UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di Ingegneria e Architettura





Corso di MACCHINE [065IN]
Corso di MACCHINE MARINE [100IN]

Prof. Rodolfo Taccani
Prof. Lucia Parussini

A.A. 2021-2022

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

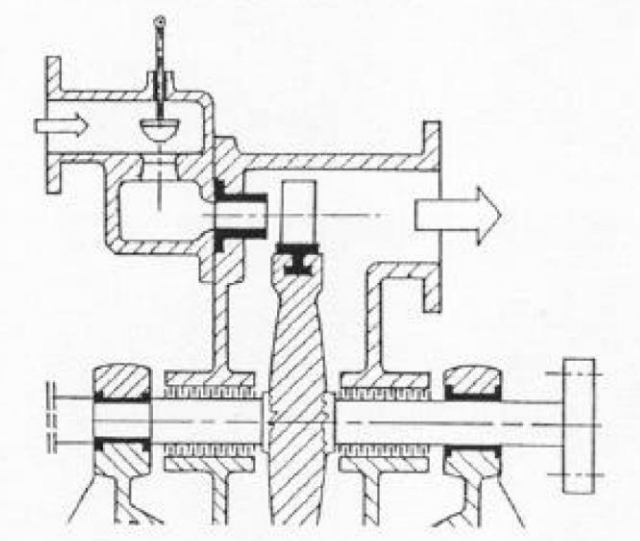
LA TURBOMACCHINA ELEMENTARE

Tutte le turbomachine hanno una **GIRANTE** o **ROTORE** (o RUOTA) parte rotante sulla cui periferia sono ricavati dei condotti mobile generate dal profilo delle *pale*, che sono collegate a un mozzo vincolato a ruotare attorno all'asse della macchina. La girante è racchiusa all'interno di una cassa chiamata **DISTRIBUTORE** o **STATORE**, dove sono ricavati I condotti fissi di ingresso e di uscita del fluido dalla girante, generati dalla schiera di *pale distributrici* o *direttrici*.

Al limite il distributore può mancare: ad esempio nel caso dei ventilatori e delle eliche marine.

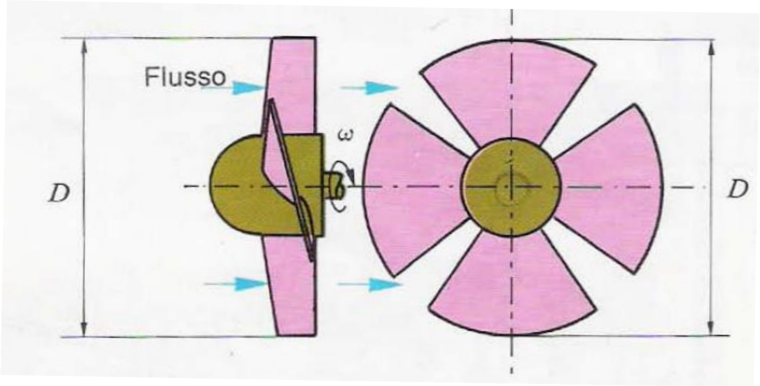
STADIO DELLA TURBOMACCHINA: DISTRIBUTORE + GIRANTE
Turbomacchina:

- monostadio
- multipla o pluristadio

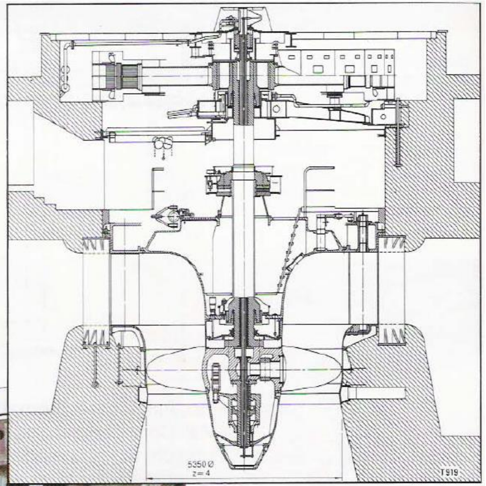


Schema di turbomacchina motrice

Turbomacchine a flusso assiale



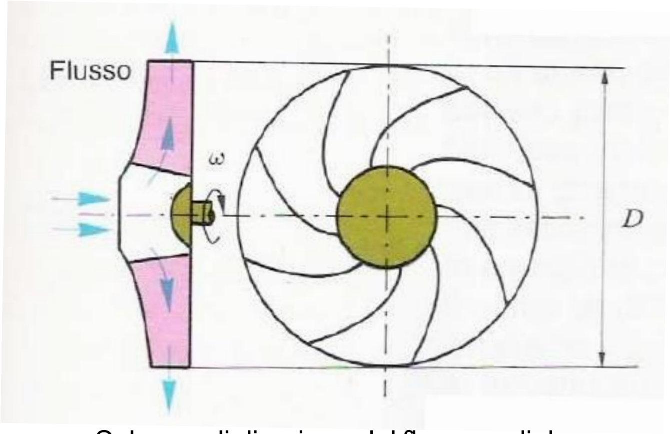
Schema di direzione del flusso assiale



Sezione principale di una turbine a flusso assiale (Kaplan) con caduta utile di 6m, velocità di rotazione 1,3 giri/s, Potenza 6.88 MW e fotografia della girante in officina (Voith).

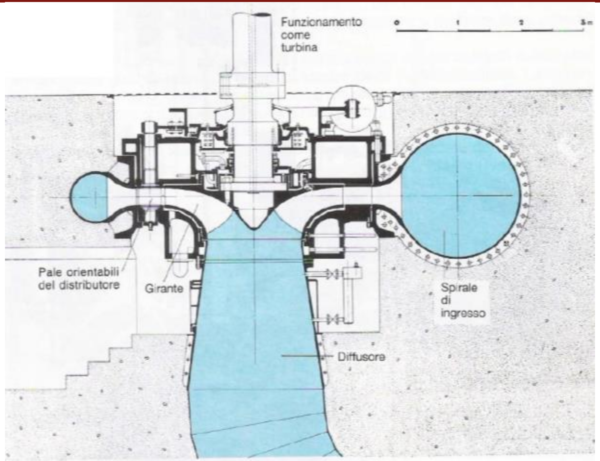
Teoria monodimensionale delle turbomacchine

Turbomacchine a flusso radiale



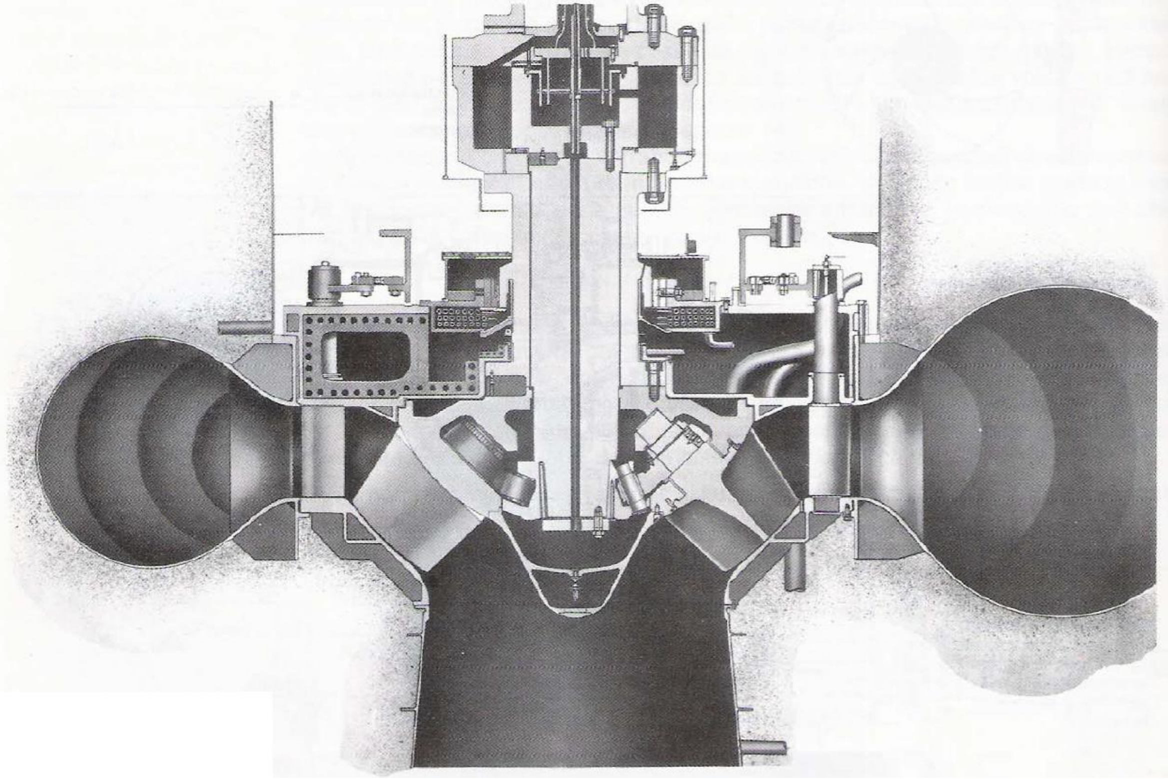
Schema di direzione del flusso radiale

Sezione principale di un impianto con pompa-turbina di tipo Francis radiale e montaggio in officina dei complessi ruote e distributori delle due pompe-turbine, cisacuna sviluppante la Potenza massima P = 88.175 MW sotto un salto Massimo di 311.4 m.

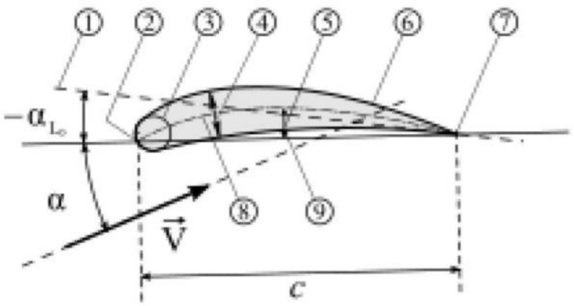


Turbomacchine a flusso misto

Pompa-turbina a flusso misto; l'orientamento delle pale della girante può essere variato da servomotori posti all'interno del mozzo.

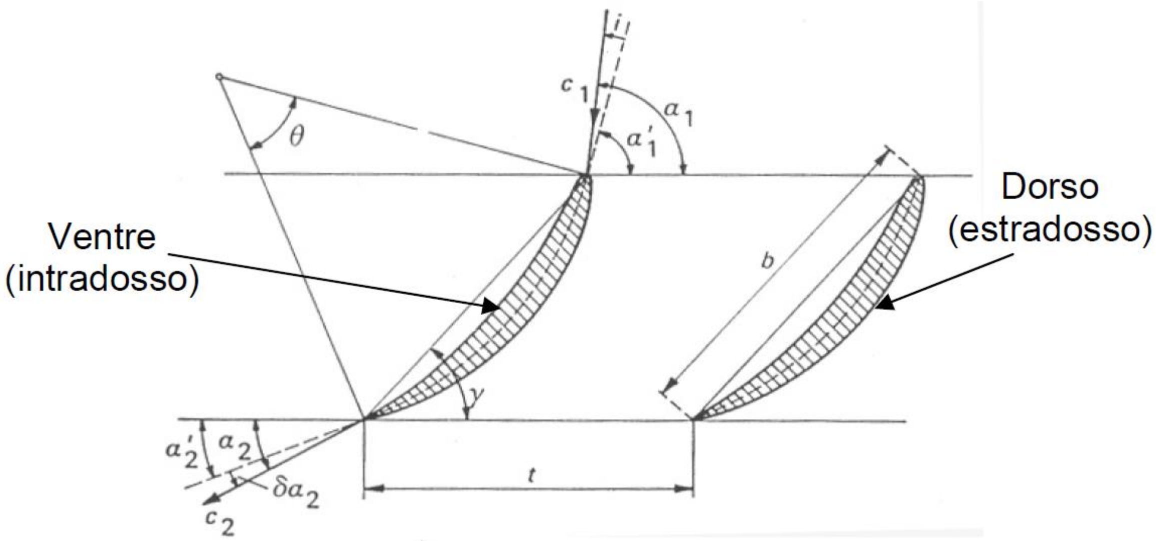


Cenno alla teoria dei profili palari



Geometria di un profilo alare:
α incidenza geometrica
c corda
1 linea di portanza nulla
2 bordo d'attacco
3 cerchio osculatore del bordo di attacco
4 curvatura
5 spessore
6 dorso
7 bordo di uscita
8 linea di inarcamento medio
9 ventre

NOMENCLATURA (analoga a quella adottata per i profili alari, essendo le palettature a tutti gli effetti superfici aerodinamiche)



Palettatura a schiera in una turbomacchina (profili delle palette in sezione).

c_1 e c_2: velocità del fluido in ingresso ed uscita dalla palettatura;

$\alpha_1{}'$ e $\alpha_2{}'$: angoli di attacco e di fuga del profilo;

