UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE
Corso di Laurea in Scienze e Tecnologie Biologiche – 011SM Fisica
A.A. 2020/2021 Sessione Autunnale – I Prova Scritta – 07.09.2021
Tempo a disposizione: 2 h e 30'

Cognome RIGON **Nome** LUIGI

Istruzioni: I problemi vanno dapprima svolti per esteso nei fogli protocollo a quadretti. Successivamente, per ciascuna domanda, si richiede si riportare negli appositi spazi su questo foglio:

- *i) (ove possibile) la grandezza incognita richiesta espressa simbolicamente in funzione delle grandezze date, e*
- *ii) il corrispondente risultato numerico, con il corretto numero di cifre significative e le unità di misura appropriate*

1) Un corpo di massa m = 3.0 kg è appoggiato su un piano inclinato, il cui angolo di inclinazione θ rispetto all'orizzontale può essere variato a piacere.

a) Partendo da $\theta = 0\,^o$ ed aumentando progressivamente il valore di θ, si trova che il corpo comincia a scivolare quando θ raggiunge il valore $\theta_1 = 20\,^o$. Calcolare il coefficiente di attrito statico μ_S tra il corpo ed il piano.

i) $\mu_S = \operatorname{tg} \vartheta_1$ ii) $\mu_S = 0{,}36$

b) Successivamente, diminuendo progressivamente il valore di θ mentre l'oggetto continua a scivolare lungo il piano inclinato, si trova che, una volta raggiunto e mantenuto il valore $\theta_2 = 15\,^o$, il corpo continua a muoversi di moto uniformemente accelerato, con accelerazione a pari ad un decimo dell'accelerazione di gravità g. Calcolare il coefficiente di atttrito dinamico μ_D tra il corpo ed il piano.

i) $\mu_D = \dfrac{\operatorname{sen} \vartheta_2 - a/g}{\cos \vartheta_2}$ ii) $\mu_D = 0{,}16$

2) In un modello semplificato della circolazione sanguigna, la prima parte della circolazione sistemica (o grande circolazione) è rappresentata da un'unico vaso (l'aorta), di raggio R_A = 1.0 cm, che progressivamente si suddivide in un letto vascolare costituito da $N_C = 5.0\times10^9$ capillari, ciascuno di raggio $R_C = 4.0\times10^{-4}$ cm. Si assume inoltre la portata della circolazione sanguigna pari a Q = 5.0 l/min, e che il sangue sia un fluido newtoniano di viscosità η. Basandosi su questo modello:

a) Si calcoli la velocità media v_A del sangue nell'aorta

i) $v_A = \dfrac{Q}{\pi R_A^2}$ ii) v_A = 26 cm/s

b) Si calcoli la velocità media v_C del sangue nei capillari

i) $v_C = \dfrac{1}{N_C} \dfrac{Q}{\pi R_C^2}$ ii) v_C = 0,33 mm/s

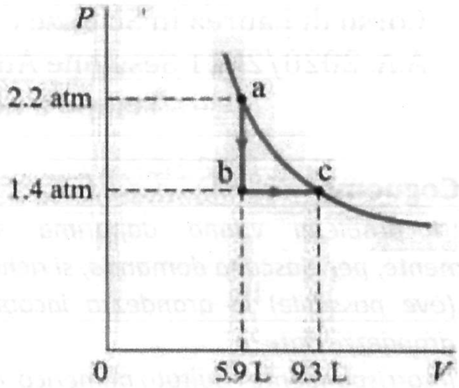
c) Assumendo nell'aorta una caduta di pressione Δp_A = 1.0 Pa per un tratto di lunghezza l_A = 1.0 cm, si calcoli la viscosità η del sangue

i) $\eta = \dfrac{\pi}{8} \dfrac{R_A^4}{Q} \dfrac{\Delta p_A}{l_A}$ ii) $\eta = 4{,}7 \cdot 10^{-3}$ Pa · s

d) Utilizzando il valore di η trovato nel punto precedente, si valuti la caduta di pressione Δp_C per un tratto di capillare di lunghezza l_C = 1.0 mm

i) $\Delta p_C = \dfrac{1}{N_C} \left(\dfrac{R_A}{R_C}\right)^4 \dfrac{l_C}{l_A} \cdot \Delta p_A$ ii) Δp_C = 780 Pa

3) $n = 2.0$ moli di gas monoatomico perfetto subiscono due trasformazioni termodinamiche, passando dallo stato iniziale *a* allo stato intermedio *b* ed infine allo stato finale *c* (vedi figura). La curva passante per *a* e *c* è una curva isoterma, ovvero *a* e *c* si trovano alla stessa temperatura.



