UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di Ingegneria e Architettura





# Corso di MACCHINE [065IN]
# Corso di MACCHINE MARINE [100IN]

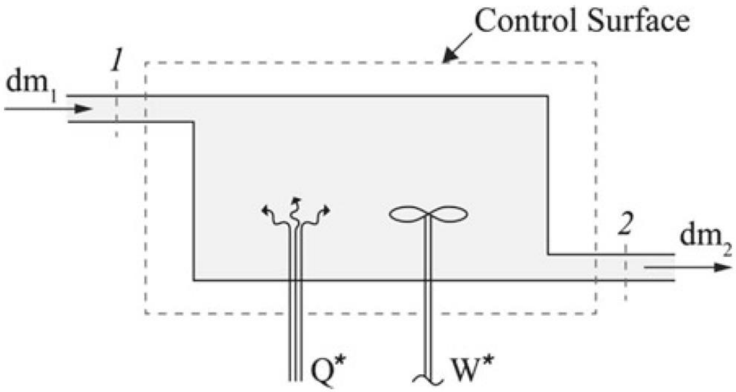
*Prof. Rodolfo Taccani*
*Prof. Lucia Parussini*

*A.A. 2021-2022*

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

L'energia interna di un sistema termodinamico isolato è costante.




$$dE^* = dE_1^* - dE_2^* + dQ^* - dW^*$$

Considerato un sistema aperto, se il processo è stazionario, l'energia del sistema non varia e la massa rimane costante ($dm_1 = dm_2 = dm$).

# Richiami e complementi di termodinamica

Primo Principio della Termodinamica riferito a un'unità di massa di fluido:

$$q_{1-2} - l_{1-2} = u_2 - u_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

$u_t = u + \frac{c^2}{2} + gz$ energia totale immagazzinata

$$q_{1-2} - l_{1-2} = u_{t2} - u_{t1}$$

Il lavoro scambiato è

$$l_{1-2} = l'_{1-2} + p_2 v_2 - p_1 v_1$$

- $l'_{1-2}$ lavoro tecnico utile (solo in presenza di organi mobili che interagiscono con il fluido)
- $-p_1 v_1$ lavoro d'introduzione del fluido nel sistema
- $p_2 v_2$ lavoro d'espulsione del fluido dal sistema

$$q_{1-2} - l'_{1-2} = u_2 + p_2 v_2 - u_1 - p_1 v_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

formulazione utile per lo studio di macchine idrauliche (fluido incomprimibile )

Ipotesi: $q_{1-2} = 0; v_1 = v_2$

$$l'_{1-2} = u_1 - u_2 + v(p_1 - p_2) + \frac{c_1^2}{2} - \frac{c_2^2}{2} + gz_1 - gz_2$$

$$l'_{1-2} = c_v(T_1 - T_2) + \frac{1}{\rho}\left(p_1 + \frac{1}{2}\rho c_1^2 + \rho g z_1 - p_2 - \frac{1}{2}\rho c_2^2 - \rho g z_2\right)$$

$p_0 = p + \frac{1}{2}\rho c^2$ pressione di ristagno

$p_t = p + \frac{1}{2}\rho c^2 + \rho g z$ pressione totale

$$l'_{1-2} = c_v(T_1 - T_2) + \frac{1}{\rho}(p_{t1} - p_{t2})$$

rotore (adiabatico): $q_{1-2} = 0$ per cui: $l'_{1-2} = \frac{1}{\rho}(p_{t1} - p_{t2})$

statore (adiabatico): $q_{1-2} = 0$ e $l'_{1-2} = 0$ per cui: $p_{t1} = p_{t2}$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Primo Principio della Termodinamica

formulazione utile per lo studio di macchine termiche (fluido comprimibile)

