulta quindi maggiore di g, e pari circa a 1,2 g

d) $T' = 2T$

$\omega' = \frac{2\pi}{T'} = \frac{1}{2}\omega$

$a' = \omega'^2 R = \frac{1}{4} a = 0{,}3\pi^2\ \frac{m}{s^2} = 3{,}0\ \frac{m}{s^2}$

(2)



$m = 2{,}5 \text{ kg}$

$V = 15 \text{ l} = 1{,}5 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

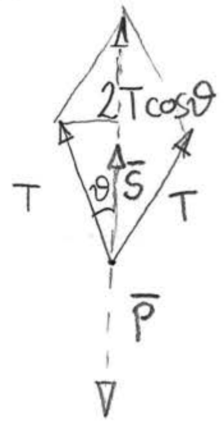
$\rho = 10^3 \text{ kg/m}^3 = 1{,}0 \text{ kg/l}$

$\rho_0 = 780 \text{ kg/m}^3 = 0{,}78 \text{ kg/l}$

a) $\vec{S}$ è verticale, diretta dal basso verso l'alto, e di modulo pari al peso del fluido spostato (in questo caso olio). Poiché le pareti sono "molto sottili", il fluido spostato ha volume V e peso:

$$S = \rho_0 g V = 0{,}78 \frac{\text{kg}}{\cancel{\text{l}}} \cdot 15 \cancel{\text{l}} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 115 \text{ N}$$

b) Le due funi agiscono in modo simmetrico, pertanto T è la stessa e le componenti orizzontali si compensano. Le componenti verticali invece si sommano e devono bilanciare il peso $\vec{P}$ e la spinta $\vec{S}$:



$$S + 2T\cos\vartheta = P$$

$$\rho_0 g V + 2T\cos\vartheta = mg + \rho g V$$

$$2T\cos\vartheta = [m + V(\rho - \rho_0)]g$$

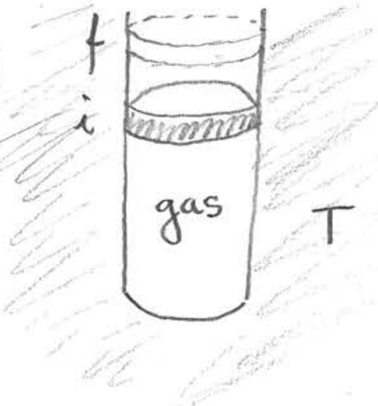
$$T = \frac{m + V(\rho - \rho_0)}{2\cos\vartheta} g$$

Sostituendo i valori numerici:

$$T = \frac{2{,}5 \text{ kg} + 15\cancel{\text{l}}(1{,}0 - 0{,}78) \text{ kg}/\cancel{\text{l}}}{\cancel{2}\sqrt{3}/\cancel{2}} \, 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} =$$

$$= \frac{2{,}5 \text{ kg} + 3{,}3 \text{ kg}}{\sqrt{3}} \cdot 9{,}8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 33 \text{ N}$$

3



$n = 1,0$

$p_i = 1,0 \text{ atm} = 101300 \text{ Pa}$

$V_i = 30 \text{ l} = 3 \cdot 10^{-2} \text{ m}^3$

$Q = 4500 \text{ J}$

a) Per il gas ideale deve essere $p_i V_i = nRT$,

quindi $T = \dfrac{p_i V_i}{nR} = \dfrac{\cancel{1,0 \text{ atm}} \cdot 30 \cancel{\text{l}}}{\cancel{1,0 \text{ mol}} \cdot 0.082 \frac{\cancel{\text{l atm}}}{\cancel{\text{mol}} \text{ K}}} = 366 \text{ K}$

b) $\Delta E_{int} = 0$ in quanto T resta costante e per i gas ideali E_{int} dipende solo da T

c) $\Delta S = \dfrac{Q}{T} = \dfrac{4500 \text{ J}}{366 \text{ K}} = 12,3 \dfrac{\text{J}}{\text{K}}$

d) Nell'espansione isoterma $\Delta E_{int} = 0$ e quindi $Q + \mathcal{L} = 0$

Quindi conosco $\mathcal{L} = -Q = -4500 \text{ J}$.

Ma vale anche:

$$\mathcal{L} = -\int_{V_i}^{V_f} p\,dV = -\int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} dV = -nRT \int_{V_i}^{V_f} \frac{1}{V} dV$$