$\theta = \alpha_1' - \alpha_2{}'$: *inarcamento* del profilo;

α_1 e α_2: angoli cinematici di ingresso e di uscita dal profilo;

$i = \alpha_1 - \alpha_1{}'$: angolo di *incidenza* sul profilo;

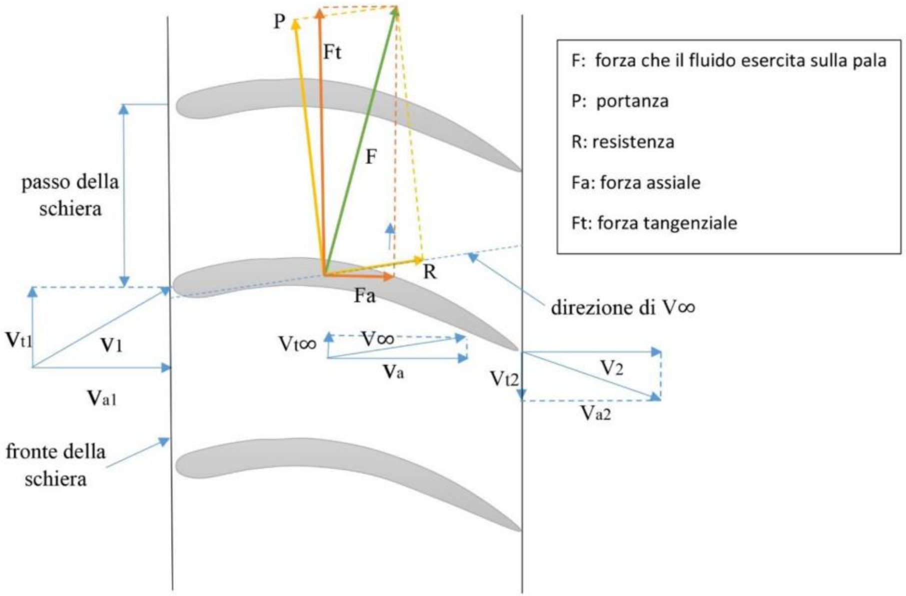
$\delta a_2 = \alpha_2 - \alpha_2{}'$: angolo di *deviazione*;

$\varepsilon = \alpha_1 - \alpha_2$: angolo di *deflessione* della vena fluida nel palettaggio;

t e b: *passo* e *corda* della schiera di palette;

$\sigma = b/t$: solidità della schiera di palette.

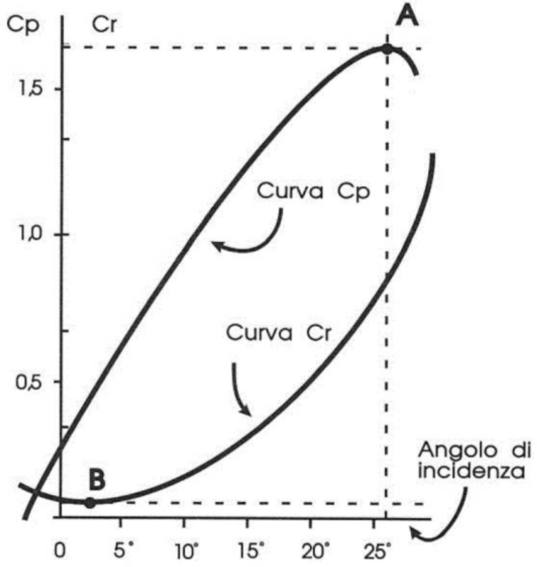
Cenno alla teoria dei profili palari



La scomposizione in F_t e F_a è più significativa nello studio delle turbomacchine nel loro complesso, perché la forza tangenziale dà momento utile mentre la forza assiale deve essere contrastata dalla struttura della macchina. Nel caso di schiere rotoriche il momento esercitato dalla forza tangenziale, $M = F_t \cdot r$ (dove r è il raggio al quale è applicata la forza) determina il valore della potenza scambiata
$P = M \cdot \omega = F_t \cdot r \cdot \omega = F_t \cdot u$.
La potenza complessiva si ottiene integrando sul raggio e moltiplicando per il numero di pale.

Cenno alla teoria dei profili palari

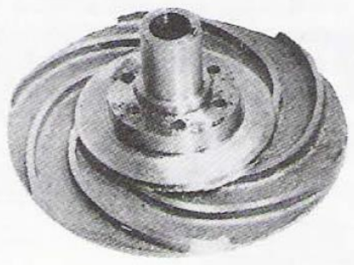
$$P = C_p \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 A$$
$$R = C_r \frac{1}{2} \rho v_\infty^2 A$$



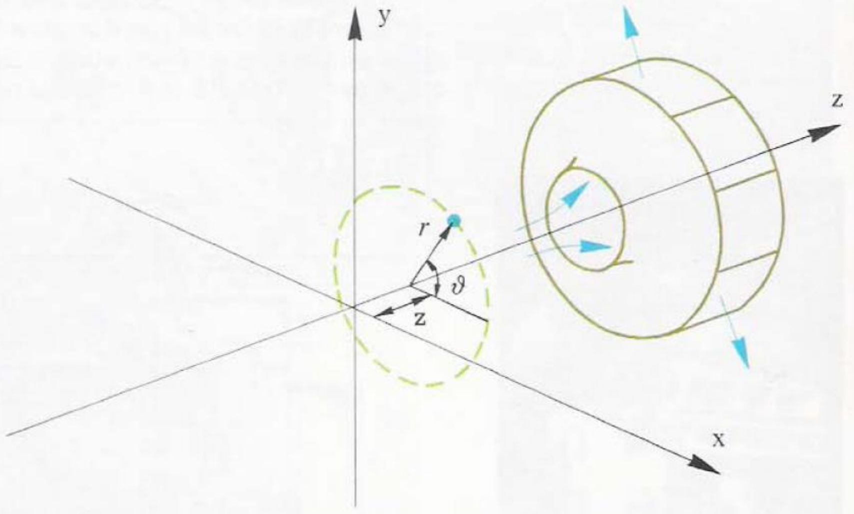
Ipotesi nel calcolo delle turbomachine:

Il moto del fluido attraverso la turbomacchina viene considerate stazionario e unidimensionale.

$\omega = 2\pi n \; [rad/s]$ costante
n numero di giri al secondo effettuati dall'elemento rotante

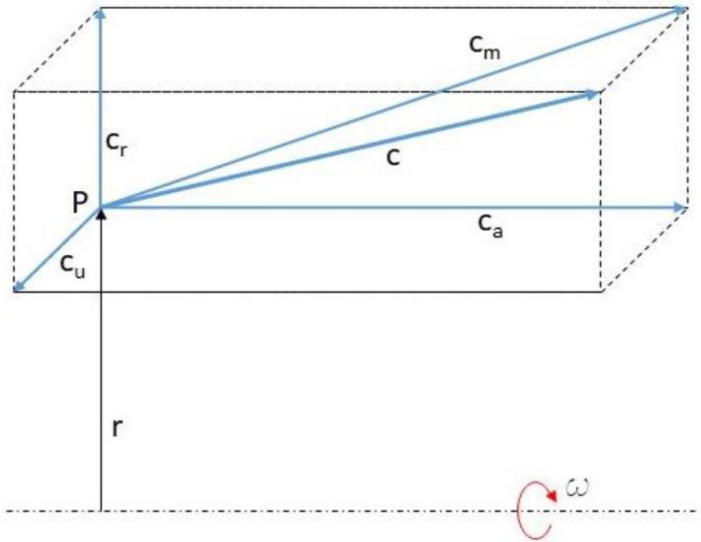


Girante di pompa centrifuga.



Schema di girante di pompa centrifuga con le tre coordinate cilindriche.

TRIANGOLI DI VELOCITA’



$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

c velocità di flusso delle correnti assolute

w velocità di flusso delle correnti relative

$u = \frac{D}{2}\omega$ velocità periferica

c_r componente radiale

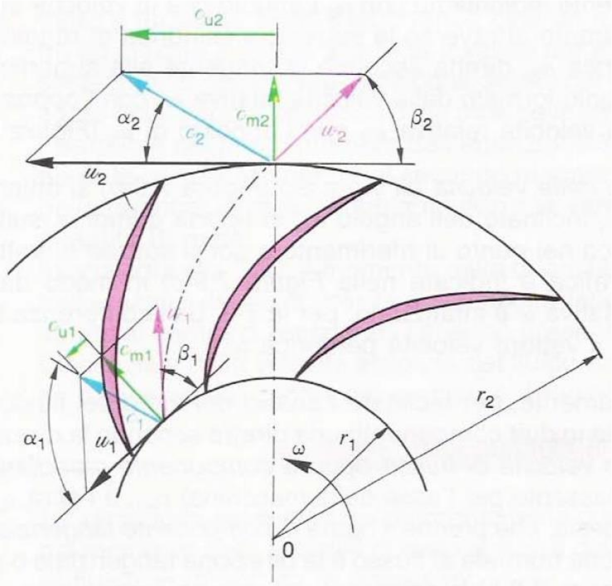
c_a componente assiale

c_u componente tangenziale

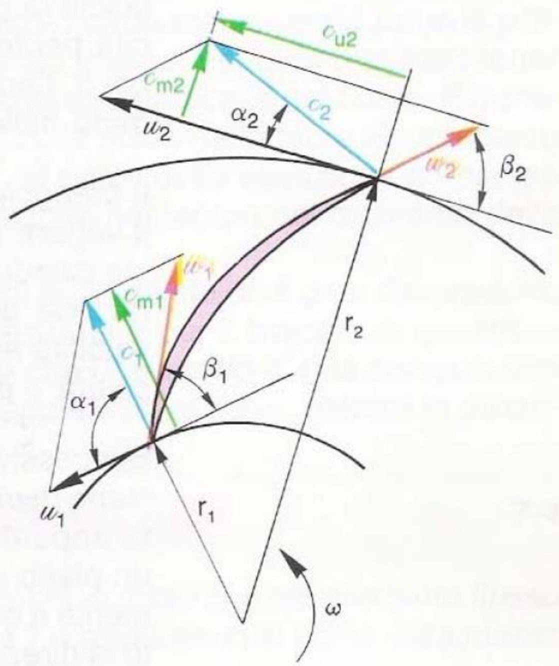
$c_m = c_a + c_r$ componente meridiana

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

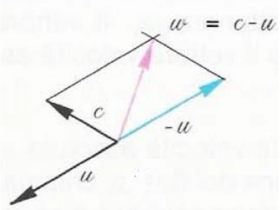
TRIANGOLI DI VELOCITA'



Flusso unidimensionale attraverso la girante di una pompa centrifuga.



Triangoli delle velocità all'ingresso e all'uscita di una pompa centrifuga.



Differenza di due vettori.

