

Nome e Cognome .....

Corso di studi ..... Del Santo  Fonda

---

**Esercizio 1.** (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 - \tan^2(3x))}{e^{\sin^2(5x)} - 1} = \boxed{\phantom{000}}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} x (\pi - 2 \arctan(\sqrt{x})) = \boxed{\phantom{000}}.$$

---

**Esercizio 2.** (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - 4},$$

determinando

i) Dominio: .

ii) Limiti alla frontiera del dominio:

iii) Derivata prima  $f'(x) =$   
e suo segno.

iii) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo.

v) Derivata seconda  $f''(x) =$

vi) Grafico di  $f$ .

vii) Si determini il numero di soluzioni dell'equazione  $f(x) = 2$ .

---

**Esercizio 3.** (2+2+2 pt) Sia  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  una funzione convessa tale che

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty.$$

Dimostrare che:

i)  $f$  è strettamente decrescente.

ii)  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty$ .

iii) Trovare un esempio di una tale funzione  $f$  che sia derivabile e per la quale

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f'(x) = 0.$$

---

**Esercizio 4.** (4+4 pt) Si calcoli

$$\int_0^{2\pi} \tanh(\sin x) \cos x \, dx = \boxed{\phantom{0}},$$

$$\frac{d}{dx} \int_{\sin x}^{\cos x} e^{t^2} \, dt = \boxed{\phantom{0}}.$$