$h = u + pv$ entalpia

$h_0 = h + \frac{c^2}{2}$ entalpia di ristagno

$h_t = h + \frac{c^2}{2} + gz$ entalpia totale

$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

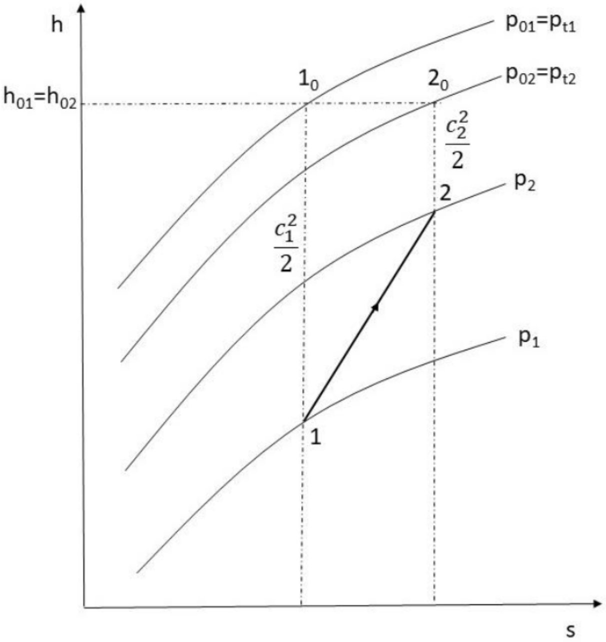
$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_{t2} - h_{t1}$$

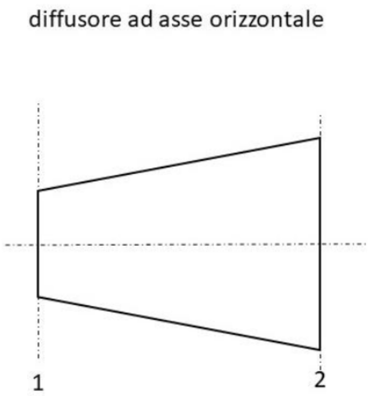
rotore (adiabatico): $q_{1-2} = 0$ per cui: $l'_{1-2} = h_{t1} - h_{t2}$

statore (adiabatico): $q_{1-2} = 0$ e $l'_{1-2} = 0$ per cui: $h_{t2} = h_{t1}$ (ossia: $h_t = cost$)