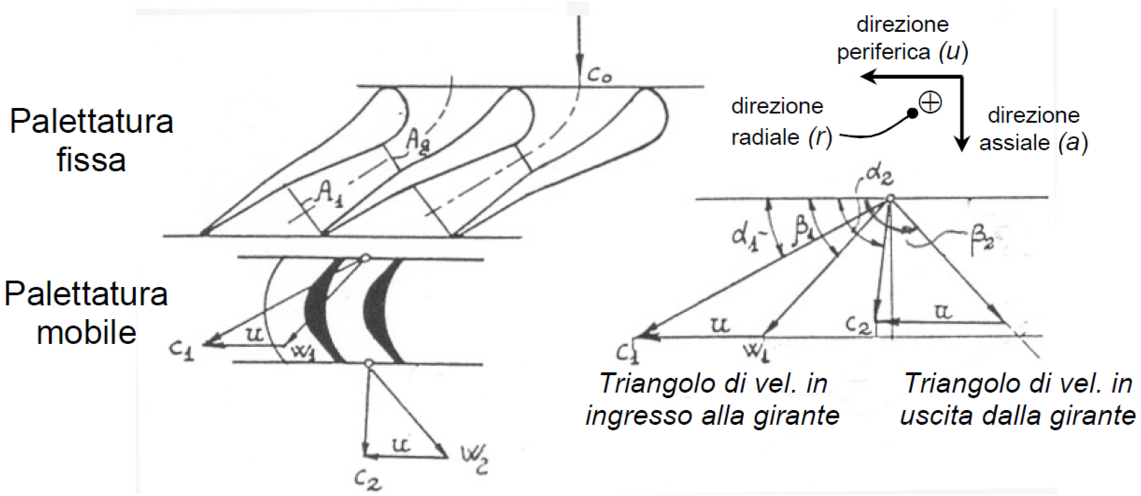
VELOCITA' ASSOLUTA

$$\mathbf{c} = \mathbf{w} + \mathbf{u}$$

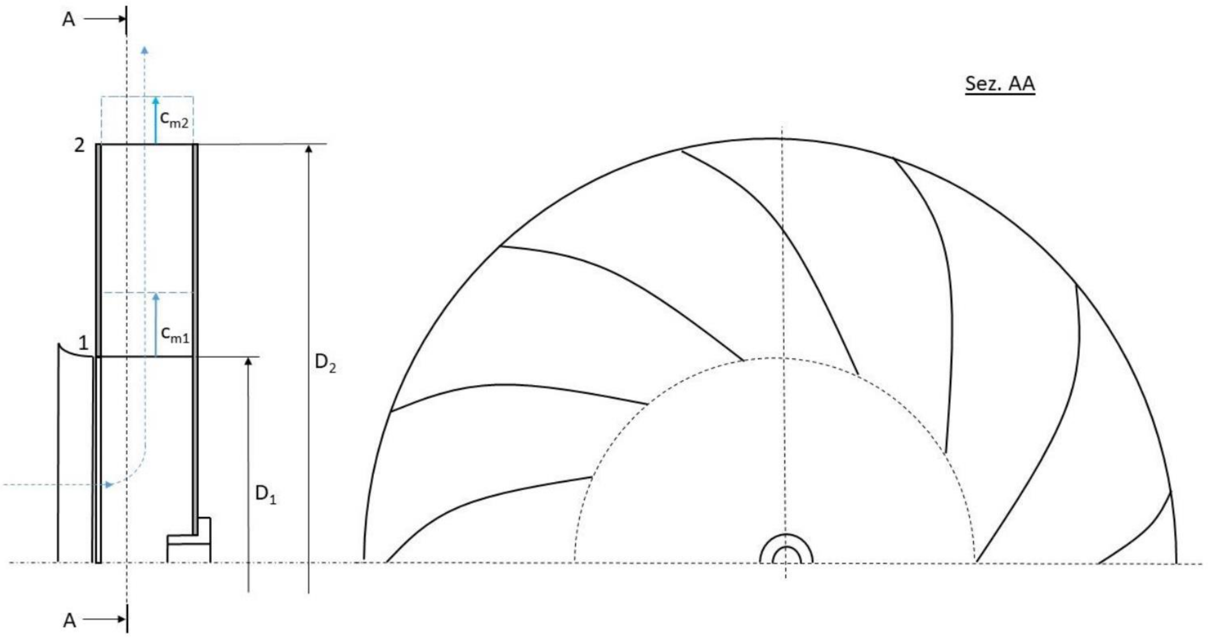
$$u = \omega r = 2\pi n r = \pi n D$$

La traccia della superficie cilindrica della sezione di ingresso è sul piano del disegno il cerchio di raggio r_1; analogamente la traccia della superficie cilindrica della sezione di uscita è sul piano del disegno la circonferenza cerchio di raggio r_2.

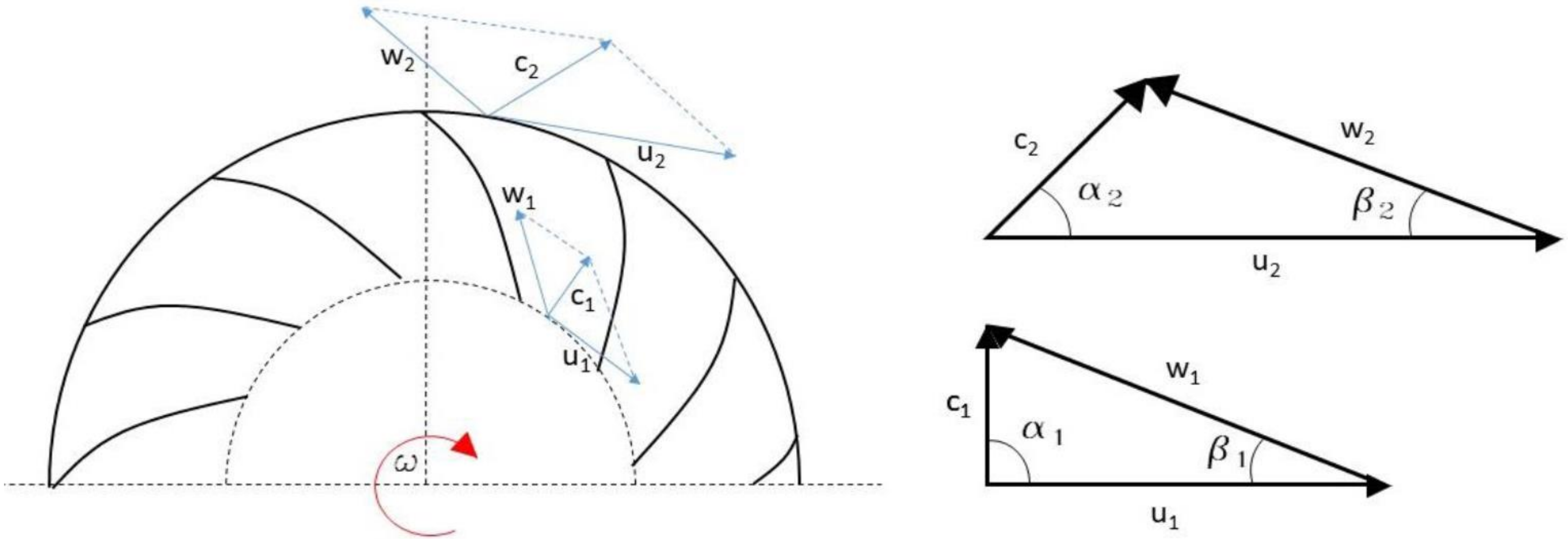
TRIANGOLI DI VELOCITA’



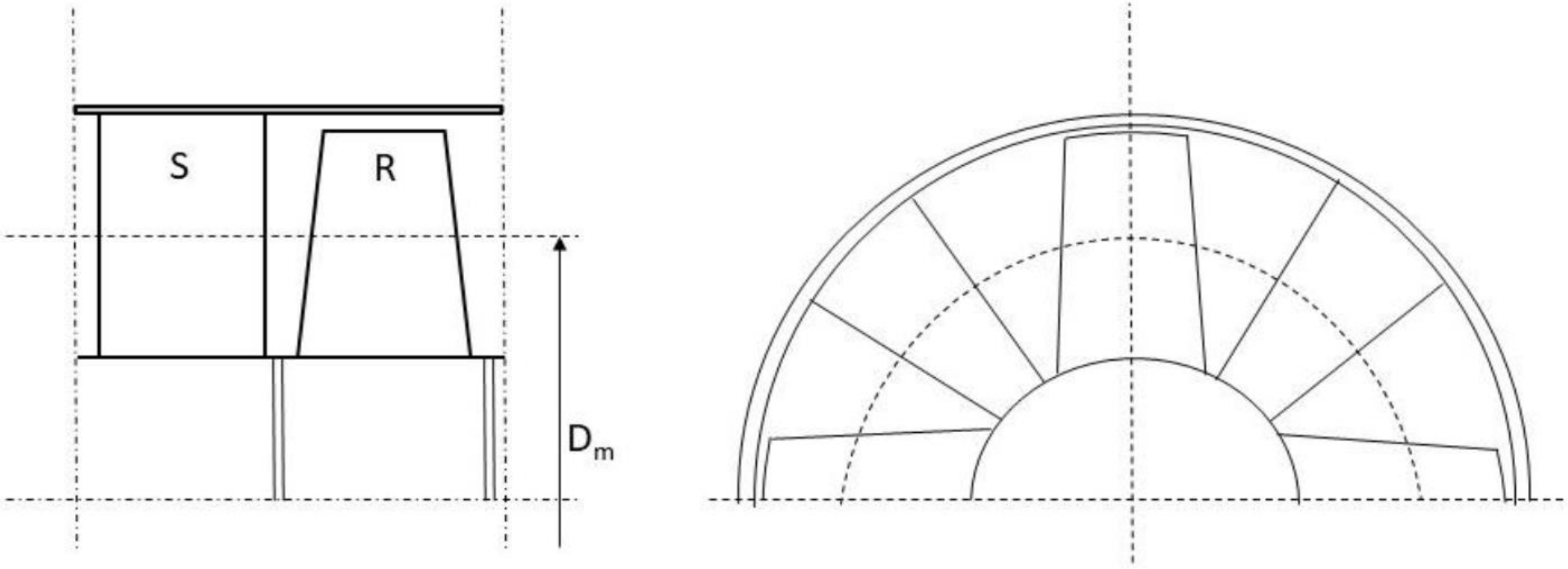
Macchina radiale centrifuga elementare



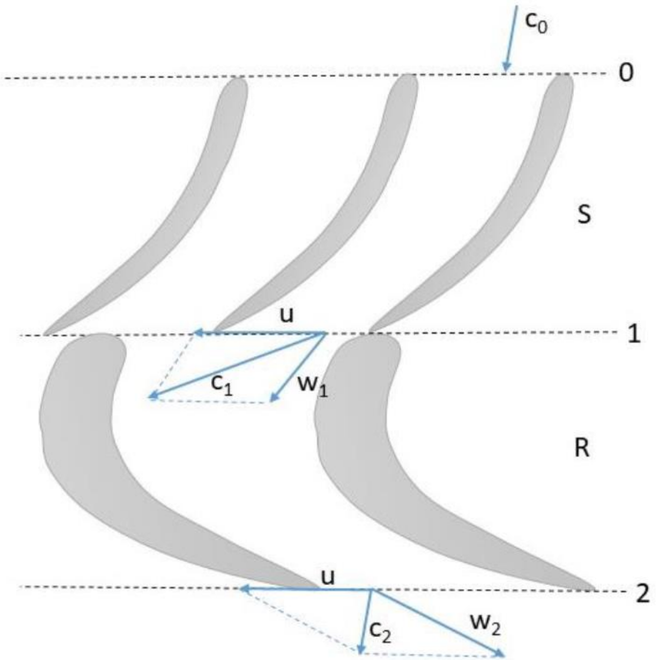
Macchina radiale centrifuga elementare

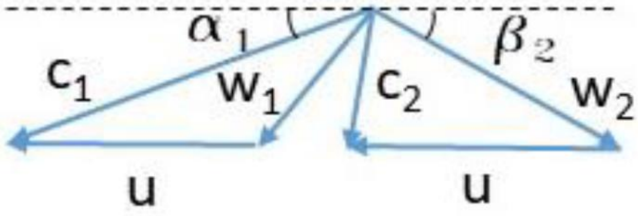


Macchina assiale elementare

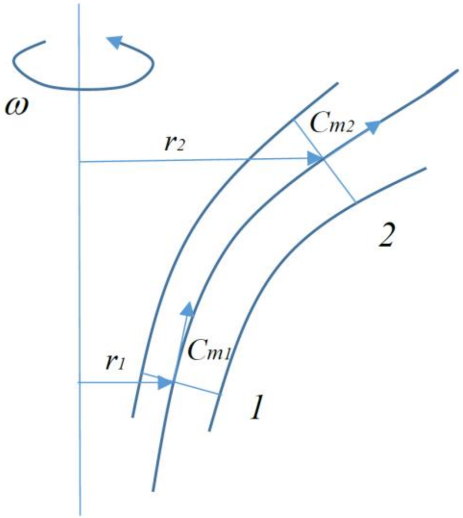


Macchina assiale elementare





EQUAZIONE DI EULERO



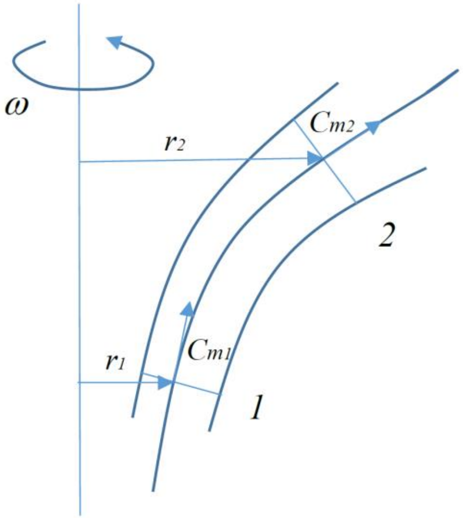
Consideriamo una unità di massa di fluido che attraversi una generica turbomacchina, la cui sezione meridiana è rappresentata in figura.
Supponiamo che la velocità angolare ω sia costante.
Consideriamo una generica linea di flusso che andrà ad intersecare il bordo d'ingresso della palettatura in corrispondenza del raggio r_1 e che abbandonerà la paletta nel bordo d'uscita al raggio r_2.
Per ottenere i vettori della velocità assoluta è necessario sommare alle velocità meridiane anche le componenti tangenziali, c_{u1} e c_{u2}. Queste sono le sole ad esercitare un momento rispetto all'asse di rotazione.
Per la massa unitaria la variazione del momento di quantità di moto rispetto all'asse di rotazione è

$$c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1$$

e il lavoro unitario scambiato

$$\boxed{l_i = \omega(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1) = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1}$$

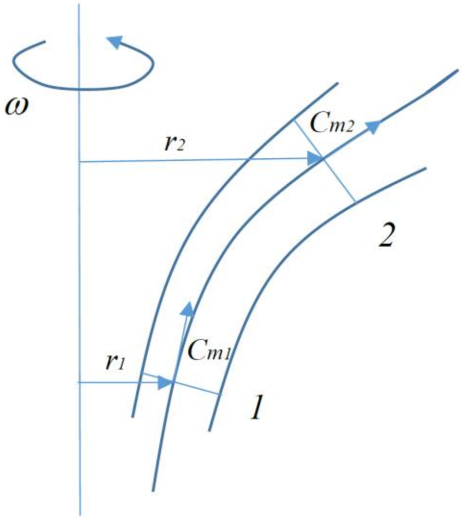
EQUAZIONE DI EULERO



$$\boxed{l_i = \omega(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1) = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1}$$

Se si vuole che l_i sia uniforme, si può imporre che il prodotto $c_u u$ sia costante lungo tutta la sezione *1* e lungo tutta la sezione *2*, ovvero $c_{u1}u_1$ e $c_{u2}u_2$ non devono dipendere dalla linea di corrente scelta.
D'altra parte $u = \omega r$, ed essendo ω costante si può imporre l'analoga condizione che $c_{u1}r_1$ sia costante nella sezione *1* e $c_{u2}r_2$ sia costante nella sezione *2*. Questa non è l'unica condizione possibile per realizzare l'uniformità del lavoro, ma è la soluzione più semplice che si può trovare.
È possibile anche imporre che la quantità $c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$ sia uniforme lungo ogni linea di corrente senza imporre l'uniformità di ciascuno dei due addendi, ma evidentemente tale condizione è più complessa e laboriosa da studiare e realizzare. È poi evidente che la distribuzione delle velocità sopra determinata
è la sola possibile nei casi in cui le componenti di velocità tangenziale siano nulle in ingresso o in uscita dalle pale.