Relativamente alla trasformazione *complessiva* $a \rightarrow b \rightarrow c$, calcolare:

a) il lavoro L compiuto dal gas contro le forze esterne (o dalle forze esterne sul gas, specificare) :

i) $L = -p_b(V_c - V_b)$ ii) $L = -482$ J (compiuto dal gas contro le forze esterne)

b) la variazione di energia interna ΔE_{int}:

i) $\Delta E_{int} = 0 \quad (T_c = T_a)$ ii) $\Delta E_{int} = 0$

c) il calore Q assorbito (o ceduto, specificare) dal gas:

i) $Q = -L$ ii) $Q = 482$ J (assorbito)

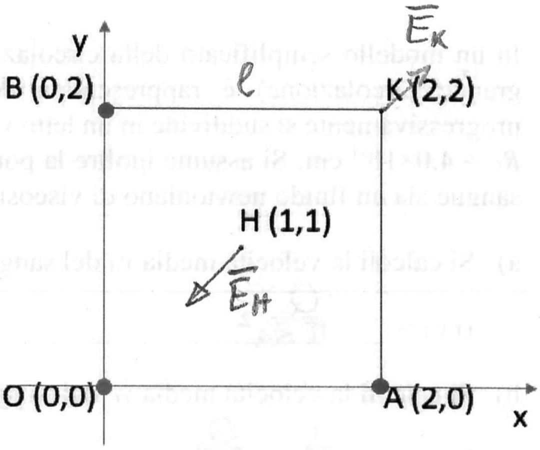
d) la variazione di entropia ΔS:

i) $\Delta S = nR \ln \frac{V_c}{V_a}$ ii) $\Delta S = 7{,}6$ J/K

4)

Tre cariche puntiformi, una negativa pari a $-2q = -3.6$ nC e due positive pari a $q = 1.8$ nC, sono poste rispettivamente ai vertici O, A e B del quadrato di lato $\ell =$ 2.0 cm rappresentato in figura.

Il quadrato può essere convenientemente riferito ad un sistema cartesiano *xOy* in cui l'unità di misura è pari ad 1 cm su entrambi gli assi. In questo modo, O è l'origine del sistema cartesiano, mentre A e B hanno le coordinate illustrate in figura.



Si calcolino il valore del potenziale elettrostatico V e del campo elettrico $\boldsymbol{E}$ rispettivamente:

a) nel punto H di coordinate (1,1) nel sistema cartesiano *xOy*:

i) $V_H = 0$ ii) $V_H = 0$

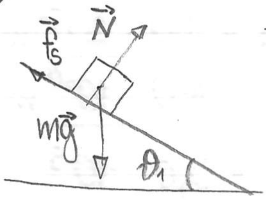
i) $\boldsymbol{E}_H = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{(2q)}{\overline{OH}^2}$ diretto verso O ii) $\boldsymbol{E}_H = 1{,}62 \cdot 10^5 \, \frac{N}{C}$ diretto verso O

b) e nel vertice del quadrato K, di coordinate (2,2) nel sistema cartesiano *xOy*:

i) $V_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2q \left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{\overline{OK}} \right)$ ii) $V_K = 470$ V

i) $\boldsymbol{E}_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{i} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)\hat{j} \right]$ ii) $\boldsymbol{E}_K = 1{,}67 \cdot 10^4 \, \frac{N}{C}$ diretto come $\overline{OK}$

1



a) Il corpo comincia a scivolare per $\vartheta = \vartheta_1 = 20°$

Per $\vartheta = \vartheta_1$ f_s raggiunge il suo valore massimo:

$$f_{s,max} = \mu_s N$$

$$\text{con } N = mg\cos\vartheta_1$$

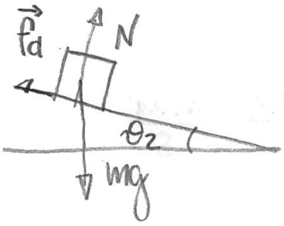
Inoltre $f_{s,max}$ viene uguagliata dalla forza che tende a smuovere il blocco, $mg\,\text{sen}\,\vartheta_1$