scambiatore di calore: $l'_{1-2} = 0$ per cui: $q_{1-2} = h_{t2} - h_{t1}$

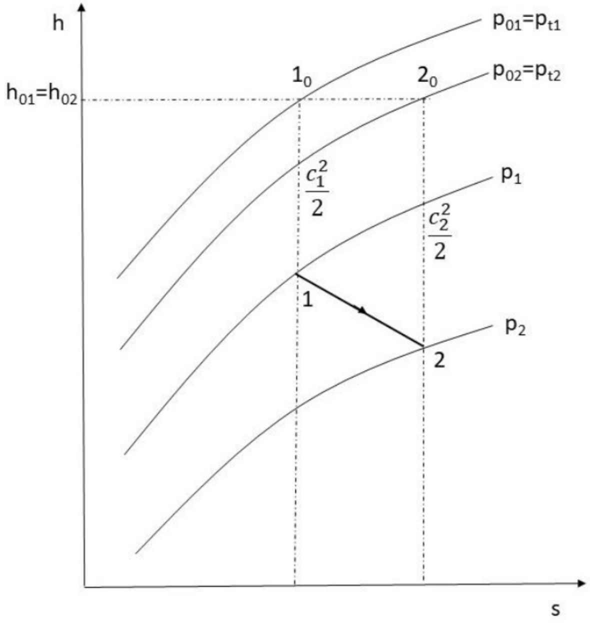
Esempi: DEFLUSSO NEI DIFFUSORI



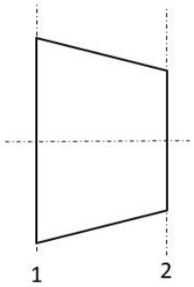



# Richiami e complementi di termodinamica

Esempi: DEFLUSSO NEGLI UGELLI



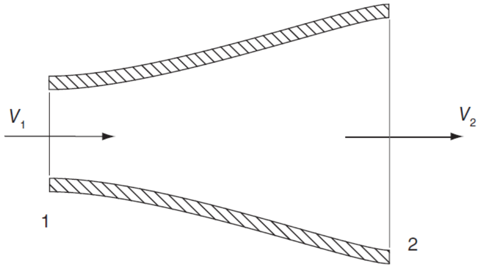

ugello subsonico ad asse orizzontale



## Primo Principio della Termodinamica

Esercizio:

Il vapore scorre adiabaticamente attraverso un diffusore con portata massica $\dot{m} = 0.01\,\frac{kg}{s}$. Il diametro d'ingresso è $D_1 = 1.0cm$ e il volume specifico all'ingresso $v_1 = 2.4\,\frac{m^3}{kg}$. Il diametro di uscita è $D_2 = 2.5cm$ , con volume specifico all'uscita $v_1 = 3.8\,\frac{m^3}{kg}$. Trova la variazione dell'entalpia trascurando qualsiasi variazione energia potenziale.




$$A_1 = \frac{\pi}{4}D_1^2 = 7.85 \cdot 10^{-5} m^2 \qquad A_2 = \frac{\pi}{4}D_2^2 = 4.91 \cdot 10^{-4} m^2$$

$$V_1 = v_1\frac{\dot{m}}{A_1} = 305.6\,\frac{m}{s} \qquad V_2 = v_2\frac{\dot{m}}{A_2} = 77.4\ m/s$$

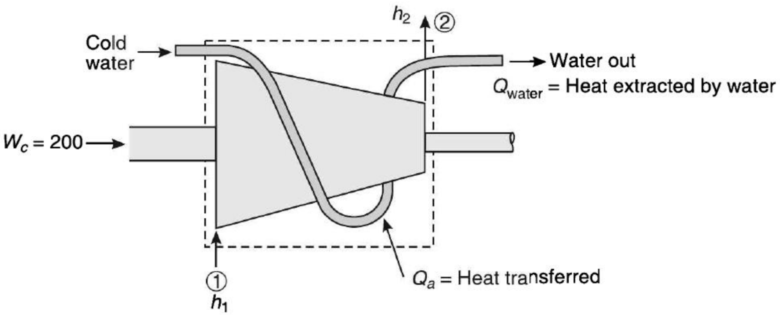
Poiché non viene fatto lavoro e il flusso è adiabatico, l'entalpia di ristagno rimane costante $h_{01} = h_{02}$. Con una variazione trascurabile di energia potenziale, questa equazione si riduce a

$$h_2 - h_1 = \frac{1}{2}V_1^2 - \frac{1}{2}V_2^2 = 43{,}7\ kJ/kg$$

## Primo Principio della Termodinamica

Esercizio:

Un compressore d'aria prende lavoro all'albero di $200kJ/kg$ e la compressione aumenta l'entalpia dell'aria di $100kJ/kg$. L'acqua di raffreddamento raccoglie $90kJ/kg$ di calore dall'aria durante il raffreddamento. Determina il calore trasferito dal compressore all'atmosfera.




$$q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1 + \frac{c_2^2}{2} - \frac{c_1^2}{2} + gz_2 - gz_1$$

$z_1 = z_2 \quad c_1 = c_2 \;\rightarrow\; q_{1-2} - l'_{1-2} = h_2 - h_1$

$l'_{1-2} = W_c = -200\ kJ/kg$ (entra nel sistema quindi $l'_{1-2} < 0$)

$Q_{water} = -90\ kJ/kg$ (esce dal sistema quindi $Q_{water} < 0$)