EQUAZIONE DI EULERO



La relazione

$$\boxed{c_u r = cost}$$

è la **legge del vortice libero**, ovvero la legge che descrive la distribuzione delle velocità tangenziali in un vortice non vincolato: quando una corrente percorre una traiettoria curvilinea, si osserva che le velocità tangenziali sono massime per le linee di corrente vicine al centro di rotazione (tendendo all'infinito per $r \to 0$), mentre sono minime in periferia.

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO

$$l_i = c_{u2}u_2 \; - c_{u1}u_1 = \begin{cases} \Delta h_0 & per\ le\ macchine\ termiche \\ gH_{id} & per\ le\ macchine\ idrauliche \end{cases}$$

Consideriamo una macchina termica che, salvo casi eccezionali, potrà ritenersi adiabatica. Inoltre, in generale, nelle macchine termiche il contributo al valore di Δh_tdato dalla variazione di quota è o nullo o assolutamente trascurabile, quindi per il primo principio della termodinamica

$$l_i = \Delta h_t = \Delta h_0$$

Consideriamo una macchina idraulica adiabatica. Il lavoro scambiato è

$$l_i = \frac{\Delta p_t}{\rho} + c_v \Delta T = gH_{id}$$

con p_t pressione totale del fluido.

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO

$$\text{Momento della quantità di moto} = mc_u r$$
$$\text{Flusso del momento della quantità di moto} = \dot{m}c_u r$$

Esaminando il moto del fluido nella girante di una pompa centrifuga:

M_i	$=$	$\dot{m}c_{u2}r_2$	$-$	$\dot{m}c_{u1}r_1$
Coppia trasmessa dalla palettatura della girante $[N \cdot m]$		Flusso del momento della qunatità di moto che esce dalla girante $[N \cdot m]$		Flusso del momento della qunatità di moto che entra nella girante $[N \cdot m]$

$$M_i = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO

Ricordando P= $M\omega$

$$P_i = \dot{m}(c_{u2}r_2 - c_{u1}r_1)\omega = \dot{m}(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})$$ POTENZA INTERNA $[W = J/s]$

$\boxed{l_i = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1}}$ LAVORO MASSICO INTERNO $[J/kg]$ trasmesso dalle pale della girante della pompa

Analogamente, esaminando il moto del fluido nella girante di una turbina:

$\boxed{l_i = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}}$ LAVORO MASSICO INTERNO $[J/kg]$ trasmesso dalle pale della girante della turbina

L'equazione di Eulero può essere espresso in metri di Colonna di fluido $h_i = l_i/g$ CARICO TRASMESSO $[m]$

EQUAZIONE DI EULERO

l_i è massimo quando:

turbopompa

$$u_1 c_{u1} = 0$$
$$l_i = u_2 c_{u2}$$

turbina

$$u_2 c_{u2} = 0$$
$$l_i = u_1 c_{u1}$$

Il progetto della turbomacchina viene quindi realizzato in modo tale da rendere nulla la componente tangenziale della velocità assoluta di ingresso c_{u1} nel caso delle pompe e la componente tangenziale della velocità assoluta in uscita c_{u2} per le turbine.

Esempio: lavoro in una turbina centripeta

Una turbina idraulica ruota alla velocità $n = 5\,\frac{giri}{s}$ $(300\,\frac{giri}{min})$. L'acqua entra nella girante, in corrispondenza del raggio $r_1 = 0.5\ m$, con una componente tangenziale della velocità assoluta $c_{u1} = 16\ m/s$ ed esce dalla girante in corrispondenza del raggio $r_2 = 0.3\ m$, con una componente tangenziale della velocità assoluta $c_{u2} = 0.5\ m/s$.
La portata in volume dell'acqua che attraversa la turbina è $\dot{V} = 3.5\ m^3/s$.

Calcoliamo il lavoro per unità di massa prodotto dall'acqua sulla palettatura della girante, dato da

$$l_i = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2}$$

$\omega = 2\pi n = 31.42\ \mathrm{rad/s}$
$u_1 = \omega r_1 = 15.7\ m/s$
$u_2 = \omega r_2 = 9.4\ m/s$
$l_i = u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2} = 246.5\ \mathrm{J/kg}$

La potenza P_i è: $P_i = \dot{m} l_i = \rho \dot{V} l_i = 862750\ \mathrm{W} = 862.75\ \mathrm{kW}$
$\rho = 1000\ \mathrm{kg}/m^3$
$\dot{m} = 3500\ kg/s$

Se $c_{u2} = 0\ \mathrm{m/s}$, l_i e P_i sono massimi, quanto valgono?

ROTALPIA

Macchina termica:

In un organo statorico adiabatico l'entalpia totale (confondibile con quella di ristagno si conserva):

$$\Delta h_0 = 0$$
$$h_{0\,1} = h_{0\,2}$$

In un organo rotorico adiabatico la rotalpia si conserva:

$$\Delta h_0 = l_i$$
$$h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - h_1 - \frac{1}{2}c_1^2 - gz_1 = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$$
$$h_1 + \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 + c_{u1}u_1 = h_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - c_{u2}u_2$$
$$I_1 = I_2$$
$$I = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - c_u u$$
$$I = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - uc\cos\alpha = h + \frac{1}{2}c^2 + gz - \frac{1}{2}(u^2 + c^2 - w^2) = h + gz + \frac{1}{2}(w^2 - u^2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

ROTALPIA

Macchina idraulica:

In un organo statorico adiabatico:

$$gH_{id} = 0$$

In un organo rotorico adiabatico la rotalpia si conserva:

$$gH_{id} = l_i$$

$$\frac{p_2}{\rho_2} + e_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - \frac{p_1}{\rho_1} - e_1 - \frac{1}{2}c_1^2 - gz_1 = c_{u2}u_2 - c_{u1}u_1$$

$$\frac{p_1}{\rho_1} + e_1 + \frac{1}{2}c_1^2 + gz_1 + c_{u1}u_1 = \frac{p_2}{\rho_2} + e_2 + \frac{1}{2}c_2^2 + gz_2 - c_{u2}u_2$$

$$I_1 = I_2$$

$$I = \frac{p}{\rho} + e + \frac{1}{2}c^2 + gz - c_u u$$

$$I = \frac{p}{\rho} + e + gz + \frac{1}{2}(w^2 - u^2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

EQUAZIONE DI EULERO

Dai triangoli di velocità:

$$c_{u1} = c_1 cos\alpha_1 \qquad c_{u2} = c_2 cos\alpha_2$$

$$w_1^2 = u_1^2 + c_1^2 - 2u_1 c_1 cos\alpha_1 \qquad w_2^2 = u_2^2 + c_2^2 - 2u_2 c_2 cos\alpha_2$$

$$u_1 c_1 cos\alpha_1 = \frac{1}{2}(u_1^2 - w_1^2 + c_1^2) \qquad u_2 c_2 cos\alpha_2 = \frac{1}{2}(u_2^2 - w_2^2 + c_2^2)$$

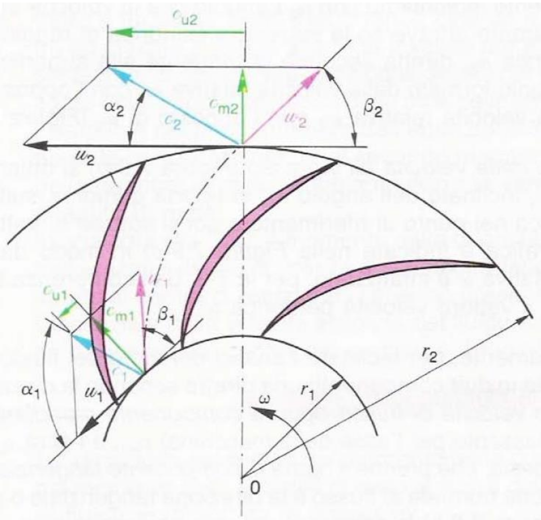
Quindi per una turbopompa:

$$l_i = u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1} = u_2 c_2 cos\alpha_2 - u_1 c_1 cos\alpha_1$$
$$= \frac{1}{2}(u_2^2 - w_2^2 + c_2^2) - \frac{1}{2}(u_1^2 - w_1^2 + c_1^2)$$

$$l_i = \frac{c_2^2 - c_1^2}{2} + \frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}$$

Analogamente, nel caso di una turbina:

$$l_i = \frac{c_1^2 - c_2^2}{2} + \frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}$$



Grado di reazione delle turbomacchine

Grado di reazione: il rapporto tra l'energia statica elaborata dalla girante e il lavoro totale da essa svolto.

Per una macchina operatrice:

$$\varepsilon = \frac{\frac{u_2^2 - u_1^2}{2} - \frac{w_2^2 - w_1^2}{2}}{L_u} = \frac{1}{2}\frac{(u_2^2 - u_1^2) - (w_2^2 - w_1^2)}{(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})} = 1 - \frac{1}{2}\frac{c_2^2 - c_1^2}{(u_2 c_{u2} - u_1 c_{u1})}$$

Per una macchina motrice:

$$\varepsilon = \frac{\frac{u_1^2 - u_2^2}{2} - \frac{w_1^2 - w_2^2}{2}}{L_u} = \frac{1}{2}\frac{(u_1^2 - u_2^2) - (w_1^2 - w_2^2)}{(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})} = 1 - \frac{1}{2}\frac{c_1^2 - c_2^2}{(u_1 c_{u1} - u_2 c_{u2})}$$

$$0 \le \varepsilon < 1$$

Grado di reazione delle turbomacchine

Il grado di reazione influenza la struttura di una turbomacchina e determina la funzione degli organi statorici.

Gli organi statorici

- trasformano l'energia cinetica in energia di pressione o viceversa, mantenendo però inalterato il livello energetico complessivo della corrente

- hanno il compito di orientare la corrente modificandone la direzione

Grado di reazione delle turbomacchine

In base alla loro funzione prevalente, gli organi statorici si dividono in tre categorie:

- i raddrizzatori: hanno l'unica funzione di modificare la direzione del vettore velocità senza variarne il modulo;

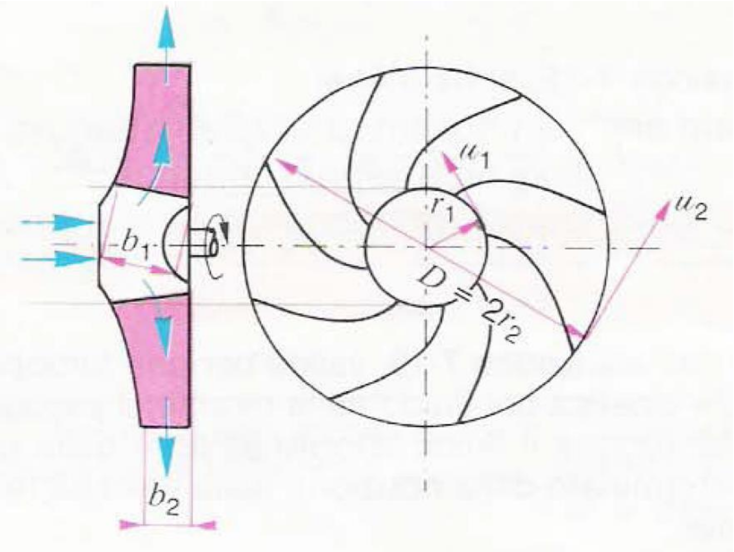
- i diffusori: oltre a modificare la direzione della corrente riducono l'energia cinetica aumentando l'energia di pressione. I diffusori si trovano nelle macchine operatrici a valle della girante. La girante di una macchina operatrice, in generale, aumenta sia l'energia cinetica che l'energia di pressione del fluido: il diffusore converte una parte dell'energia cinetica acquistata dal fluido in energia di pressione;

- gli ugelli: oltre a indirizzare la corrente hanno il compito di aumentare l'energia cinetica a spese della pressione. Tipicamente questi elementi si trovano nelle macchine motrici a monte della girante. L'ugello realizza un getto, cioè una corrente ad alta velocità che investe le palettature rotoriche.
  La conversione dell'energia di pressione può essere in questi casi totale o parziale:
  - se tutta l'energia di pressione disponibile è trasformata in velocità $\varepsilon = 0$ MACCHINA AD AZIONE.
  - se solo una parte di energia di pressione disponibile è trasformata in velocità $0 < \varepsilon < 1$ MACCHINA A REAZIONE.

