

Nome e Cognome

Esercizio 1. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti limiti

$$\lim_{x \rightarrow \frac{9}{2}\pi} \left(\frac{9}{2}\pi - x \right) \tan x = \boxed{}, \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2 \ln \frac{2x^2+1}{3x^2-1}} = \boxed{}.$$

Esercizio 2. (8 pt) Si studi la funzione

$$f(x) = \frac{(x+1)^2}{2x-1},$$

determinando:

i) Dominio:

ii) Limiti importanti:

iii) Eventuali asintoti:

iv) Derivata prima $f'(x) =$
e suo segno.

v) Intervalli di crescita e decrescenza. Eventuali punti di massimo e di minimo locali o globali.

vi) Derivata seconda $f''(x) =$
e suo segno.

vii) Intervalli di convessità e concavità. Eventuali punti di flesso.

viii) Eventuali simmetrie.

ix) Grafico di f .

Esercizio 3. (3+2+2 pt) Sia $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ una funzione derivabile infinite volte tale che

$$\lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2n) + 2n) = 0, \quad \lim_{n \rightarrow +\infty} (f(2n + 1) - (2n + 1)) = 0.$$

(È sottinteso che $n \in \mathbb{N}$.) Dimostrare che:

i) la funzione si annulla infinite volte;

ii) la derivata della funzione si annulla infinite volte;

iii) per ogni $m \in \mathbb{N}$, la derivata m -esima della funzione si annulla infinite volte.

Esercizio 4. (4+4 pt) Si calcolino i seguenti integrali:

$$\int_1^e x^2 \ln x \, dx = \boxed{}, \quad \int_1^e x^2 \ln(x^3) \, dx = \boxed{}.$$