

PROVA SCRITTA DI SISTEMI DINAMICI  
A.A. 2018/2019

4 febbraio 2019

**nome e cognome:**

**numero di matricola:**

**Note:** Scrivere le risposte negli spazi appositi. Non consegnare fogli aggiuntivi. La chiarezza e precisione nelle risposte sarà oggetto di valutazione.

## Esercizio 1

### Domanda 1.1

Si consideri un segnale sinusoidale

$$r(t) = 2 \cos(50 t) \cdot 1(t)$$

e si supponga di campionarlo con una pulsazione di campionamento pari a

$$\Omega_s = 50 \text{ rad/s}$$

Mostrare che l'**aliasing** indotto dalla scelta del periodo di campionamento produce nel segnale campionato una **componente continua**, cioè nel segnale ottenuto dal campionamento esiste una componente di regime costante.

**Domanda 1.2**

Si consideri un **segnale analogico**  $x(t)$ , sottoposto a **campionamento impulsivo**, come descritto in figura

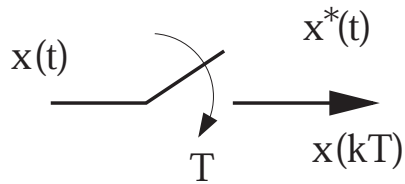


Figura 1: Campionamento impulsivo

La trasformata di Laplace del segnale  $x^*(t)$  in uscita dal campionatore può essere espressa, come è noto, tramite

$$X^*(s) = \sum_{k=0}^{\infty} x(kT) e^{-kTs}$$

dove con  $T$  si è indicato il periodo di campionamento.

Sfruttando la relazione precedente, mostrare che vale la relazione

$$X^*(s) = X^*(s + jn\Omega_s) \quad n = \pm 1, \pm 2, \dots$$

dove si è indicata con  $\Omega_s$  la pulsazione di campionamento  $\Omega_s = \frac{2\pi}{T}$

**Esercizio 2****Domanda 2.1**

Ricavare le equazioni di Yule-Walker per il processo stocastico AR(2) descritto da:

$$y(t) = \frac{1}{2}y(t-1) - \frac{1}{4}y(t-2) + \eta(t) \quad \eta(\cdot) \equiv \text{WN}(0, \lambda^2)$$

**Domanda 2.2**

Spiegare come si possano utilizzare le equazioni ottenute nella risposta alla domanda precedente, per stimare i parametri  $a_1$  ed  $a_2$  di un modello AR(2) per il processo stocastico descritto in precedenza, a partire da una sequenza di  $N$  valori misurati  $\{y(1), y(2), \dots, y(N)\}$ .