  A seconda della velocità d'uscita del fluido, gli ugelli possono essere subsonici, sonici o supersonici.

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

TURBOMACCHINE RADIALI



Schema di una pompacentrifuga.

Velocità periferica: $u_1 = \omega r_1 \qquad u_2 = \omega r_2$

Portata massica: $\dot{m} = \rho_1 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = \rho_2 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$

Per un fluido a massa volumica costante:

$\dot{m} = \rho 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = \rho 2\pi r_2 b_2 c_{m2} \qquad \dot{V} = 2\pi r_1 b_1 c_{m1} = 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$

Se l_i è massimo:

all'ingresso

$$c_{u1} = 0 \text{ e } \alpha_1 = 90°\text{, quindi } c_1 = c_{m1}$$

all'uscita

$$c_{u2} = u_2 - w_{u2} \text{ dove}$$

$$\frac{w_{u2}}{c_{m2}} = \tan\left(\frac{\pi}{2} - \beta_2\right) = \cot\beta_2 \text{ da cui } w_{u2} = c_{m2}\cot\beta_2$$

$$c_{u2} = u_2 - c_{m2}\cot\beta_2$$

$$l_i = u_2 c_{u2} = u_2(u_2 - c_{m2}\cot\beta_2)$$

Esempio: lavoro in una pompa centrifuga

La girante di una pompa centrifuga ha un diametro di $\mathrm{D} = 0.12\ m$ e una larghezza assiale della ruota all'uscita $b_2 = 18\ mm$. Le pale sono inclinate all'indietro e formano un angolo $\beta_2 = 25°$ con l'opposto della velocità periferica u_2. La portata di volume di acqua che, alla velocità di $n = 12 \frac{giri}{s} \left(720 \frac{giri}{min}\right)$, passa attraverso la girante è $\dot{V} = 0.0035\ m^3/s$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

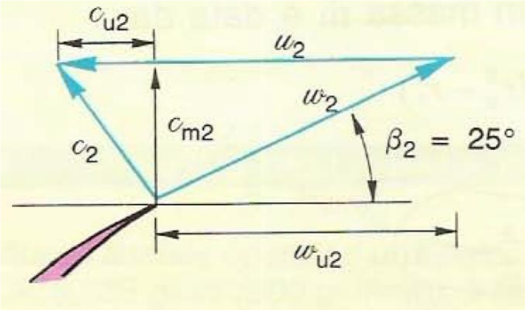
$$l_i = u_2(u_2 - c_{m2} \cot \beta_2)$$

$$u_2 = \omega r_2 = 2\pi n \frac{D}{2} = 4.5\ m/s$$

$\dot{V} = 2\pi r_2 b_2 c_{m2}$ da cui $c_{m2} = \frac{\dot{V}}{(\pi D b_2)} = 0.515\ m/s$

$$l_i = 15.44\ \mathrm{J/kg}$$

$$h_i = \frac{l_i}{\mathrm{g}} = 1.57\ \mathrm{m\ di\ colonna\ d'acqua}$$

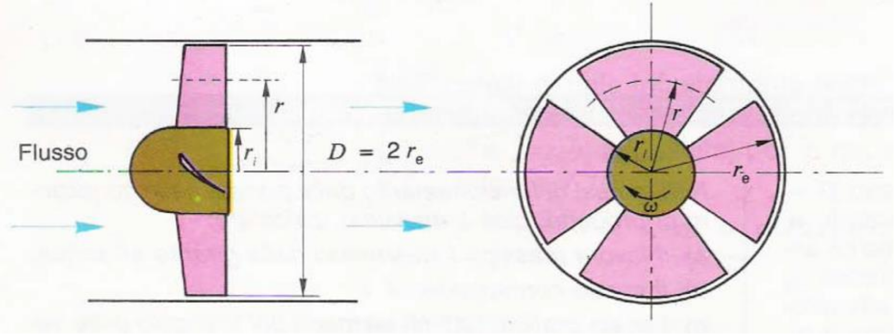


La potenza P_i è: $P_i = \dot{m} l_i = \rho \dot{V} l_i$ con $\rho = 1000\ \mathrm{kg}/m^3$

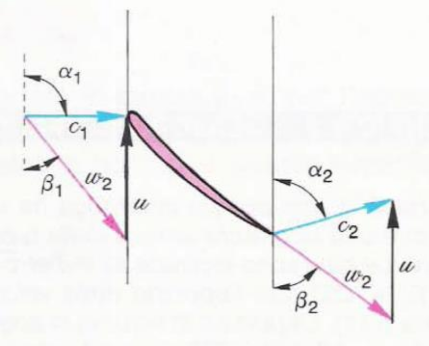
w_2, w_{u2}, c_{u2}, c_2?

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

TURBOMACCHINE ASSIALI



Schema di girante a flusso assiale.



Triangoli di velocità per girante a flusso assiale.

Velocità periferica: $u_1 = u_2 = u = \omega r$

Per la conservazione della massa: $c_{m1} = c_{m2} = c_m$

Per un fluido a massa volumica costante:

$\dot{m} = \rho c_m \pi (r_e^2 - r_i^2)$ $\quad$ $\dot{V} = c_m \pi (r_e^2 - r_i^2)$

Se l_i è massimo:

all'ingresso $\alpha_1 = 90°$, quindi $c_1 = c_m$

$$c_m = u \tan \beta_1$$

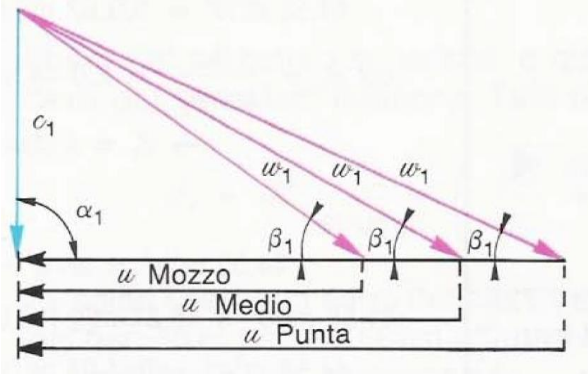
$$l_i = u c_{u2} = u(u - c_m \cot \beta_2)$$

Teoria monodimensionale delle turbomacchine

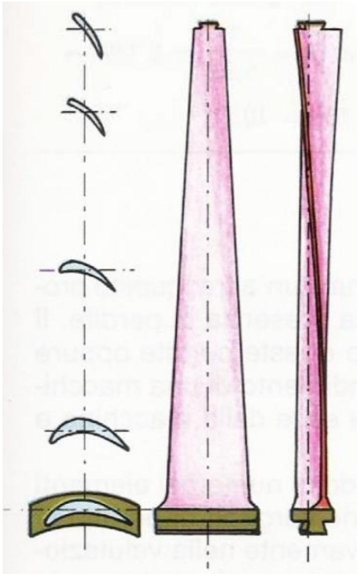
TURBOMACCHINE ASSIALI

$$u = \omega r$$
$$c_m = u \tan \beta_1$$
$$l_i = u c_{u2} = u(u - c_m \cot \beta_2)$$

$$r \uparrow \ \beta_1 \downarrow \ \beta_2 \uparrow$$



Diminuzione dell'angolo β_1 all'aumentare della velocità periferica pasando dal mozzo alla punta della pala.



Pala rotorica svergolata di una turbomacchina.

Esempio: lavoro in una pompa assiale

Una pompa assiale opera ad una velocità di rotazione pari a $n = 8.333 \frac{giri}{s} \left(500 \frac{giri}{min}\right)$. Il raggio all'estremità della pala è $r_e = 0.36\ m$, il raggio interno in corrispondenza del mozzo è $r_i = 0.2\ m$. In corrispondenza di un raggio medio r$= 0.28\ m$ vengono assegnati gli angoli $\beta_1 = 12°$ e $\beta_2 = 15°$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

$$l_i = u(u - c_m \cot \beta_2) = 44.58 \text{ J/kg}$$

$$u = \omega r = 2\pi n r = 14.65\ m/s$$
$$c_m = u \tan \beta_1 = 3.11\ m/s$$

$$\dot{V} = c_m \pi \left(r_e^2 - r_i^2\right) = 0.875\ m^3/s$$

$u = \omega r = 2\pi n r$ $\quad u_i = \omega r_i = 2\pi n r_i = 10.47\ m/s$ $\quad u_e = \omega r_e = 2\pi n r_e = 18.84\ m/s$

$\beta_1 = \arctan \frac{c_m}{u}$ $\quad \beta_{1i} = \arctan \frac{c_m}{u_i} = 16.5°$ $\quad \beta_{1e} = \arctan \frac{c_m}{u_e} = 9.5°$

Imponendo che il lavoro interno rimanga costante $\quad l_i = u_i(u_i - c_m \cot \beta_{2i}) = u_e(u_e - c_m \cot \beta_{2e})$

$\beta_2 = \arctan \frac{u c_m}{u^2 - l_i}$ $\quad \beta_{1i} = \arctan \frac{u_i c_m}{u_i^2 - l_i} = 26.6°$ $\quad \beta_{1e} = \arctan \frac{u_e c_m}{u_e^2 - l_i} = 10.7°$

Rendimenti delle turbomacchine

Classificazione generale delle potenze e dei rendimenti delle turbomacchine

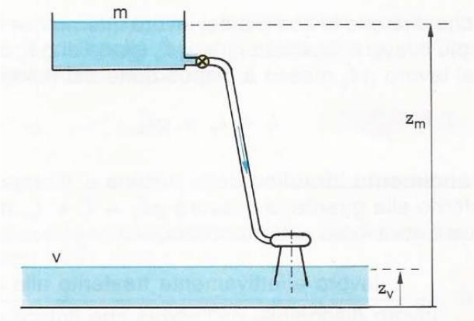
livello energetico	macchine motrici	macchine operatrici	note
1) potenza teorica P_t potenza utile P_u	idrauliche: $P_t = \rho g Q H_t$ termiche: $P_t = \dot{m}\Delta h_{0_{is}}$	idrauliche: $P_u = \rho g Q H_t$ termiche: $P_u = \dot{m}\Delta h_{0_{is}}$	– H_t: salto teorico o prevalenza totale – Q: portata volumetrica – riferimento ideale per le macchine termiche: trasformazione isoentropica
2) potenza idraulica P_{id} potenza della palettatura P_p	η_{id} o η_p rendimento idraulico o della palettatura ($\eta_{id,p}$)		– perdite fluidodinamiche interne alla macchina
	idrauliche: $P_{id} = P_t \eta_{id} = \rho g Q H_{id}$ termiche: $P_p = P_t \eta_p = \dot{m}\Delta h_0$	idrauliche: $P_{id} = P_u/\eta_{id} = \rho g Q H_{id}$ termiche: $P_p = P_u/\eta_p = \dot{m}\Delta h_0$	– H_{id}: salto o prevalenza idraulica – deflusso adiabatico
3) potenza interna P_i	η_v rendimento volumetrico		– altre perdite interne (per trafilamenti)
	idrauliche: $P_i = P_{id}\eta_v = \rho g Q' H_{id} = P_t \eta_i$ termiche: $P_i = P_p \eta_v = \dot{m}'\Delta h_0 = P_t \eta_i$	idrauliche: $P_i = P_{id}/\eta_v = \rho g Q' H_{id} = P_u/\eta_i$ termiche: $P_i = P_p/\eta_v = \dot{m}'\Delta h_0 = P_u/\eta_i$	– l'apice indica le portate volumetriche o massiche corrette con il rendimento volumetrico, cioè quelle che fluiscono effettivamente attraverso le pale scambiando energia con la macchina
	$\eta_i = \eta_{id,p}\eta_v$ rendimento interno		–
4) potenza effettiva P_e potenza assorbita P_a	η_m rendimento meccanico		– perdite meccaniche (cuscinetti, tenute ecc.)
	$P_e = P_i \eta_m = P_t \eta_i \eta_m = P_t \eta_{id,p}\eta_v \eta_m = P_t \eta_e$	$P_a = P_i/\eta_m = P_u/\eta_i \eta_m = P_u/\eta_{id,p}\eta_v\eta_m = P_u/\eta_e$	– potenza effettiva o assorbita e rendimento effettivo si intendono al netto dei rendimenti *i)* della eventuale macchina elettrica accoppiata e del relativo dispositivo di accoppiamento e *ii)* della potenza assorbita dagli ausiliari
	$\eta_e = \eta_{id,p}\eta_v\eta_m$ rendimento effettivo		

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

$$h_d = H_m - H_v = \left(\frac{p_m}{\rho g} + \frac{v_m^2}{2g} + z_m\right) - \left(\frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_v^2}{2g} + z_v\right)$$

CADUTA DISPONIBILE	CARICO TOTALE A MONTE	CARICO TOTALE A VALLE



Impianto idraulico con inserita una turbina.