$$\mathcal{L} = -nRT \ln \frac{V_f}{V_i}$$

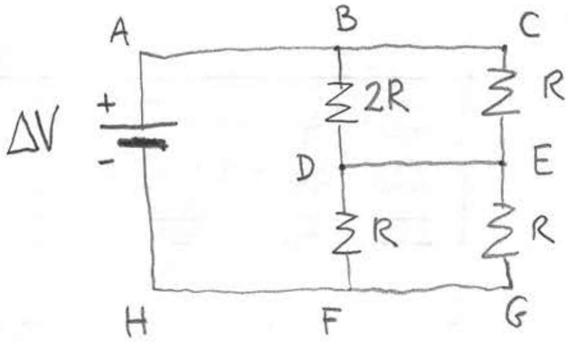
Da cui $nRT \ln \dfrac{V_f}{V_i} = Q$

$$\ln \frac{V_f}{V_i} = \frac{Q}{nRT} = \frac{Q}{p_i V_i}$$

$$\frac{V_f}{V_i} = e^{\frac{Q}{p_i V_i}}$$

$$V_f = V_i\, e^{\frac{Q}{p_i V_i}} = 30 \text{ l} \exp\left(\frac{4500 \cancel{\text{J}}}{1013 \cdot 3 \cancel{\text{J}}}\right) = 132 \text{ l}$$

4

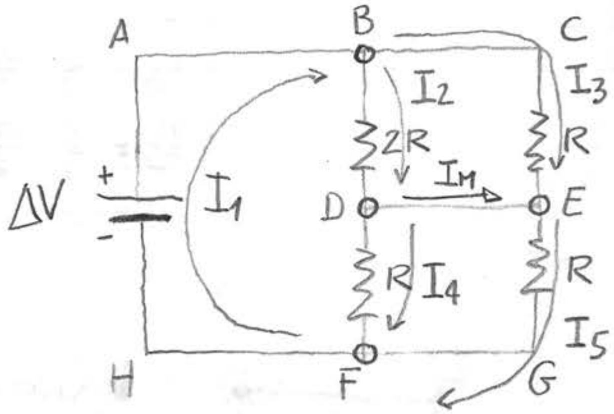


$R = 5.0\ \Omega$

$\Delta V = 35.0\ V$

$\frac{\Delta V}{R} = 7{,}0\ A$

Il circuito non è banale come potrebbe sembrare a prima vista. In particolare, la seconda domanda lascia intendere che c'è una corrente nel ramo DE, sebbene D ed E si trovino allo stesso potenziale (sono collegati da un conduttore perfetto, privo di resistenza). Scegliamo allora un approccio analitico, basato sulle leggi di Kirchhoff:



Ci sono 6 correnti: I_1, I_2, I_3, I_4, I_5, e I_M

Mi servono quindi 6 equazioni:

<u>nodi</u>:

$$\left.\begin{array}{ll} B: & I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ D: & I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ E: & I_3 + I_M - I_5 = 0 \end{array}\right\} \text{linearmente indipendenti}$$

F: $I_4 + I_5 - I_1 = 0 \rightarrow$ NON lin. indip. Si può ottenere sommando le prime 3 (B+D+E) (e cambiando segno).

<u>maglie</u>:

$$\left.\begin{array}{ll} HABFH: & \Delta V - 2RI_2 - RI_4 = 0 \\ BCEDB: & -RI_3 + 2RI_2 = 0 \\ DEGFD: & -RI_5 + RI_4 = 0 \end{array}\right\} \text{linearmente indipendenti}$$

Mettendo tutto assieme, e successivamente riordinando i termini, si ottiene:

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ I_3 + I_M - I_5 = 0 \\ \Delta V - 2RI_2 - RI_4 = 0 \\ -RI_3 + 2RI_2 = 0 \\ -RI_5 + RI_4 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ I_3 - I_5 + I_M = 0 \\ 2I_2 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ 2I_2 - I_3 = 0 \\ I_4 - I_5 = 0 \end{cases}$$

Riprendo il sistema e lo risolvo con sostituzioni a catena:

$$\left\{\begin{array}{l} I_1 - I_2 - I_3 = 0 \\ I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ I_3 - I_5 + I_M = 0 \\ 2I_2 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ 2I_2 - I_3 = 0 \\ I_4 - I_5 = 0 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ - \\ - \\ - \\ I_3 = 2I_2 \\ I_5 = I_4 \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} I_1 - I_2 - 2I_2 = 0 \\ I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ 2I_2 - I_4 + I_M = 0 \\ 2I_2 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} I_1 = 3I_2 \\ - \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} - \\ I_2 - I_4 - I_M = 0 \\ 2I_2 - I_4 + I_M = 0 \\ 2I_2 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ I_M = I_2 - I_4 \\ 2I_2 - I_4 + I_2 - I_4 = 0 \\ 2I_2 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ - \\ 3I_2 = 2I_4 \\ - \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ - \\ I_2 = \frac{2}{3} I_4 \\ \frac{4}{3} I_4 + I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right.$$

$$\left\{\begin{array}{l} - \\ - \\ - \\ \frac{7}{3} I_4 = \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ - \\ I_2 = \frac{2}{7} \frac{\Delta V}{R} \\ I_4 = \frac{3}{7} \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} I_1 = \frac{6}{7} \frac{\Delta V}{R} \\ I_M = \left(\frac{2}{7} - \frac{3}{7}\right) \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \\ - \\ - \end{array}\right. \quad \left\{\begin{array}{l} - \\ I_M = -\frac{1}{7} \frac{\Delta V}{R} \\ - \\ - \\ I_3 = \frac{4}{7} \frac{\Delta V}{R} \\ I_5 = \frac{3}{7} \frac{\Delta V}{R} \end{array}\right.$$