$h_2 - h_1 = 100\,\frac{kJ}{kg}$

$q_{1-2} = h_2 - h_1 + l'_{1-2} = -100\ kJ/kg$

$q_{1-2} = Q_a + Q_{water} \quad \rightarrow \quad Q_a = q_{1-2} - Q_{water} = -10\ kJ/kg$

# Richiami e complementi di termodinamica

## Secondo Principio della Termodinamica

- È impossibile realizzare una trasformazione il cui unico risultato sia quello di trasferire calore da un corpo più freddo a uno più caldo senza l'apporto di lavoro esterno (formulazione di Clausius).
- È impossibile realizzare una macchina termica ciclica il cui unico risultato sia la conversione in lavoro di tutto il calore assorbito da una sorgente omogenea (formulazione di Kelvin-Planck).
- È impossibile realizzare una macchina termica il cui rendimento sia pari al 100%.
- In un sistema isolato l'entropia è una funzione non decrescente nel tempo $dS/dt \geq 0$

$$dS = \frac{\delta Q}{T} + dS_{irr} \qquad \text{con} \qquad dS_{irr} \geq 0$$

$$S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{\delta Q}{T} + \Delta S_{irr}$$

$\delta Q$ è l'energia termica scambiata con la sorgente a temperatura $T$

## Secondo Principio della Termodinamica

Esercizio:

Un motore termico funziona con i limiti di temperatura di partenza di due corpi $T_1$ e $T_2$. Il fluido di lavoro scorre con una portata $\dot{m}$ kg/s e il calore specifico a pressione costante è $c_p$. Determinare il lavoro massimo ottenibile fino a quando i corpi raggiungono la stessa temperatura. Indichiamo con $T_3$ la temperatura finale. Mentre il motore funziona, il calore del corpo viene prelevato fino a quando la sua temperatura scende a $T_3$.

$$\Delta S_{b1} = \int_{T_1}^{T_3} \dot{m}\frac{dQ}{T} = \int_{T_1}^{T_3} \dot{m}c_p\frac{dT}{T} = \dot{m}c_p \ln\frac{T_3}{T_1} \qquad \Delta S_{b2} = \int_{T_2}^{T_3} \dot{m}\frac{dQ}{T} = \int_{T_2}^{T_3} \dot{m}c_p\frac{dT}{T} = \dot{m}c_p \ln\frac{T_3}{T_2}$$

Per avere il massimo lavoro, il processo deve essere reversibile e la variazione di entropia deve essere nulla.

$$\Delta S_{b1} + \Delta S_{b2} = 0$$

$$\dot{m}c_p \ln\frac{T_3}{T_1} + \dot{m}c_p \ln\frac{T_3}{T_2} = 0 \qquad \ln\frac{T_3}{T_1} + \ln\frac{T_3}{T_2} = 0 \qquad \ln\left(\frac{T_3}{T_1}\frac{T_3}{T_2}\right) = 0 \qquad \frac{T_3^2}{T_1T_2} = 1 \quad T_3 = \sqrt{T_1T_2}$$

Lavoro max $=\dot{m}c_p(T_1 - T_3) + \dot{m}c_p(T_2 - T_3) = \dot{m}c_p(T_1 + T_2 - 2T_3) = \dot{m}c_p\left(T_1 + T_2 - 2\sqrt{T_1T_2}\right) = \dot{m}c_p\left(\sqrt{T_1} - \sqrt{T_2}\right)^2$

## LE TRASFORMAZIONI IDEALI E REALI DI COMPRESSIONE E DI ESPANSIONE

Le trasformazioni termodinamiche di maggior interesse nello studio delle macchine a fluido sono:

- le trasformazioni isoentalpiche;
- le compressioni adiabatiche;
- le espansioni adiabatiche.