Solitamente $h_d = z_m - z_v$

CADUTA UTILE O NETTA: $h_u = h_d - Y$ con Y perdite di carico

Rendimento della condotta

$$\eta_{cond} = \frac{h_u}{h_d} = \frac{z_m - z_v - Y}{z_m - z_v}$$

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

l_i	=	gh_u	−	l_w	$= gh_u - gh_w = g(h_u - h_w)$
LAVORO INTERNO		LAVORO UTILE		LAVORO DISSIPATO	

P_i	=	$(\dot{m} - \Delta\dot{m})$	l_i
POTENZA INTERNA SVILUPPATA DAL FLUIDO SULLA TURBINA [W]		PORTATA DEL FLUIDO CHE TRASFERISCE ENERGIA	LAVORO MASSICO INTERNO

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

Rendimento idraulico

$$\eta_y = \frac{\text{LAVORO EFFETTIVAMENTE TRASFERITO ALLA GIRANTE}}{\text{LAVORO DISPONIBILE NELL'ACQUA CHE FLUISCE NELLA TURBINA}} = \frac{l_i}{l_i + l_w} = \frac{gh_i}{gh_i + gh_w} = \frac{gh_i}{gh_u} = \frac{h_i}{h_u} = \frac{P_{idraulica}}{P_{teorica}}$$

Rendimento volumetrico

$$\eta_v = \frac{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA GIRANTE PRODUCENDO LAVORO}}{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA TURBINA}} = \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} = \frac{P_{interna}}{P_{idraulica}}$$

Rendimento organico o meccanico

$$\eta_o = \frac{\text{POTENZA UTILE RACCOLTA ALL'ALBERO}}{\text{POTENZA INTERNA ALLA MACCHINA}} = \frac{P_u}{P_i} = \frac{P_{effettiva}}{P_{interna}}$$

Rendimento totale o effettivo della turbina

$$\eta_T = \frac{\text{POTENZA IN USCITA RACCOLTA ALL'ALBERO}}{\text{POTENZA IMMESSA NELLA TURBINA DALL'ACQUA}} = \frac{P_u}{\rho g h_u \dot{V}} = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{P_{effettiva}}{P_{teorica}}$$

Rendimento globale

$$\eta_g = \eta_{cond}\eta_T = \eta_{cond}\eta_y\eta_v\eta_o$$

Rendimenti delle turbomacchine

Turbine

$$h_u = \eta_{cond} h_d$$

$$h_i = \eta_y h_u$$

$$\dot{m} - \Delta\dot{m} = \eta_v \dot{m}$$

$$P_u = \eta_o P_i$$

$$\eta_T = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} \frac{P_u}{P_i} = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} \frac{P_u}{(\dot{m} - \Delta\dot{m}) l_i} = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\rho \dot{V}} \frac{P_u}{(\dot{m} - \Delta\dot{m}) g h_i} = \frac{P_u}{\rho g h_u \dot{V}}$$

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

$$h_t = H_m - H_v = \left(\frac{p_m}{\rho g} + \frac{v_m^2}{2g} + z_m\right) - \left(\frac{p_v}{\rho g} + \frac{v_v^2}{2g} + z_v\right)$$

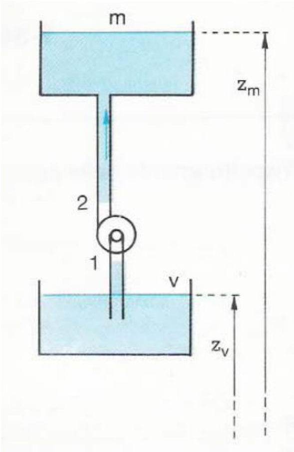
PREVALENZA TOTALE	CARICO TOTALE A MONTE	CARICO TOTALE A VALLE

PREVALENZA GEODETICA: $h_g = z_m - z_v$

PREVALENZA MANOMETRICA: $h_u = h_t + Y$ con Y perdite di carico

Rendimento della condotta

$$\eta_{cond} = \frac{h_t}{h_u} = \frac{h_u - Y}{h_u}$$



Impianto idraulico con inserita una pompa.

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

l_i	$=$	gh_u	$+$	l_w	$= gh_u + gh_w = g(h_u + h_w)$
LAVORO INTERNO		LAVORO UTILE		LAVORO DISSIPATO	

P_i	$=$	$(\dot{m} + \Delta\dot{m})$	l_i
POTENZA INTERNA FORNITA AL FLUIDO DALLA POMPA		PORTATA DEL FLUIDO CHE VIENE TRATTATA DALLA GIRANTE COMPRESA QUELLA CHE VIENE PERSA NEI GIOCHI	LAVORO MASSICO INTERNO

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

Rendimento idraulico

$$\eta_y = \frac{\text{LAVORO EFFETTIVAMENTE RICEVUTO DAL FLUIDO}}{\text{LAVORO FATTO SUL FLUIDO DALLA GIRANTE}} = \frac{gh_u}{l_i} = \frac{gh_u}{gh_u + l_w} = \frac{gh_u}{gh_u + gh_w} = \frac{h_u}{h_u + h_w} = \frac{P_{utile}}{P_{idraulica}}$$

Rendimento volumetrico

$$\eta_v = \frac{\text{PORTATA MANDATA DALLA POMPA}}{\text{PORTATA CHE ATTRAVERSA LA GIRANTE}} = \frac{\dot{m}}{\dot{m} + \Delta\dot{m}} = \frac{P_{idraulica}}{P_{interna}}$$

Rendimento organico o meccanico

$$\eta_o = \frac{\text{POTENZA FORNITA AL FLUIDO DALLA GIRANTE}}{\text{POTENZA ASSORBITA DALLA MACCHINA}} = \frac{P_i}{P_a} = \frac{P_{interna}}{P_{assorbita}}$$

Rendimento totale o effettivo della pompa

$$\eta_P = \frac{\text{POTENZA FLUIDA CHE ESCE DALLA POMPA}}{\text{POTENZA MECCANICA ASSORBITA DALLA POMPA}} = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{P_a} = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{P_{utile}}{P_{assorbita}}$$

Rendimento globale

$$\eta_g = \eta_{cond}\eta_P = \eta_{cond}\eta_y\eta_v\eta_o$$

Rendimenti delle turbomacchine

Pompe

$$h_u = \eta_{cond} h_t = \eta_y \frac{l_i}{g}$$

$$h_i = \eta_y h_u$$

$$\dot{m} - \Delta\dot{m} = \eta_v \dot{m}$$

$$P_u = \eta_o P_i$$

$$\eta_P = \eta_y \eta_v \eta_o = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} \frac{P_u}{P_i} = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\dot{m}} \frac{P_u}{(\dot{m} - \Delta\dot{m}) l_i} = \frac{g h_i}{g h_u} \frac{\dot{m} - \Delta\dot{m}}{\rho \dot{V}} \frac{P_u}{(\dot{m} - \Delta\dot{m}) g h_i} = \frac{P_u}{\rho g h_u \dot{V}}$$

Esempio: lavoro in una pompa assiale

Una pompa assiale opera ad una velocità di rotazione pari a $n = 8.333 \frac{giri}{s} \left(500 \frac{giri}{min}\right)$. Il raggio all'estremità della pala è $r_e = 0.36\ m$, il raggio interno in corrispondenza del mozzo è $r_i = 0.2\ m$. In corrispondenza di un raggio medio r= $0.28\ m$ vengono assegnati gli angoli $\beta_1 = 12°$ e $\beta_2 = 15°$.

Nell'ipotesi di funzionamento della pompa nelle condizioni di progetto

$$l_i = u(u - c_m \cot \beta_2) = 44.58\ \mathrm{J/kg}$$

$$u = \omega r = 2\pi n r = 14.65\ m/s$$
$$c_m = u \tan \beta_1 = 3.11\ m/s$$

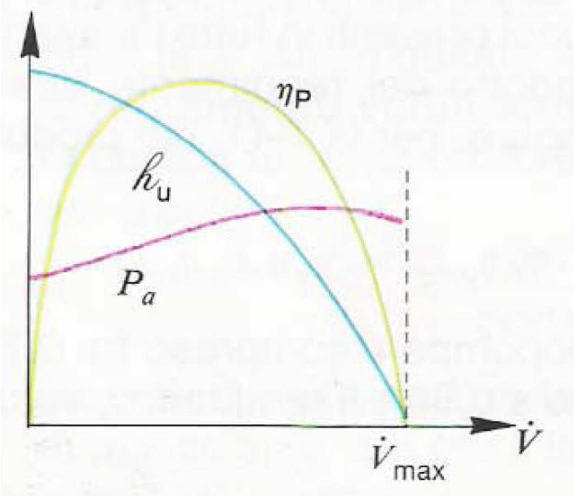
$$\dot{V} = c_m \pi\left(r_e^2 - r_i^2\right) = 0.875\ m^3/s$$

Assegnati il rendimento idrulico $\eta_Y = 0.87$ e il rendimento totale $\eta_P = 0.8$:

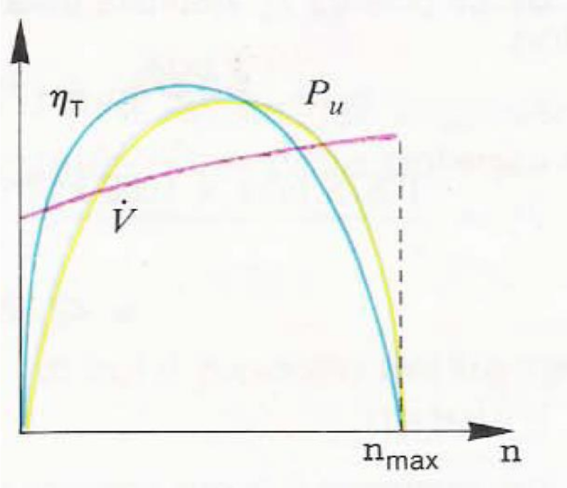
essendo $\eta_y = \frac{g h_u}{l_i}$ si ricava la prevalenza manometrica $h_u = \eta_y \frac{l_i}{g} = 3.95\ m\ di\ colonna\ d'acqua$

essendo $\eta_P = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{P_a}$ si ricava la Potenza assorbita $P_a = \frac{\rho g h_u \dot{V}}{\eta_P} = 42.38\ kW$

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine



Curve caratteristiche di una pompa.



Curve caratteristiche di una turbina.

Adimensionalizzare: trasformare le variabili del problema in grandezze prive di dimensioni dividendole per opportuni fattori di scala.

Analisi dimensionale: tecnica che consente di individuare le dipendenze funzionali dei fenomeni da variabili fisiche e geometriche basandosi su considerazioni di OMOGENEITA' DIMENSIONALE.

Se una equazione esprime una corretta relazione tra le variabili di un processo fisico allora sarà dimensionalmente omogenea, cioè ciascun termine additivo avrà le medesime dimensioni.

Analisi dimensionale

Vantaggi:

- relazioni più semplici con minor numero di parametri
- compattazione degli ordini di grandezza
- valutazione dell'importanza dei termini all'interno delle equazioni
- leggi di scala, quindi maggiore universalità delle leggi ottenute
- nelle sperimentazione: riduzione del numero di parametri da variare, riduzione del numero di esperimenti da fare, possibilità di fare esperimenti significativi in scala ridotta

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Similitudine fluidodinamica

Se una turbomacchina A e una turbomacchina B sono:

- geometricamente simili: uguali angoli delle pale e rapporti principali delle dimensioni della turbomacchina
- cinematicamente simili: triangoli di velocità simili
- dinamicamente simili: uguale regime di moto (stesso numero di Reynolds riferito al diametro massimo D della girante e stessa rugosità relativa dei passaggi interni alla macchina)

allora avranno le stesse caratteristiche fluidodinamiche e in particolare gli stessi rendimenti $\eta_A = \eta_B$ (facciamo l'ipotesi che η_o e η_v si conservino inalterati nelle due turbomacchine, in modo che il rendimento totale e quello idraulico siano intercambiabili).