Riepilogando, quindi:

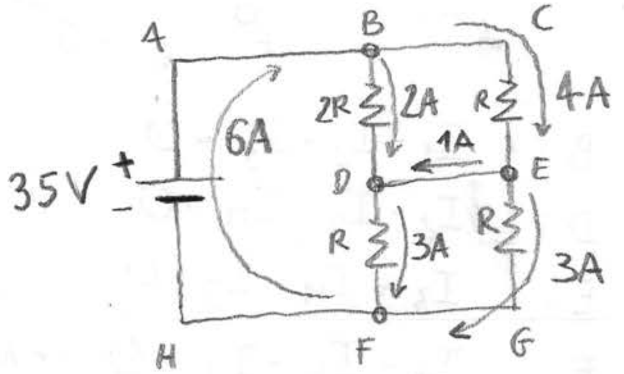
a) $I_1 = \frac{6}{7} \frac{\Delta V}{R} = 6\ A$

$I_2 = \frac{2}{7} \frac{\Delta V}{R} = 2\ A$

$I_3 = \frac{4}{7} \frac{\Delta V}{R} = 4\ A$

$I_4 = \frac{3}{7} \frac{\Delta V}{R} = 3\ A$

$I_5 = \frac{3}{7} \frac{\Delta V}{R} = 3\ A$

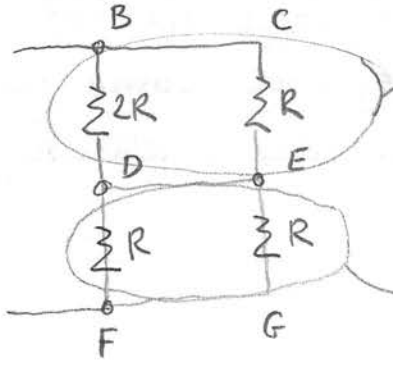


b) $I_M = -\frac{1}{7} \frac{\Delta V}{R} = -1\ A$

ovvero in verso contrario a quanto supposto (vedi fig.)

In questo modo, si risponde simultaneamente alle domande a) e b). La corrente che fluisce da E a D serve a "pareggiare" l'asimmetria della parte alta del circuito (maglia BCDE) in vista della parte bassa (maglia DEFG), che invece è simmetrica.

NOTA: La risposta alla domanda a) si poteva dare anche senza ricorrere a Kirchhoff, notando che le due resistenze della parte alta del circuito sono in parallelo (ai loro capi vi è la stessa tensione), come pure sono in parallelo le due resistenze della parte bassa. Infine, i due paralleli sono in serie.

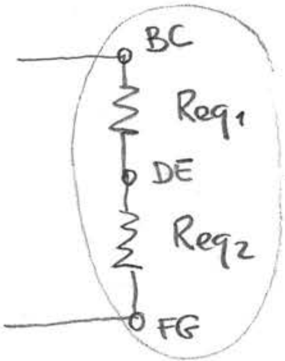


parallelo $\frac{1}{R_{eq1}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{2R}$

$R_{eq1} = \frac{2}{3} R$

parallelo $\frac{1}{R_{eq2}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R}$

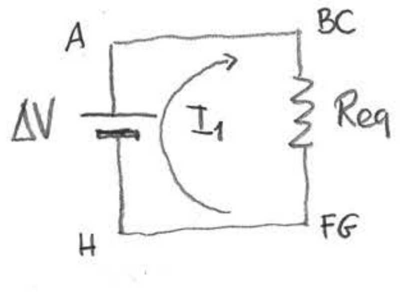
$R_{eq2} = \frac{1}{2} R$



serie $R_{eq} = R_{eq1} + R_{eq2}$

$= \frac{2}{3}R + \frac{1}{2}R = \frac{4+3}{6}R = \frac{7}{6}R$

Quindi I_1 si può trovare dal circuito equivalente:



$I_1 = \frac{\Delta V}{R_{eq}} = \frac{\Delta V}{\frac{7}{6}R} = \frac{6}{7}\frac{\Delta V}{R}$

$I_1 = 6.0 \text{ A}$

Questo approccio non ci consente di rispondere alla domanda b). Tuttavia potrebbe essere usato preliminarmente, per poi usare Kirchhoff con I_1 nota, e quindi con 5 incognite anziché 6.

NOTA 2: In analogia a quanto sopra, uno potrebbe pensare di semplificare il circuito originario considerando in serie le resistenze 2R ed R sul ramo BDF, come pure le resistenze R ed R sul ramo CEG; TUTTAVIA questo approccio è ERRATO (→)

Infatti, due resistenze sono in serie quando vengono attraversate dalla stessa corrente, ma come abbiamo visto dalla soluzione analitica con Kirchhoff NON è questo il caso.