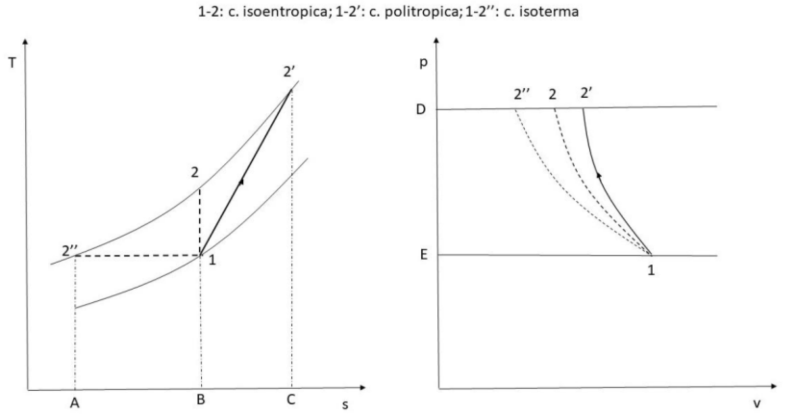
## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA $q = \Delta h_t + l'$

Adiabatica ideale (isoentropica) $q_{1-2} = \Delta h_{t\,1-2} + l'_{1-2}$ $q_{1-2} = 0$ $\Delta s = 0$ $l_{w\,1-2} = 0$ $\rightarrow 0 = \int_1^2 c_p dT - \int_1^2 v dp$

Adiabatica reale (politropica) $q_{1-2'} = \Delta h_{t1-2'} + l'_{1-2'}$ $q_{1-2'} = 0$ $\Delta s \neq 0$ $l_{w1-2'} \neq 0$ $\rightarrow \int_1^{2'} T ds = \int_1^{2'} c_p dT - \int_1^{2'} v dp$

| *integrale* | *area diagr. T-s* | *area diagr. p-v* | *significato fisico* |
|---|---|---|---|
| $\int_1^{2'} T \cdot ds$ | B-1-2′-C | - | calore scambiato politropico |
| $\int_1^{2'} c_p \cdot dT$ | A-2″-2′-C | - | lavoro reale |
| $\int_1^{2'} v \cdot dp$ | A-2″-2-2′-1-B | D-2′-1-E | lavoro politropico |
| $\int_1^{2} c_p \cdot dT = \int_1^{2} v \cdot dp$ | A-2″-2-B | D-2-1-E | lavoro isentropico |



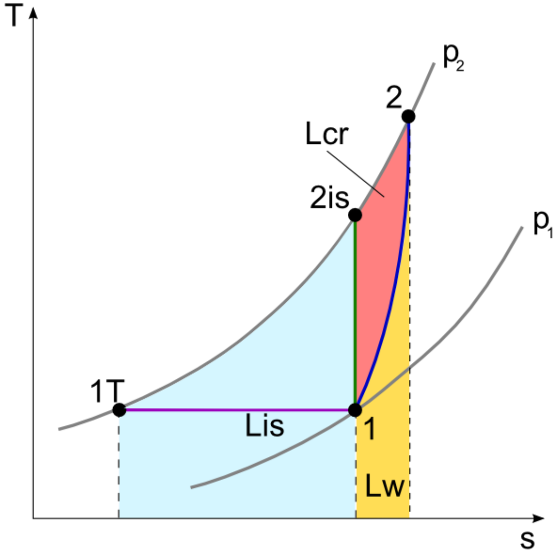
## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Il fenomeno del lavoro di contro-recupero $L_{cr}$ è l'effetto termodinamico per cui una trasformazione adiabatica reale di compressione richiede un lavoro $L$ (lavoro reale) tale da vincere anche l'espansione del gas dovuta all'effetto termico del lavoro dissipato ( $L_{cr}$ ), oltre che il lavoro meccanico di compressione ($L_{is} = \int_1^{2_{is}} vdp$ lavoro isoentropico) e gli attriti stessi ($L_w$ calore scambiato politropico).

$$L = L_{cr} + L_{is} + L_w$$

L' effetto termico del lavoro dissipato consiste, fisicamente, nell'espansione del gas dovuta alla degradazione di lavoro in energia interna. In parole più semplici, gli attriti meccanici e viscosi all'interno della macchina fanno sì che aumenti la temperatura del fluido, il quale si espande.