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Coefficienti adimensionali

Coefficiente di portata

$$\Phi = \frac{\dot{V}}{nD^3}$$

$$\Phi = \frac{c_m}{u} = \frac{c_m D^2}{u D^2} \sim \frac{\dot{V}}{nD^3}$$

Coefficiente di pressione o di lavoro

$$\Psi = \frac{l}{n^2 D^2} = \frac{gh}{n^2 D^2}$$

$$\Psi = \frac{l}{u^2} = \frac{gh}{u^2}$$

Rapporto di velocità periferica

$$\mathrm{k} = \frac{u}{\sqrt{2gh}} = \frac{1}{\sqrt{2\Psi}}$$

Coefficiente di potenza

$$\Lambda = \frac{P}{\rho n^3 D^5}$$

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Due turbomacchine della stessa famiglia soddisfano contemporaneamente

$$\Phi_A = \Phi_B$$
$$\Psi_A = \Psi_B$$
$$\Lambda_A = \Lambda_B$$

Regole di similitudine

$$\frac{\dot{V}_A}{n_A D_A^3} = \frac{\dot{V}_B}{n_B D_B^3} \qquad \frac{\dot{V}_A}{\dot{V}_B} = \frac{n_B}{n_A}\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^3$$

$$\frac{l_A}{n_A^2 D_A^2} = \frac{l_B}{n_B^2 D_B^2} \qquad \frac{l_A}{l_B} = \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2 \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

$$\frac{P_A}{\rho_A n_A^3 D_A^5} = \frac{P_B}{\rho_B n_B^3 D_B^5} \qquad \frac{P_A}{P_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A}\left(\frac{n_B}{n_A}\right)^3 \left(\frac{D_B}{D_A}\right)^5$$

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

ESEMPIO:

Pompa centrifuga A

$$D_A = 600 \text{ mm}$$
$$n_A = 12.5 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 750 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

$\dot{V}_A$	h_A	η_A
0.0	40.0	0.00
0.1	40.4	0.40
0.2	40.6	0.57
0.3	40.0	0.69
0.4	38.7	0.78
0.5	36.0	0.83
0.6	32.0	0.83
0.7	25.6	0.75
0.8	16.0	0.53
0.9	4.0	0.15
0.93	0.0	0.00

Pompa centrifuga B

$$D_B = 450 \text{ mm}$$
$$n_B = 20 \frac{\text{giri}}{\text{s}} = 1200 \frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

Le turbomachine A e B sono della stessa famiglia.

- Ricavare le caratterisristiche della pompa B.
- Calcolare i coefficienti adimensionali di portata e di pressione delle due pompe.

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

ESEMPIO:

Utilizzando le relazioni per turbomachine della stessa famiglia:

$$\frac{\dot{V}_A}{\dot{V}_B} = \frac{n_B}{n_A}\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^3$$

$$\frac{l_A}{l_B} = \frac{gh_A}{gh_B} = \frac{h_A}{h_B} = \left(\frac{n_B}{n_A}\right)^2\left(\frac{D_B}{D_A}\right)^2$$

Pompa centrifuga A

$$D_A = 600 \text{ mm}$$

$$n_A = 12.5\,\frac{\text{giri}}{\text{s}} = 750\,\frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

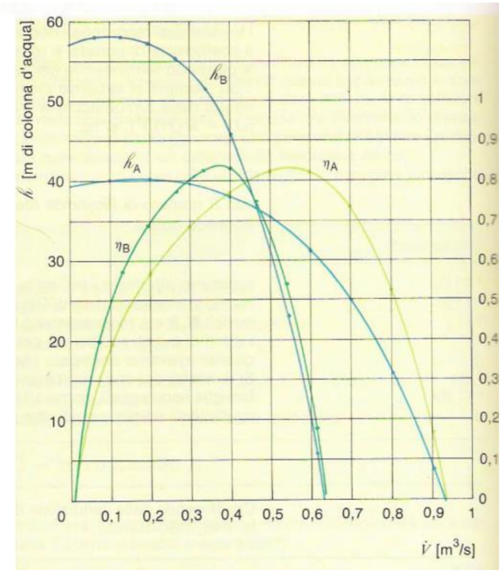
$\dot{V}_A$	h_A	η_A
0.0	40.0	0.00
0.1	40.4	0.40
0.2	40.6	0.57
0.3	40.0	0.69
0.4	38.7	0.78
0.5	36.0	0.83
0.6	32.0	0.83
0.7	25.6	0.75
0.8	16.0	0.53
0.9	4.0	0.15
0.93	0.0	0.00

Pompa centrifuga B

$$D_B = 450 \text{ mm}$$

$$n_B = 20\,\frac{\text{giri}}{\text{s}} = 1200\,\frac{\text{giri}}{\text{min}}$$

$\dot{V}_B$	h_B	η_B
0.0	57.6	0.00
0.07	58.2	0.40
0.135	58.5	0.57
0.20	57.6	0.69
0.27	55.7	0.78
0.34	51.8	0.83
0.405	46.1	0.83
0.47	36.9	0.75
0.54	23.0	0.53
0.61	5.8	0.15
0.63	0.0	0.00



<u>ESEMPIO</u>:

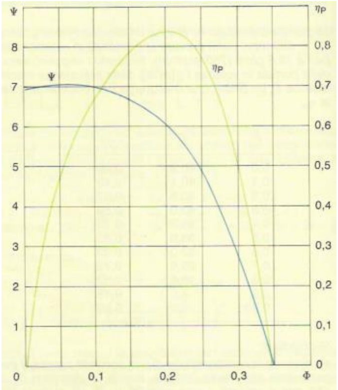
$$\Phi = \frac{\dot{V}}{nD^3}$$

$$\Psi = \frac{l}{n^2D^2} = \frac{gh}{n^2D^2}$$

$$\Phi_A = \Phi_B \qquad \Phi_A = \frac{\dot{V}_A}{n_A {D_A}^3} \qquad \Phi_B = \frac{\dot{V}_B}{n_B {D_B}^3}$$

$$\Psi_A = \Psi_B \qquad \Psi_A = \frac{gh_A}{{n_A}^2 {D_A}^2} \qquad \Psi_B = \frac{gh_B}{{n_B}^2 {D_B}^2}$$

Φ	Ψ	η
0.0	6.96	0.00
0.037	7.03	0.40
0.074	7.06	0.57
0.111	6.96	0.69
0.148	6.73	0.78
0.185	6.26	0.83
0.222	5.57	0.83
0.259	4.45	0.75
0.296	2.78	0.53
0.333	0.70	0.15
0.344	0.0	0.00



Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Per studiare il comportamento di una turbomacchina possiamo scrivere una funzione di una serie di grandezze che ne determinano il comportamento:

$$f\left(D_i, l_j, \dot{m}, \omega, L_{id}, \mu, a_{01}, \rho_{01}\right) = 0$$

D_i diametri
l_j lunghezze
$\dot{m}$ portata di massa
ω velocità angolare della macchina
L_{id} quantità di energia scambiata tra macchina e fluido (lavoro ideale scambiato per unità di massa di fluido)
μ viscosità dinamica del fluido
a_{01} velocità del suono del fluido
ρ_{01} densità del fluido

Teorema di Buckingham

L'analisi dimensionale è basata sul teorema del π, o di Buckingham, che può essere così enunciato: la formulazione analitica di una relazione che correla n parametri fisici tramite una equazione dimensionalmente omogenea rispetto a m grandezze fondamentali, può esser espressa come legame tra $(n - m)$ gruppi adimensionali π.

Teorema di Buckingham

L'analisi dimensionale è basata sul teorema del π, o di Buckingham, che può essere così enunciato: la formulazione analitica di una relazione che correla n parametri fisici tramite una equazione dimensionalmente omogenea rispetto a m grandezze fondamentali, può esser espressa come legame tra $(n - m)$ gruppi adimensionali π.

Applicazione allo studio delle prestazioni delle turbomacchine:

$D_i, l_j, \dot{m}, \omega, L_{id}, \mu, a_{01}, \rho_{01}$ sono n parametri fisici
$f\left(D_i, l_j, \dot{m}, \omega, L_{id}, \mu, a_{01}, \rho_{01}\right) = 0$ è dimensionalmente omogenea rispetto alle tre grandezze fondamentali L, T, M, per cui $m = 3$
Si scelgono quali tre grandezze fondamentali: il diametro massimo della girante D, la velocità angolare ω e la densità del fluido nelle condizioni prefissate ρ_{01}.

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Adimensionalizzazione dei diametri

$$\pi_{D_i} = (D^x \omega^y \rho_{01}^z) D_i$$

$$L^0 T^0 M^0 = (L^x T^{-y} (M L^{-3})^z) L$$
$$L^0 T^0 M^0 = L^{x-3z+1} T^{-y} M^z$$

$$\begin{cases} L: x - 3z + 1 = 0 \\ T: -y = 0 \\ M: z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\pi_{D_i} = \frac{D_i}{D}$$

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Adimensionalizzazione delle lunghezze

$$\pi_{l_j} = (D^x \omega^y \rho_{01}^z) l_j$$

$$L^0 T^0 M^0 = (L^x T^{-y} (M L^{-3})^z) L$$
$$L^0 T^0 M^0 = L^{x-3z+1} T^{-y} M^z$$

$$\begin{cases} L: x - 3z + 1 = 0 \\ T: -y = 0 \\ M: z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -1 \\ y = 0 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\pi_{l_j} = \frac{l_j}{D}$$

Adimensionalizzazione della portata di massa

$$\varphi = (D^x \omega^y \rho_{01}^z)\dot{m}$$

$$L^0T^0M^0 = (L^xT^{-y}(ML^{-3})^z)MT^{-1}$$
$$L^0T^0M^0 = L^{x-3z}T^{-y-1}M^{z+1}$$

$$\begin{cases} L: x - 3z = 0 \\ T: -y - 1 = 0 \\ M: z + 1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -3 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$\varphi = \frac{\dot{m}}{\rho_{01}\omega D^3}$$

CIFRA DI FLUSSO

Adimensionalizzazione del lavoro unitario

$$\psi = (D^x \omega^y \rho_{01}^z) L_{id}$$

$$L^0 T^0 M^0 = (L^x T^{-y} (ML^{-3})^z) L^2 T^{-2}$$
$$L^0 T^0 M^0 = L^{x-3z+2} T^{-y-2} M^z$$

$$\begin{cases} L: x - 3z + 2 = 0 \\ T: -y - 2 = 0 \\ M: z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -2 \\ y = -2 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$\psi = \frac{L_{id}}{\omega^2 D^2}$$

CIFRA DI PRESSIONE

Adimensionalizzazione della viscosità

$$\frac{1}{Re} = (D^x \omega^y \rho_{01}^z)\mu$$

$$L^0 T^0 M^0 = (L^x T^{-y} (ML^{-3})^z) ML^{-1} T^{-1}$$
$$L^0 T^0 M^0 = L^{x-3z-1} T^{-y-1} M^{z+1}$$

$$\begin{cases} L: x - 3z - 1 = 0 \\ T: -y - 1 = 0 \\ M: z + 1 = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -2 \\ y = -1 \\ z = -1 \end{cases}$$

$$Re = \frac{\rho_{01} \omega D^2}{\mu}$$

NUMERO DI REYNOLDS

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Adimensionalizzazione della velocità del suono

$$\frac{1}{Ma} = (D^x \omega^y \rho_{01}^z) a_{01}$$

$$L^0 T^0 M^0 = (L^x T^{-y} (ML^{-3})^z) L T^{-1}$$
$$L^0 T^0 M^0 = L^{x-3z+1} T^{-y-1} M^z$$

$$\begin{cases} L: x - 3z + 1 = 0 \\ T: -y - 1 = 0 \\ M: z = 0 \end{cases} \qquad \begin{cases} x = -1 \\ y = -1 \\ z = 0 \end{cases}$$

$$Ma = \frac{\omega D}{a_{01}}$$

NUMERO DI MACH PALARE

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Per studiare il comportamento di una turbomacchina possiamo scrivere il nuovo legame funzionale:

$$g\left(\pi_{D_i}, \pi_{l_j}, \varphi, \psi, Re, Ma\right) = 0$$

<u>condizioni di similitudine</u>

Due turbomacchine sono simili se hanno lo stesso valore di tutti i parametri adimensionali

Se le machine sono geometricamente simili hanno lo stesso valore di π_{D_i}, π_{l_j}

Se Re è molto elevato questo potrà anche variare ma le prestazioni non ne saranno influenzate

$$\psi = g(\varphi, Ma)$$

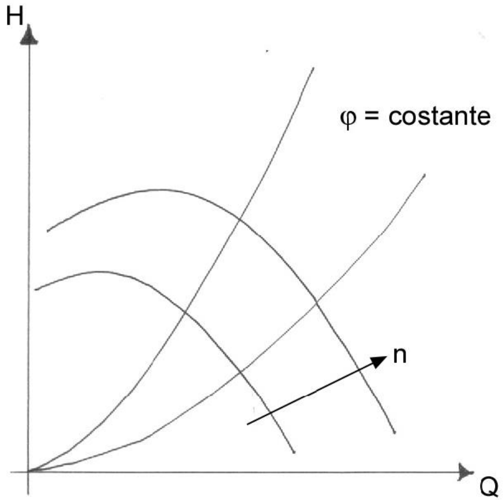
Macchine idrauliche

$$\psi = g(\varphi)$$

$$\varphi = \frac{Q}{\omega D^3} \propto \frac{c_m}{u}$$
$$\psi = \frac{L_{id}}{\omega^2 D^2} \propto \frac{c_u}{u}$$

Due macchine che operano in condizioni di similitudine hanno lo stesso valore di φ e ψ e quindi avranno lo stesso valore dei rapporti c_m/u e c_u/u. Allora si manterranno i valori degli angoli dei triangoli di velocità.