Quindi

$$f_{s,max} = \mu_s mg\cos\vartheta_1 = mg\,\text{sen}\,\vartheta_1$$

$$\mu_s \cos\vartheta_1 = \text{sen}\,\vartheta_1$$

$$\mu_s = \text{tg}\,\vartheta_1 = 0,364$$



b) In questa configurazione, $\vartheta = \vartheta_2 = 15°$

Il corpo accellera lungo il piano inclinato con accelerazione a tale che

$$ma = mg\,\text{sen}\,\vartheta_2 - f_d$$

$$\cancel{m}a = \cancel{m}g\,\text{sen}\,\vartheta_2 - \mu_D \cancel{m}g\cos\vartheta_2$$

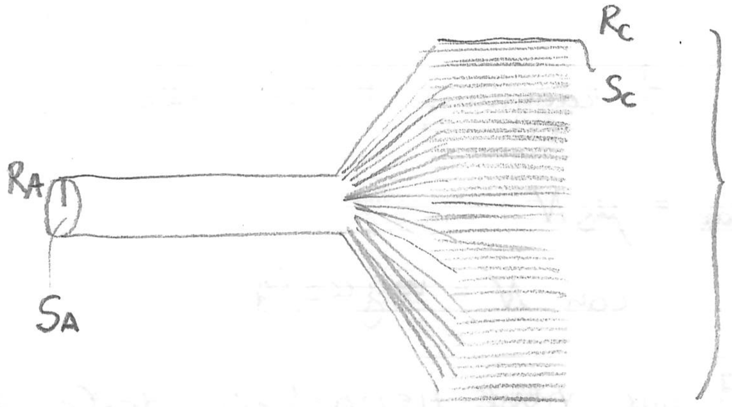
$$\mu_D = \frac{g\,\text{sen}\,\vartheta_2 - a}{g\cos\vartheta_2} = \frac{\text{sen}\,\vartheta_2 - \frac{a}{g}}{\cos\vartheta_2}$$

$$= \frac{\text{sen}\,15° - \frac{1}{10}}{\cos 15°} = 0,164$$

NOTE: 1) i risultati ottenuti ci dicono che $\mu_D \leq \mu_s$, come atteso dalla teoria.

2) il dato $m = 3,0$ kg non è necessario per risolvere il problema, ed in effetti è rimasto nel testo per una mia svista.

②



$R_A = 1{,}0 \cdot 10^{-2}\,m$

$R_C = 4{,}0 \cdot 10^{-6}\,m$

$N_C = 5{,}0 \cdot 10^{9}$

$Q = 5{,}0\ \frac{l}{min} = 8{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{m^3}{s}$

a) Siamo in presenza di un fluido viscoso, per cui la velocità non è omogenea lungo la sezione S_A.
Detta v_A la velocità media, vale però:

$$S_A v_A = Q \quad \text{da cui}$$

$$v_A = \frac{Q}{S_A} = \frac{Q}{\pi R_A^2} = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-5}\ m^3/s}{\pi\,(1{,}0 \cdot 10^{-2} m)^2} = \frac{8{,}3}{\pi} \cdot 10^{-1}\frac{m}{s} = 26{,}4\ \frac{cm}{s}$$

b) La portata dell'aorta Q si distribuisce equamente negli N_C capillari, ciascuno dei quali ha portata $\frac{Q}{N_C}$. Quindi

$$S_C v_C = \frac{Q}{N_C}$$

$$v_C = \frac{Q}{S_C N_C} = \frac{8{,}3 \cdot 10^{-5}\ m^3/s}{\pi\,(4{,}0 \cdot 10^{-6} m)^2\ 5{,}0 \cdot 10^9} = 0{,}33\ \frac{mm}{s}$$

c) Si applica all'aorta la legge di Poiseuille,

$$Q = \frac{\pi}{8}\frac{R_A^4}{\eta}\frac{\Delta p_A}{l_A}$$

$$\eta = \frac{\pi}{8}\frac{R_A^4}{Q}\frac{\Delta p_A}{l_A} \qquad (*)$$

$$= \frac{\pi}{8}\ \frac{(10^{-2} m)^{\cancel{4}\,3}}{8{,}3 \cdot 10^{-5}\ \frac{m^3}{s}}\ \frac{1{,}0\ Pa}{\cancel{10^{-2}\,m}} = 4{,}73 \cdot 10^{-3}\ Pa \cdot s$$

d) Applicando ancora la legge di Poiseuille, stavolta ad un capillare:

$$\frac{Q}{N_C} = \frac{\pi}{8}\frac{R_C^4}{\eta}\frac{\Delta p_C}{l_C} \qquad \text{ed usando il risultato } (*)$$