Questo effetto è controproducente per l'efficenza del compressore, ma non è legato alla qualità costruttiva della macchina.



## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali $pv = RT$

Trasformazione isoentropica $pv^k = cost.$ Quindi possiamo scrivere $pv^k = p_1 v_1^k$ da cui $v = \left(p_1^{1/k} v_1\right)/p^{1/k}$

Lavoro isoentropico $=-\int_1^2 vdp$

$$-\int_1^2 vdp = -\int_1^2 \left(p_1^{\frac{1}{k}} v_1\right)/p^{\frac{1}{k}}\, dp = -p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \int_1^2 p^{-\frac{1}{k}} dp = -p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \left[\frac{k}{k-1} p^{\frac{k-1}{k}}\right]_1^2 = \frac{k}{1-k} p_1^{\frac{1}{k}} v_1 \left[p_2^{\frac{k-1}{k}} - p_1^{\frac{k-1}{k}}\right]$$

$$= \frac{k}{1-k} p_1^{\frac{1}{k}} v_1 p_1^{\frac{k-1}{k}} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{k}{1-k} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$$

Lavoro isoentropico $=\frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]$

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali $pv = RT$

Trasformazione politropica $pv^n = cost.$ Quindi possiamo scrivere $pv^n = p_1 v_1^n$ da cui $v = \left(p_1^{1/n} v_1\right)/p^{1/n}$

Ricordiamo che $p_2$=$p_{2'}$

Lavoro politropico =$-\int_1^{2'} vdp$

$$-\int_1^{2'} vdp = -\int_1^{2'} \left(p_1^{\frac{1}{n}} v_1\right)/p^{\frac{1}{n}}\, dp = -p_1^{\frac{1}{n}} v_1 \int_1^{2'} p^{-\frac{1}{n}} dp = -p_1^{\frac{1}{n}} v_1 \left[\frac{n}{n-1} p^{\frac{n-1}{n}}\right]_1^{2'} = \frac{n}{1-n} p_1^{\frac{1}{n}} v_1 \left[p_2^{\frac{n-1}{n}} - p_1^{\frac{n-1}{n}}\right]$$

$$= \frac{n}{1-n} p_1^{\frac{1}{n}} v_1 p_1^{\frac{n-1}{n}} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{n}{1-n} p_1 v_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right] = \frac{n}{1-n} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$$

Lavoro politropico =$\frac{n}{1-n} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Equazione di stato dei gas ideali $pv = RT$. Quindi possiamo scrivere $v_1 = RT_1/p_1 \quad v_2 = RT_2/p_2$.

Trasformazione politropica $pv^n = cost$. Quindi possiamo scrivere $p_1 v_1^n = p_2 v_2^n$.

Da cui $p_1(RT_1/p_1)^n = p_2(RT_2/p_2)^n \quad p_1^{1-n}T_1^n = p_2^{1-n}T_2^n \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}$

Ricordiamo che $p_2$=$p_{2'}$ quindi $\frac{T_2}{T_1} = \frac{T_{2'}}{T_1}$

Lavoro reale $= -\int_1^{2'} c_p dT$

$$-\int_1^{2'} c_p dT = c_p(T_{2'} - T_1) = -\frac{k}{k-1} RT_1 \left(\frac{T_{2'}}{T_1} - 1\right) = \frac{k}{1-k} RT_1 \left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) = \frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$$

Lavoro reale $= \frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]$

NB $\frac{k}{k-1}R = c_p$ essendo R=$c_p$-$c_v$ e $k = \frac{c_p}{c_v}$

## Compressione adiabatica (di un gas perfetto)

Rendimento di compressione adiabatico o isentropico

$$\eta_{c,is} = \frac{lavoro\ isoentropico}{lavoro\ reale} = \frac{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]}{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1}$$