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine



Luoghi dei punti a φ costante sulla caratteristica manometrica

Richiami e complementi di similitudine delle turbomacchine

Velocità specifica

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{\dot{V}}}{l^{3/4}} = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{3/4}} = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0.75}} = 2\pi n_s$$

Per turbine idruliche, ma solo per queste, si fa talvolta riferimento alla potenza utile

$$\omega_s = \omega \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\rho} l^{5/4}} = 2\pi n \frac{\sqrt{P}}{\sqrt{\rho}(gh)^{1.25}}$$

Diametro specifico

$$D_s = D \frac{l^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}} = D \frac{(gh)^{1/4}}{\sqrt{\dot{V}}} = D \frac{(gh)^{0.25}}{\sqrt{\dot{V}}}$$

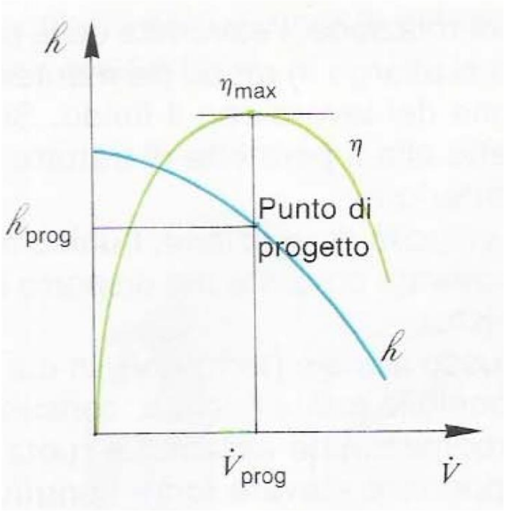
<u>ESEMPIO</u>:

Consideriamo una pompa centrifuga con $\mathrm{n} = 12.5\ \mathrm{giri/s}$ e $\mathrm{D} = 0.6\ \mathrm{m}$ avente il punto di progetto, per cui il rendimento raggiunge il suo valore massimo, in corrispondenza di una portata $\dot{V} = 0.55\ \mathrm{m^3/s}$ e di una prevalenza manometrica $h_u = 34\ \mathrm{m}$.

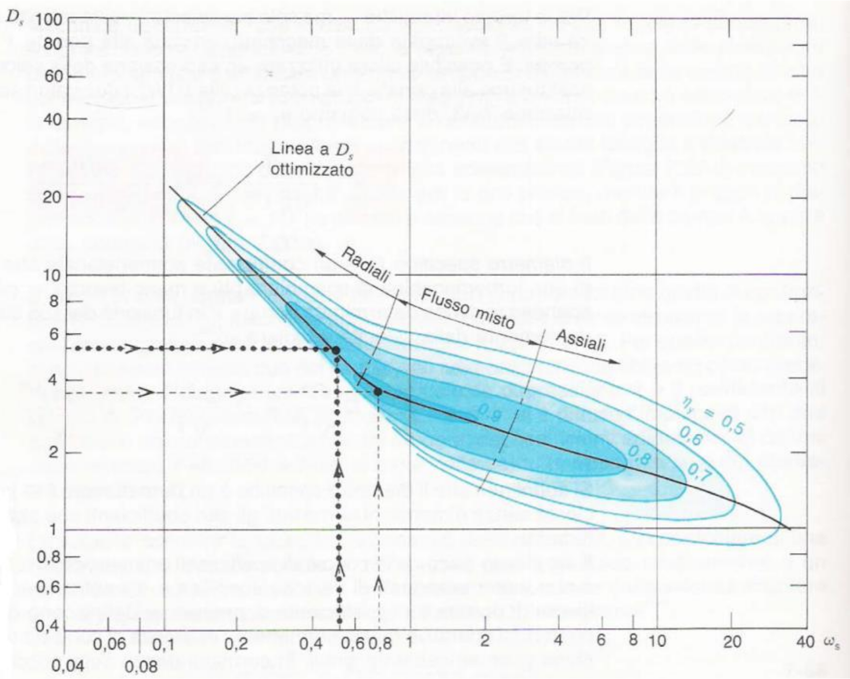
Calcoliamo la velocità specifica e il diametro specific e rendimento in corrispondenza del punto di progetto:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0.75}} = 0.75$$

$$D_s = D \frac{(gh)^{0.25}}{\sqrt{\dot{V}}} = 3.5$$



ESEMPIO:



$$\omega_s = 0.75$$
$$D_s = 3.5$$

Il rendimento idraulico nel punto di progetto sarà:

$$\eta_{y,max} > 0.9$$

Diagramma di Balje per pompe a un solo stadio con linee di uguale rendimento idraulico.

ESEMPIO:

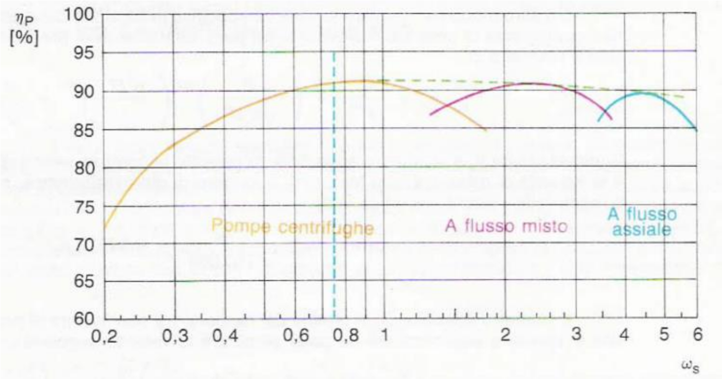
Per un nuovo punto di funzionamento fuori progetto con portata $\dot{V} = 0.3\ \mathrm{m}^3/s$ e prevalenza manometrica $h_u = 40\ \mathrm{m}$, si ha:

$$\omega_s = 2\pi n \frac{\sqrt{\dot{V}}}{(gh)^{0.75}} = 0.5$$

$$D_s = D \frac{(gh)^{0.25}}{\sqrt{\dot{V}}} = 4.9 \approx 5$$

Dal diagramma di Balje :

$$\eta_y \approx 0.85$$



Rendimento in funzione di ω_s per pompe a un solo stadio.

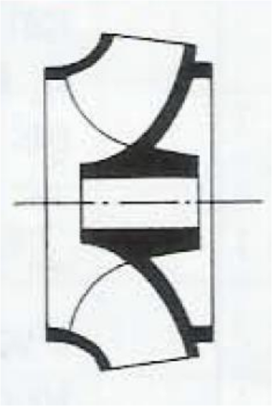
Relazione tra velocità specifica e forma della girante

lenta (flusso radiale)

basse velocità di rotazione e/o basse portate e/o lavoro massico elevato

$\omega_s = 0.2 \div 0.6$

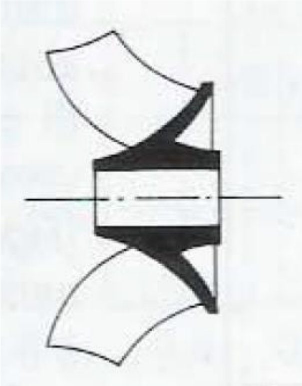
media (flusso radiale)



medie velocità di rotazione e/o medie portate e/o lavoro massico elevato

$\omega_s = 0.6 \div 1.2$

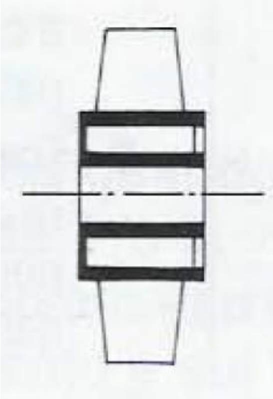
veloce (flusso misto)



alte velocità di rotazione e/o portate elevate e/o piccolo lavoro massico

$\omega_s = 1.0 \div 3.0$

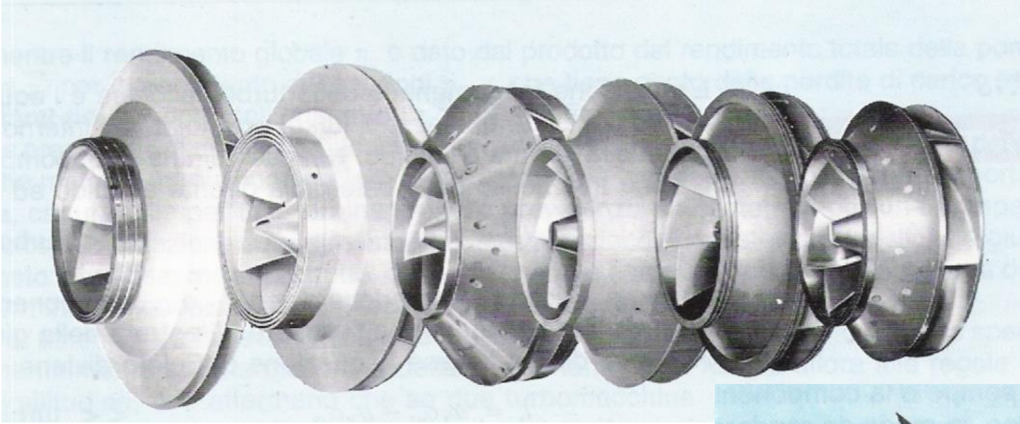
ultraveloce (flusso assiale)

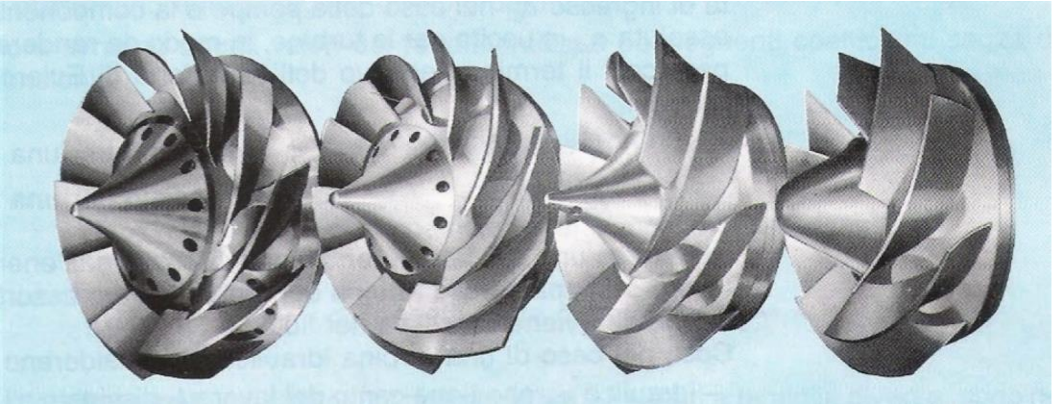


altissime velocità di rotazione e/o altissime portate e/o piccolo lavoro massico

$\omega_s = 2.0 \div 10$

Relazione tra velocità specifica e forma della girante





Sequenza di giranti a velocità specifica crescente.

Relazione tra velocità specifica e forma della girante

Al di sotto di $\omega_s = 0.2$ il rendimento delle turbomachine ad ammissione totale diminuisce a tal punto da imporre o la parzializzazione della girante oppure la soluzione multistadio.

Nel caso delle turbine si ricorre alla parzializzazione, in modo da alimentare solo parte della periferia della girante con il fluido. E' pratica usuale nel campo delle turbine idrauliche, mentre nel caso delle turbine termiche (a vapore o gas) si cerca di evitare, in quanto le pale rotoriche non alimentate, ruotando nel fluido motore, danno luogo a perdite per ventilazione, mentre la parete della ruota è soggetta all'attrito del fluido motore. Si preferisce quindi la soluzione multistadio.

Nel caso delle turbomachine operatrici, la soluzione abituale è disporre più giranti in serie, suddividendo il lavoro in diversi stadi in modo da raggiungere sul singolo stadio, una velocità specifica maggiore di 0.2.

Bibliografia

Micheli D. Dispense del Corso di Macchine e di Macchine Marine.
Cornetti G. Macchine idrauliche. Ed. Il capitello (2015)
Seppo A. Korpela. Principles of Turbomachinery. Ed. Wiley (2019)

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI TRIESTE

Dipartimento di

Ingegneria e Architettura