CdS Mat, CdS Fis, Esame di Analisi 1, 24/1/2018 B

Nome e Cognome . . . .

Corso di Studi . . . . **Del Santo** □ **Fonda** □

Esercizio 1. (3+6 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x\to+\infty} x^2(\arctan(\frac{1}{x}) - \arctan(\frac{1}{x^2})) = \qquad , \quad \lim_{x\to 0^+} \frac{e^{\sqrt{\sin x}} - e^{\sqrt{x}}}{x^2\sqrt{x}} = \qquad .$$

Esercizio 2. (9 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = 2\log x - 4\arctan(x-2),$$

determinando

i) Dominio:

ii) Limiti alla frontiera del dominio:

iii) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

iii) Intervalli di crescenza e decrescenza. Punti di massimo e di minimo.

v) Derivata seconda $f''(x) =$

vi) Grafico di f.

vii) Si dica, al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$, quante sono le soluzioni dell'equazione:

$$\log x = \frac{\alpha}{2} + 2\arctan(x-2).$$

Esercizio 3. (2+3+3 pt) Sia $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ derivabile.

i) Supponiamo che, per ogni $n \in \mathbb{N}$, sia $f(n^2) = 0$. Provare che esiste $(y_n)_n$ successione in $\mathbb{R}$ tale che $\lim_{n\to+\infty} y_n = +\infty$ e, per ogni n, $f'(y_n) = 0$.

ii) Supponiamo che $\lim_{n\to+\infty} f(n^2) = 0$. Provare che esiste $(z_n)_n$ successione in $\mathbb{R}$ tale che $\lim_{n\to+\infty} z_n = +\infty$ e $\lim_{n\to+\infty} f'(z_n) = 0$.

iii) Supponiamo che esista $(y_n)_n$, successione in $\mathbb{R}$, tale che $\lim_{n\to+\infty} y_n = +\infty$ e $\lim_{n\to+\infty} f(y_n) = 0$. Provare che esiste $(z_n)_n$ successione in $\mathbb{R}$ tale che $\lim_{n\to+\infty} z_n = +\infty$ e $\lim_{n\to+\infty} f'(z_n) = 0$.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcoli, utilizzando la formula di Taylor, il valore di

i) $\sin(1)$,

ii) $\displaystyle\int_0^1 e^{x^2}\, dx$,

con una approssimazione di 10^{-2}.