Rendimento di compressione politropico

$$\eta_{c,is} = \frac{lavoro\ politropico}{lavoro\ reale} = \frac{\frac{n}{1-n} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]}{\frac{k}{1-k} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}} - 1\right]} = \frac{n}{n-1} \frac{k-1}{k}$$

## Espansione adiabatica (di un gas perfetto)

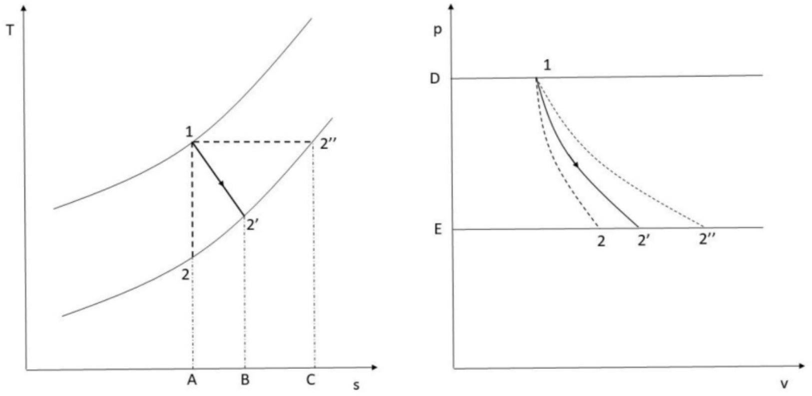
PRIMO PRINCIPIO DELLA TERMODINAMICA $q = \Delta h_t + l'$

Adiabatica ideale (isoentropica) $q_{1-2} = \Delta h_{t\,1-2} + l'_{1-2}$ $\quad q_{1-2} = 0 \quad \Delta s = 0 \quad l_{w\,1-2} = 0 \quad \rightarrow 0 = \int_1^2 c_p dT - \int_1^2 v dp$

Adiabatica reale (politropica) $q_{1-2'} = \Delta h_{t1-2'} + l'_{1-2'}$ $\quad q_{1-2'} = 0 \quad \Delta s \neq 0 \quad l_{w1-2'} \neq 0 \quad \rightarrow \int_1^{2'} T ds = \int_1^{2'} c_p dT - \int_1^{2'} v dp$

| *integrale* | *area diagr. T-s* | *area diagr. P-v* | *significato fisico* |
|---|---|---|---|
| $\int_1^{2'} T \cdot ds$ | A-1-2′-B | - | calore scambiato politropico |
| $\int_1^{2'} c_p \cdot dT$ | B-2′-2″-C | - | lavoro reale |
| $\int_1^{2'} v \cdot dp$ | A-1-2′-2″-C | D-1-2′-E | lavoro politropico |
| $\int_1^{2} c_p \cdot dT = \int_1^{2} v \cdot dp$ | A-2-2″-C | D-1-2-E | lavoro isentropico |

1-2: e. isoentropica; 1-2’: e. politropica; 1-2’’: e. isoterma



## Espansione adiabatica (di un gas perfetto)

Rendimento di espansione adiabatico o isentropico

$$\eta_{e,is} = \frac{lavoro\ reale}{lavoro\ isoentropico} = \frac{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right]} = \frac{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}}{1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}}}$$

Rendimento di espansione politropico

$$\eta_{e,is} = \frac{lavoro\ reale}{lavoro\ politropico} = \frac{\frac{k}{k-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]}{\frac{n}{n-1} RT_1 \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]} = \frac{n-1}{n} \frac{k}{k-1}$$

# Bibliografia

Micheli D. Dispense del Corso di Macchine e di Macchine Marine.

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI TRIESTE

Dipartimento di
**Ingegneria
e Architettura**