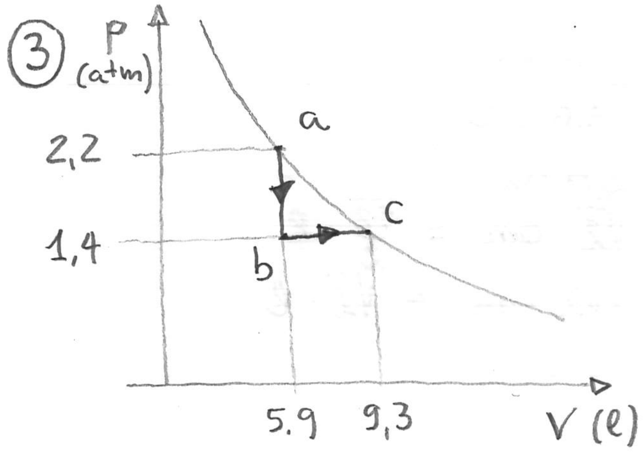
$$\frac{\cancel{Q}}{N_C} = \left(\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{8}} R_C^4 \frac{\Delta p_C}{l_C}\right) : \left(\frac{\cancel{\pi}}{\cancel{8}}\frac{R_A^4}{\cancel{Q}}\frac{\Delta p_A}{l_A}\right)$$

$$\frac{1}{N_C} = \left(\frac{R_C}{R_A}\right)^4 \frac{\Delta p_C}{l_C} \cdot \frac{l_A}{\Delta p_A}$$

$$\Delta p_C = \frac{1}{N_C}\left(\frac{R_A}{R_C}\right)^4 \frac{l_C}{l_A} \cdot \Delta p_A = \frac{1}{5 \cdot 10^9} \cdot \Bigg(\underbrace{\frac{1{,}0 \cdot 10^{-2}\,\cancel{m}}{4{,}0 \cdot 10^{-6}\,\cancel{m}}}_{10^{-4}}\Bigg)^4 \cdot 10^{-1} \cdot 1{,}0\,Pa$$

$$= 780\ Pa$$

3



$n = 2.0$ mol

$p_A = 2{,}2$ atm $= 223 \cdot 10^3$ Pa

$p_B = 1{,}4$ atm $= 142 \cdot 10^3$ Pa $= p_C$

$V_A = 5.9 \cdot 10^{-3}$ m^3 $= V_B$

$V_C = 9{,}3 \cdot 10^{-3}$ m^3

a) Il lavoro nella trasformazione $a \to b$ (isocora) è nullo. Quindi:

$$\mathcal{L} = \mathcal{L}_{bc} = -p_b (V_c - V_b) = -223 \cdot \cancel{10^3} \text{ Pa} \, (9{,}3 - 5{,}9) \cdot \cancel{10^{-3}} \text{ m}^3 = -482 \text{ J}$$

Il segno $-$ indica che $\mathcal{L}$ è compiuto dal gas contro le forze esterne.

b) Poiché a e c si trovano sulla stessa isoterma, $T_a = T_c$ e $E_{int\,a} = E_{int\,c}$. Quindi $\Delta E_{int} = 0$

c) Per il primo principio, $Q + \mathcal{L} = \Delta E_{int}$. Nel caso specifico:

$$Q = -\mathcal{L} = 482 \text{ J}$$

Il segno $+$ indica che Q è assorbito dal gas

d) Poiché S è funzione di stato, conviene calcolarla immaginando una trasformazione isoterma reversibile che collega direttamente lo stato iniziale a allo stato finale c:

