

Esercizi di Geometria
Ingegneria Industriale e Navale 2021/2022
terzo foglio

October 6, 2021

1. Si consideri il seguente sistema lineare:
$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_5 = 3 \\ 2x_1 + x_4 - x_5 = 2 \\ x_2 - x_3 + 2x_5 = 2 \\ x_1 + 2x_2 = 1 \end{cases}$$

Si scrivano la matrice dei coefficienti e la matrice completa, si trovi un sistema lineare equivalente con matrice dei coefficienti a scala usando l'algoritmo di Gauss, si dica se il sistema è compatibile, e in caso affermativo si trovi la sua generica soluzione.

2. Si dica per quali valori del parametro $t \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare è compatibile:

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + t x_3 = 3 \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = t \\ x_1 + 2x_2 = 1 - t \end{cases}$$

e per tali valori di t si determini l'insieme delle sue soluzioni.

3. Si consideri il seguente sistema lineare a coefficienti complessi:

$$\begin{cases} 2x_2 + ax_4 + 5x_5 = i \\ 2x_1 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = i \\ x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 = b. \end{cases}$$

- (a) Per quali valori dei parametri $a, b \in \mathbb{C}$ il sistema lineare è compatibile?
(b) Si determini la generica soluzione del sistema per i valori $a = 1$ e $b = i$.
4. Si consideri il seguente sistema lineare non omogeneo a coefficienti reali:

$$\begin{cases} x - y + z = 1 \\ x + y - z = -1 \end{cases}$$

Si esprima la generica soluzione nella forma

$$s = \tilde{s} + s_0,$$

dove \tilde{s} è una soluzione particolare del sistema lineare, scelta a piacere, e s_0 è una generica soluzione del sistema lineare omogeneo associato.