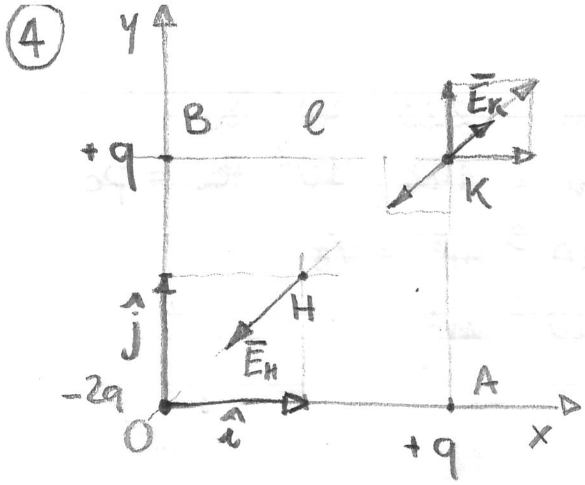
$$\Delta S = \int_a^c \frac{dQ}{T_a}\bigg)_{rev} \qquad a \to c \text{ isoterma} \Rightarrow dQ = -d\mathcal{L}$$

$$= \int_a^c -\frac{d\mathcal{L}}{T_a}\bigg)_{rev} \qquad d\mathcal{L} = -p\,dV = -\frac{nRT_a}{V}dV$$

$$= \int_a^c \frac{nR\cancel{T_a}}{V\cancel{T_a}}\,dV = nR \ln\frac{V_c}{V_a} =$$

$$= 2{,}0 \,\cancel{\text{mol}} \cdot 8{,}314 \frac{\text{J}}{\text{K}} \cancel{\text{mol}^{-1}} \cdot \ln\left(\frac{9{,}3\,\cancel{l}}{5{,}9\,\cancel{l}}\right) = 7{,}6 \frac{\text{J}}{\text{K}}$$

4



$q = 1{,}8$ nC

$-2q = -3{,}6$ nC

$\ell = 2{,}0$ cm

$\overline{OH} = \sqrt{2}$ cm $= \frac{\sqrt{2}}{2} \cdot \ell$

$\overline{OK} = 2\sqrt{2}$ cm $= \sqrt{2} \cdot \ell$

a) Le cariche in A, O, e B sono tutte equidistanti da H.
Il contributo a V_H delle due cariche positive viene bilanciato esattamente dal contributo della carica negativa.
Quindi $V_H = 0$
Il contributo ad $\vec{E}_H$ delle due cariche positive è nullo (i due contributi si annullano a vicenda). Resta quindi:

$$|\vec{E}_H| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{|(-2q)|}{(OH)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{3{,}6 \cdot 10^{-9} C}{2 \cdot 10^{-4} m^2} = 1{,}62 \cdot 10^5 \frac{N}{C}$$

la direzione ed il verso sono indicati in figura

b) $$V_K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{-2q}{OK} + 2 \cdot \left(\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell} \right) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} 2q \left(-\frac{1}{OK} + \frac{1}{\ell} \right)$$

$$\left(\frac{1}{\ell} - \frac{1}{OK} \right) = \left(\frac{1}{2 cm} - \frac{1}{2\sqrt{2} cm} \right) = \left(\frac{\sqrt{2} - 1}{2\sqrt{2}\ cm} \right) = 0{,}146\ cm^{-1} = 14{,}6\ m^{-1}$$

$$= 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot 3{,}6\ 10^{-9} C \cdot 14{,}6\ m^{-1} = 470\ V$$

Per il calcolo di $\vec{E}_K$, considero prima il contributo delle cariche positive:

in A: $\vec{E}_{K,A} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \hat{j}$

in B: $\vec{E}_{K,B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \hat{i}$

e poi quello della carica negativa, diretto verso l'origine:

in O: $\vec{E}_{K,O} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\cancel{2}q}{\cancel{2}\ell^2} \left(-\frac{\sqrt{2}}{2} \hat{i} - \frac{\sqrt{2}}{2} \hat{j} \right)$

Sommando i tre contributi:

$$\vec{E}_K = \vec{E}_{K,A} + \vec{E}_{K,B} + \vec{E}_{K,O}$$

$$= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \left[\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{i} + \left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right) \hat{j} \right],$$ direzione e verso in figura

$$|\vec{E}_K| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\ell^2} \sqrt{2\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2} = 9 \cdot 10^9 \frac{Nm^2}{C^2} \cdot \frac{1{,}8\ 10^{-9} C}{4 \cdot 10^{-4} m^2} \cdot (\sqrt{2} - 1) = 1{,}67 \cdot 10^4\ N/C$$